KANSALLINEN
KOULUTUKSEN
ARVIOINTIKESKUS

MATEMATIIKKAA COVID-19-PANDEMIAN VARJOSSA IV

Opettajat ja poikkeuksellisen heikosti ja hyvin suoriutuneiden oppilaiden osaaminen ja akateemiset tunteet 9. luokan matematiikan arvioinnissa keväällä 2021

JULKAISUT 32:2023

Jari Metsämuuronen (toim.)

MATEMATIIKKAA COVID-19-PANDEMIAN VARJOSSA IV

Opettajat ja poikkeuksellisen heikosti ja hyvin suoriutuneiden oppilaiden osaaminen ja akateemiset tunteet 9. luokan matematiikan arvioinnissa keväällä 2021

Jari Metsämuuronen (toim.)

KARVI

Kansallinen koulutuksen arviointikeskus

Julkaisut 32:2023

JULKAISIJA Kansallinen koulutuksen arviointikeskus

KANSI JA ULKOASU Juha Juvonen (org.) & Ahoy, Jussi Aho (edit)

TAITTO PunaMusta Oy

ISBN 978-952-206-827-9 pdf

ISSN 2342-4184 (verkkojulkaisu)

Tiivistelmä

Julkaisija

Kansallinen koulutuksen arviointikeskus (KARVI)

Julkaisun nimi

MATEMATIIKKAA COVID-19-PANDEMIAN VARJOSSA IV

Opettajat ja poikkeuksellisen heikosti ja hyvin suoriutuneiden oppilaiden osaaminen ja akateemiset tunteet 9. luokan matematiikan arvioinnissa keväällä 2021

Tekijät

Jari Metsämuuronen (toim.)

Raportissa tarkastellaan keväällä 2021 tehdyn perusopetuksen päättövaiheen arvioinnin perusteella matematiikan osaamiseen, uskomuksiin, asenteisiin ja tunteisiin liittyviä ja vaikuttavia tekijöitä yhtäältä opettajien ja toisaalta heikoimmin ja parhaimmin suoriutuneiden oppilaiden näkökannoilta. Kaikkiaan tiedonkeruu oli monipuolisempi ja laajempi kuin aiemmat matematiikan päättövaiheen arvioinnit. Myös otoskooltaan aineisto on selvästi laajempi kuin aiemmin (n = 12 484 oppilasta 165 koulusta). Heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden osaamista tarkasteltiin helpoimmista tehtävistä koostetun tehtäväsarjan ja diagnostisen FUNA-testin avulla. Parhaimmin suoriutuneiden oppilaiden osaamista tarkasteltiin vaikeimmista tehtävistä koostetun tehtäväsarjan ja lyhyen matematiikan ylioppilaskoetehtävien avulla. Akateemisia tunteita mitattiin arviointia varten kehitetyllä mittarisarjalla.

Opettaja-aineiston perusteella tiedetään, että 17–25 oppilaan ryhmissä oppilaat menestyivät paremmin kuin tätä pienemmissä tai suuremmissa oppilasryhmissä. Opettajien mukaan matematiikan taidoiltaan heikoille oppilaille toimivimpia keinoja olivat menetelmät, joissa oppilas sai yksilöllisempää huomiota ja ohjausta, tukiopetusta, erityisopettajan tukea luokassa tai opiskelua ainakin osittain pienryhmässä. Vastaavasti matematiikan taidoiltaan poikkeuksellisen hyvin suoriutuvien oppilaiden kanssa toimivimpia keinoja olivat opettajien mukaan ylöspäin eriytettyjen tehtävien tarjoaminen sekä tehtävien määrän lisääminen sekä mahdollisuus edetä joustavasti muun ryhmän edelle omaa tahtia. Annettujen kotitehtävien tarkistamisella on myönteinen vaikutus oppilaiden matematiikan osaamiseen. Oppilaat, joiden opettajat eivät tarkistaneet annettuja kotitehtäviä, menestyivät matematiikassa heikommin kuin ne oppilaat, joiden opettaja tarkisti läksyt vähintäänkin joskus, ja menestyivät myös heikommin kuin oppilaat, joille ei annettu kotitehtäviä. Koulujen tietotekninen varustelu vaihtelee ympäri Suomen ja laitteiden saatavuus vaihtelee tilanteesta, jossa jokaisella oppilaalla on oma henkilökohtainen laite, tilanteeseen, jossa yhtä laitetta kohti on laskennallisesti useampi käyttäjä. Opettajat valtaosin kokivat kuitenkin laitteiden saatavuuden olevan hyvä heidän koulussaan. Varustelulla ei ollut merkittävää osuutta osaamisen selittämisessä. Opettajat ottivat ison digiloikan koronapandemian aiheuttaman etäopetuksen myötä. Opettaja-aineiston perusteella teknologiaa on käytetty osana opetusta ainakin joskus.

Matematiikkaan liittyvien tunteiden yhteyttä matematiikan osaamiseen mitattiin ensimmäisen kerran osana Karvin matematiikan oppimistulosarviointeja vuonna 2015. Vuoden 2021 arvioinnissa käytössä oli aiempaa kehittyneempi mittariversio. Oppilailta löydettiin viisi erilaista tunneprofiilia. Tunteilla on osaamistasoon pääosin positiivinen yhteys; korkeampi osaamistaso

on yhteydessä tunteisiin lisäten positiivisten tunteiden ja vähentäen negatiivisten tunteiden yleisyyttä. Yksilöä huomioivat opetuskäytänteet voimistavat positiivisia ja heikentävät negatiivisia tunteita.

Heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden osalta tiedetään, että koulutusjärjestelmä kykenee tunnistamaan melko hyvin heikoimmin suoriutuvat oppilaat, ja heille joko annetaan matala arvosana tai heille tehdään tehostetun ja erityisen tuen päätös. Heikoimmin suoriutuneista oppilaista 47 % on yleisen tuen varassa. Heikosti suoriutuneet oppilaat prosessoivat helppojakin numeerisia ongelmia merkittävästi pidempään kuin keskiosaajat. Numeeristen taitojen ja suoritusnopeuden perusteella heikosti suoriutuneet oppilaat ovat keskimäärin 6. luokan tasolla ja kolmasosa sijoittui tätä alemmalle tasolle. Kaikissa taitotasoryhmissä tyttöjen matematiikka-ahdistus on suurempi kuin poikien, ja tyttöjen tunteet matematiikan yhteydessä ovat negatiivisempia kuin poikien. Noin puolet opettajista ilmaisi, että heikot oppilaat eivät saa riittävästi tukea erityisopettajalta. Tämä on linjassa sen kanssa, että heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden ryhmästä lähes puolet on yleisen tuen piirissä.

Parhaimmin suoriutuneiden oppilaiden osalta tiedetään, että he eivät juurikaan eronneet demografisilta tiedoiltaan muista. Vaikka pojat ovat yliedustettuja parhaiden osaajien joukossa, tyttöjen ja poikien osaaminen tässä ryhmässä on keskimäärin saman tasoista. Vahvin parhaimpiin osaajiin luokittumista selittävä muuttuja keskiosaajiin nähden on se, aikooko oppilas valita lukiossa pitkän matematiikan vai ei. Tyypillistä parhaille osaajille on, että he yrittävät ratkaista vaikeimmatkin tehtävät eivätkä jätä puuttuvia tietoja, vaikka eivät osaisikaan ratkaista tehtäviä. Kaikkein vaikeimpien tehtävien kokonaispistemäärästä parhaat osaajat ratkaisivat keskimäärin 68 prosenttia, ja kaksi kolmasosaa parhaista osaajista sai vähintään 50 prosenttia maksimipistemäärästä arvioinnissa käytetyistä lukion lyhyen matematiikan ylioppilaskoetehtävistä. Parhaiden osaajien asennoituminen matematiikkaan oli selvästi positiivisempaa kuin keskiosaajien, mutta tytöt kokivat voimakkaammin negatiivisia tunteita kuin pojat. Toisaalta parhaiten suoriutuneet tytöt pitivät enemmän matematiikasta ja kokivat matematiikan hyödyllisemmäksi kuin parhaiten suoriutuneet pojat. Parhaiden osaajien osalta toimivimmaksi koettu tapa eriyttää olivat ylöspäin eriytetyt tehtävät. Eriyttämisen keinot selittivät enemmän asennoitumista matematiikkaan kuin osaamista.

Hakusanat: Matematiikka, oppimistulokset, osaaminen, asenteet, akateemisen tunteet, heikoimmin suoriutuvat oppilaat, parhaimmin suoriutuvat oppilaat

Sammanfattning

Utgiven av

Nationella centret för utbildningsutvärdering (NCU)

Publikationens namn

MATEMATIKEN I SKUGGAN AV COVID-19-PANDEMIN IV

Lärare och kunskap och akademiska känslor hos exceptionellt låga och högpresterande elever i matematikbedömningen i årskurs 9 våren 2021

Författare

Jari Metsämuuronen (red.)

Denna rapport som är baserad på utvärderingen i slutskedet av den grundläggande utbildningen under våren 2021, tar upp faktorer som är relaterade till och påverkar kunskaper, föreställningar, attityder och känslor om matematik dels från lärarnas synvinkel och dels från de högst och lägst presterande elevernas synvinkel. Som helhet var datainsamlingen mer mångsidig och mer omfattande än tidigare utvärderingar i slutskedet av den grundläggande utbildningen. Även antalet elever som deltog i utvärderingen är betydligt större än tidigare (*n* = 12 484 elever i 165 skolor). Kompetensen hos de lägst presterande eleverna undersöktes med hjälp av en uppsättning lättare uppgifter och ett diagnostiskt FUNA-test. Kompetensen hos de högst presterande eleverna undersöktes med hjälp av en uppsättning av de svåraste uppgifterna och uppgifter från studentexamensprovet i kort matematik. Akademiska känslor mättes med hjälp av en mätserie som utvecklats för utvärderingen.

På basis av lärarmaterialet vet vi att i en grupp med 17–25 elever klarar sig eleverna bättre än i grupper med färre eller fler elever. Lärarna uppgav att de metoder som fungerade bäst för elever med svaga kunskaper i matematik var metoder där eleven fick mer individuell uppmärksamhet och handledning, stödundervisning, speciallärarens stöd i klassrummet eller, åtminstone delvis smågruppsundervisning. Lärarna uppgav också att de metoder som fungerade bäst för elever som var särskilt skickliga i matematik var att ge dem differentierade uppgifter, öka antalet uppgifter och ge dem möjlighet att flexibelt gå före resten av gruppen i sin egen takt. Att kontrollera läxor har en positiv inverkan på elevernas kunskaper i matematik. De elever som inte fick sina läxor granskade av lärarna hade sämre resultat i matematik än de som fick sina läxor granskade av lärarna åtminstone ibland, och de hade också sämre resultat än de som inte fick läxor. Skolornas datatekniska utrustning varierar i Finland och tillgången till datorer varierar från att varje elev har en egen personlig dator till att en dator har flera användare. Största delen av lärarna upplevde dock att de hade god tillgång till datorer i skolan. Lärarna tog ett stort digitalt språng i samband med distansundervisningen som orsakades av coronapandemin. Enligt lärarmaterialet har tekniken använts som en del av undervisningen åtminstone ibland.

År 2015 mättes för första gången sambandet mellan känslor relaterade till matematik och kunskaper i matematik som en del av NCU:s nationella utvärdering i matematik. I utvärderingen 2021 hade man en mer utvecklad mätversion. Man hittade fem olika känsloprofiler hos eleverna. Känslorna har en i huvudsak positiv koppling till kompetensnivån. En högre kompetensnivå är kopplad till känslor genom att öka de positiva känslorna och minska de negativa känslorna. Individualiserade undervisningsmetoder stärker positiva känslor och försvagar negativa känslor.

När det gäller de lägst presterande eleverna vet vi att utbildningssystemet kan identifiera de lägst presterande eleverna på ett ganska bra sätt, och de får antingen ett lågt betyg eller ett beslut om intensifierat och särskilt stöd. Av de lägst presterande eleverna är 47% beroende av allmänt stöd. Lågpresterande elever tar betydligt längre tid på sig att lösa lätta numeriska problem än genomsnittliga elever. På basis av numeriska färdigheter och prestationshastighet är de lågpresterande eleverna i genomsnitt på en sjätteklassares nivå , och en tredjedel placerades på en ännu lägre nivå. Flickor har större ångest för matematik än pojkar på alla kompetensnivåer och flickors känslor för matematik är mer negativa än pojkars. Ungefär hälften av lärarna anser att svaga elever inte får tillräckligt stöd från en speciallärare. Detta är i linje med att nästan hälften av de lägst presterande eleverna har behov av allmänt stöd.

När det gäller de högst presterande eleverna, så vet vi att de demografiskt inte skiljer sig så mycket från andra elever. Trots att pojkar var överrepresenterade bland dem som klarade sig bäst, var flickors och pojkars kunskaper i denna grupp i genomsnitt på samma nivå. Det som bäst förklarade skillnaden till de högst presterande eleverna jämfört med dem som presterade enligt genomsnittet var ifall eleven skulle välja lång matematik eller inte i gymnasiet. Det som är typiskt för de högst presterande är att de försöker lösa även de svåraste uppgifterna och inte lämnar tomt, även om de inte kan lösa uppgifterna. Av den totala poängmängden i de svåraste uppgifterna fick de högst presterande 68 procent, och två tredjedelar av dem som klarade sig bäst fick minst 50 procent av den maximala poängmängden i uppgifterna i kort matematik från studentexamensprovet. De som klarade sig bäst var tydligt mer positiva i sin inställning till matematik än de som klarade sig enligt genomsnittet, men flickorna upplevde starkare negativa känslor än pojkarna. Å andra sidan tyckte de högst presterande flickorna mer om matematik och tyckte att matematiken var mer användbar än de högst presterande pojkarna. För dem som klarade sig bäst, var de uppåt differentierade uppgifterna det bästa sättet att differentiera. Sättet att differentiera förklarade mer om inställningen till matematik än kompetensen.

Sökord: matematik, läranderesultat, kompetens, attityder, akademiska känslor, sämst presterande elever, bäst presterande elever

Summary

Publisher
Finnish Education Evaluation Centre (FINEEC)

Title of publication
MATHEMATICS IN THE SHADOW OF COVID-19 PANDEMIC IV

Teachers and achievement and academic feelings of exceptionally low and high performing students in the 9th grade mathematics assessment in spring 2021

Authors
Jari Metsämuuronen (ed.)

The report examines the factors related to and affecting mathematics knowledge, beliefs, attitudes and hours from the point of view of teachers on the one hand and of the lowest and best performing pupils on the other hand, based on the assessment of the end-of-basic-school-learning phase at grade 9 carried out in spring 2021. Overall, the data set was more varied and broader than previous assessments of mathematics at the tertiary level. The data for the sample schools are also much more extensive than in the past (*n* = 12 484 pupils in 165 schools). This was due, on the one hand, to a sampling method in which a representative sample was selected from the schools of the selected training provider and, on the other hand, to the fact that all pupils from the selected school were included in the data. The performance of the lowest performing pupils was assessed using a set of tasks made up of the easiest tasks and a diagnostic FUNA test. The skills of the best performing pupils were assessed by means of a series of tasks compiled from the most difficult tasks and short mathematical college-leaving exams. Academic sentiment was measured by a series of metrics developed for evaluation.

Teacher data show that the size of the teaching group is linked to the level of achievement: in a group of medium size or 17–25 pupils, pupils performed better than in smaller or larger groups. Teachers found that the most effective approaches for students with low mathematical skills were those that provided more individual attention and guidance, supporting teaching, specialized classroom support or at least partial small group learning. Similarly, with pupils who were particularly gifted in mathematics, the teachers found that the most effective approaches were to provide upwardly differentiated assignments, to increase the number of assignments, and to allow them to progress flexibly ahead of the rest of the group at their own pace. Reviewing homework assignments has a positive effect on pupils' mathematical skills. Students whose teachers did not check their homework performed worse in math than students whose teachers checked their homework at least occasionally, and they also performed worse than students who were not given homework. The IT equipment of schools varies across Finland and the availability of equipment varies from a situation where each pupil has his own personal device to a situation where there are computationally more users per device. However, teachers felt, in general, that the availability of literature was good in their school. Teachers took a big digital leap in distance learning due to the coronavirus pandemic. Teacher dataset indicates that technology has been used as part of teaching at least occasionally.

The relationship between mathematics-related emotions and mathematical proficiency was measured for the first time as part of the assessment of learning outcomes in mathematical in 2021 by FINEEC. Five different emotional profiles was found in the students. Emotions are positively related to the level of skill in the principal, whereas a higher level of skill is associated with emotions, increasing the frequency of positive emotions and decreasing the frequency of negative emotions. From a learner-centered perspective, individualistic teaching approaches reinforce positive feelings and reduce negative ones. The hour meter developed for the purpose of evaluation is a developmental and operational tool as part of the evaluation studies.

For the least successful pupils, it is known from the evidence that the education system is able to identify the least successful pupils fairly well, and they are either given a low grade or a decision is made to give them enhanced and specific support. Of the lowest-achieving pupils, 47% rely on public support. Low-achieving pupils have a significantly lower level of proficiency than average students; they process numerical problems with ease for significantly longer than average students. On the basis of numerical skills and speed of achievement, the best performing pupils are on average at the level of the sixth form, and a third were placed at a level below this. Girls are more mathematically anxious than boys, and girls' feelings about mathematics are more negative than boys'. Around half of the teachers felt that those in the support circle receive sufficient support from the specialized teacher. This is in line with the fact that almost half of the group of the best performing pupils are covered by public support.

For the best-achieving students, we know from the data that they differed little in their demographics. Although boys were over-represented among the top performers, the second-best performers were on average at the same level. The variable that explained the ranking of the strongest performers was what the pupil intended to do after primary school. The differentiating factor was whether or not the student was going to choose long math. Typical of the best people is that they try to solve even the most difficult problems and do not leave any missing information, even if they do not know how to solve them. Of the total score for the most difficult tasks, the best performers achieved an average of 68%, and two-thirds of the best performers achieved at least 50% of the maximum score for the short mathematics final examination for high school students. The attitude of the top performers to mathematics was clearly more positive than that of the average performers, but the girls experienced stronger negative emotions in the group of the low performers than in the groups of the average performers and the low performers. On the other hand, the highest-achieving girls liked the slightly higher-achieving boys more about mathematics and found mathematics more useful to them. For the best performers, the most effective way to differentiate was to differentiate tasks upwards. The means of differentiation explained more the attitude to mathematics than the competence.

Keywords: Mathematics, learning outcomes, achievement, attitudes, academic feelings, least successful students, most successful students

Sisällys

1

Alkusanat

Jari Metsämuuronen, Karvi

1

1.1 Alkusanat

Vuoden 2021 keväällä tehtiin 9. luokan päättövaiheen matematiikan arvioinnin (tuonnempana ”arviointi”) tiedonkeruu ”COVID-19-pandemian varjossa”. Aineistosta on raportoitu keskeiset tasa-arvoon liittyvät tulokset (Metsämuuronen & Nousiainen, 2021), mittaukseen liittyviä teknisiä yksityiskohtia luotettavuustarkasteluineen (Metsämuuronen & Nousiainen, 2023) sekä edellisen yhteydessä kansallisen matematiikan osaamisen muutoksen mekanismeja tarkastellut artikkeli (Metsämuuronen & Suomilammi, 2023). Joitain keskeisiä seikkoja aiemmista raporteista kerrataan tiiviisti myös tässä raportissa, ettei lukijan tarvitse selata muutakin raporttia samanaikaisesti.

Samanaikaisesti julkaistaan kaksi raporttia, joissa molemmissa syvennetään aiempaa tarkastelua osaamista selittävistä ja siihen liittyvistä tekijöistä. Toisessa raportissa (Metsämuuronen, 2023) syvennetään aiemman tasa-arvoraportin tietoja oppilaaseen, vertaisryhmään, kotitaustaan, opettajaan ja kouluun liittyvien tekijöiden näkökulmista. Tässä raportissa joukko eri aihepiirien asiantuntijoita tarkastelee aineistoa eri näkökulmista.

Luvussa 2 Nousiainen, Kivistö ja Metsämuuronen (2023) tarkastelevat lähemmin opettaja-aineistoa ja siihen liittyviä erityiskysymyksiä. Kaikkiaan 281 opettajaa, jotka kyettiin yhdistämään noin 10 000 oppilaaseen, toimivat aineistona, jonka perusteella tarkastellaan mm. opettajien pedagogisia ratkaisuja ja eriyttämisen parhaita käytänteitä.

Luvussa 3 Salonen, Haataja ja Hannula (2023) tarkastelevat akateemisten tunteiden, uskomusten ja asenteiden yhteyttä osaamisen. Arvioinnin yhteydessä kehitettiin uusi, matematiikkaan oppiaineena liittyviä, ns. akateemisia tunteita kartoittava mittaristo, jonka teknisiä piirteitä ovat tarkastelleet aiemmin Salonen (2023) sekä Metsämuuronen ja Nousiainen (2023). Uuden mittarin avulla saadaan uudenlaista tietoa emootioiden yhteydestä osaamiseen.

Luvussa 4 Metsämuuronen, Holm ja Räsänen (2023) paneutuvat heikosti suoriutuvien oppilaiden erityiskysymyksiin. Tässä osuudessa tarkastellaan mm. diagnostisena testinä tehdyn toiminnallisen laskutaidon diagnostisen standarditestin (FUNA, 2023) tuloksia. Tähän testiin osallistuivat arvioinnin ensimmäisessä vaiheessa heikoimmin suoriutuneet oppilaat kustakin otokseen valikoituneesta koulusta.

Luvussa 5 Niemi ja Metsämuuronen (2023) analysoivat parhaiden osaajien osaamista, asenteita ja akateemisia tunteita. Parhaimmin suoriutuneet oppilaat tekivät arvioinnin toisessa vaiheessa ns. ”vaikean” tehtäväsarjan. Tämä diagnostinen tehtäväsarja oli suunnattu arvioinnin ensimmäisessä vaiheessa poikkeuksellisen hyvän suorituksen tehneille oppilaille. He ratkaisivat ensimmäisen vaiheen tehtäväsarjan tehtävistä 85 % tai enemmän oikein. Näiden oppilaiden arvosana oli tyypillisesti 10 tai 9. Ylöspäin eriytetty tehtäväsarja oli selvästi vaativa, ja tarkoitus oli selvittää, kuinka pitkälle matematiikan taidoiltaan taitavimmat oppilaat ovat edenneet 9. luokan loppuun mennessä. Tämän lisäksi arvioinnin ensimmäisessä vaiheessa käytetyistä tehtäväsarjoista koottiin kaikki ylioppilaskoetehtävät, joista muodostettiin ns. ”ylioppilaskoe”. Tämän osalta kysytään, kuinka hyvin parhaat osaajat olisivat ehkä suoriutuneet lyhyen matematiikan ylioppilaskokeesta.

Artikkeleista Salosen, Haatajan ja Hannulan teksti kävi läpi perinteisen *double-blind*-vertaisarvioinnin, missä kirjoittaja ei tiedä arvioijaa eikä arvioija kirjoittajaa. Muut artikkelit kävivät läpi kevyemmän *single-blind*-arvioinnin, jossa lukija tietää kirjoittajan, mutta kirjoittaja ei arvioijaa. Tapa on käytössä osassa arvostetuissa vertaisarviojulkaisusarjoissa kuten esimerkiksi *Frontiersin* sarjoissa.

Oma arvioni on, että raportit yhdessä tarjoavat osittain uudenlaisen näkökulman matematiikan osaamiseen päättövaiheessa. Aiemmin Karvin raporteissa ei esimerkiksi osaamisen ääripäitä ole tarkasteltu tällä tarkkuudella. Toive tietenkin on, että opettajat saisivat erityistarkasteluista työkaluja sekä heikosti suoriutuvien oppilaiden tukemiseen että parhaimmin suoriutuvien oppilaiden erityiskysymyksiin.

Helsingissä 14.12.2023

1.2 Lähteet

FUNA (2023). FUNA-DB-käsikirja. Oppimisanalytiikan keskus, Turun yliopisto. https://www.oppimisanalytiikka.fi/ville/funa/manuals/funa-db-manual-fi/

Metsämuuronen, J. (2023). Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa III. Syventäviä analyyseja matematiikan 9. luokan arvioinnista keväällä 2021. Julkaisut 31:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J., Holm, M., & Räsänen, P. (2023). Matematiikassa heikoimmin suoriutuvien oppilaiden erityiskysymyksiä. Teoksessa J. Metsämuuronen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa IV. Opettajat ja poikkeuksellisen heikosti ja hyvin suoriutuneiden oppilaiden osaaminen ja akateemiset tunteet matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 84–127). Julkaisut 32:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. & Nousiainen, S. (2021). Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa. Matematiikan osaaminen 9. luokan lopussa keväällä 2021. Julkaisut 27:2021. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. https://karvi.fi/wp-content/uploads/2023/03/KARVI_0523.pdf

Metsämuuronen, J. & Nousiainen, S. (toim.) (2023) Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021. Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. https://karvi.fi/wp-content/uploads/2023/03/KARVI_0523.pdf

Metsämuuronen, J., & Suomilammi, M. (2023). Kolmen kansallisen populaation keskeiset erottelevat piirteet sekä heikkojen ja parempien oppilaiden osaamisen rajapintatarkastelua. Teoksessa J. Metsämuuronen & S. Nousiainen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 127–172). Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Niemi, L. H. L., & Metsämuuronen, J. (2023). Matematiikassa parhaiten suoriutuneiden oppilaiden erityispiirteitä. Teoksessa J. Metsämuuronen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa IV. Opettajat ja poikkeuksellisen heikosti ja hyvin suoriutuneiden oppilaiden osaaminen ja akateemiset tunteet matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 128–154). Julkaisut 32:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Nousiainen, S., Kivistö, A., & Metsämuuronen, J. (2023). Opettajan toiminta päättövaiheen matematiikan osaamisen valossa. Teoksessa J. Metsämuuronen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa IV. Opettajat ja poikkeuksellisen heikosti ja hyvin suoriutuneiden oppilaiden osaaminen ja akateemiset tunteet matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 19–52). Julkaisut 32:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Salonen, R. V. (2023). Tunteiden mittaaminen matematiikan arvioinnissa—Tunnemittari, uskomukset ja kontrolli–arvo-teoria. Teoksessa J. Metsämuuronen & S. Nousiainen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 173–189). Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Salonen, R. V., Haataja, E. S. H., & Hannula, M. S. (2023). Tunteiden rooli yhdeksäsluokkalaisten matematiikan osaamisessa ja kokemuksissa matematiikan opetuksesta. Teoksessa J. Metsämuuronen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa IV. Opettajat ja poikkeuksellisen heikosti ja hyvin suoriutuneiden oppilaiden osaaminen ja akateemiset tunteet matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 53–83). Julkaisut 32:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

2

Opettajan toiminta päättövaiheen matematiikan osaamisen valossa

Saara Nousiainen, Karvi
Anne Kivistö, Espoon kaupunki
Jari Metsämuuronen, Karvi

2

- Yhteensä 281 opettajaa osallistui tiedonkeruuseen. Näiden opettamia oppilaita oli aineistossa noin 10 000.
- Opetusryhmän koko on yhteydessä osaamistuloksiin: 17–25 oppilaan ryhmässä oppilaat menestyivät paremmin kuin tätä pienemmissä tai suuremmissa oppilasryhmissä. Myös yhteysopettajuus on yhteydessä korkeampaan osaamisen tasoon: osaaminen on systemaattisesti matalammalla tasolla, jos yhteistyötä tehdään erittäin harvoin.
- Opettajien mukaan matematiikan taidoiltaan heikoille oppilaille toimivimpia keinoja olivat menetelmät, joissa oppilas sai yksilöllisempää huomiota ja ohjausta, tukiopetusta, erityisopettajan tukea luokassa tai opiskelua ainakin osittain pienryhmässä. Vastaavasti matematiikan taidoiltaan erityisen taitavien oppilaiden kanssa toimivimpia keinoja olivat opettajien mukaan ylöspäin eriytettyjen tehtävien tarjoaminen sekä tehtävien määrän lisääminen sekä mahdollisuus edetä joustavasti muun ryhmän edelle omaa tahtia.
- Annettujen kotitehtävien tarkistamisella on myönteinen vaikutus oppilaiden matematiikan osaamiseen. Oppilaat, joiden opettajat eivät tarkistaneet annettuja kotitehtäviä, menestyivät matematiikassa heikommin kuin ne oppilaat, joiden opettaja tarkisti läksyt vähintäänkin joskus, ja menestyivät myös heikommin kuin oppilaat, joille ei annettu kotitehtäviä.
- Koulujen tietotekninen varustelu vaihtelee ympäri Suomen ja laitteiden saatavuus vaihtelee tilanteesta, jossa jokaisella oppilaalla on oma henkilökohtainen laite, tilanteeseen, jossa yhtä laitetta kohti on laskennallisesti useampi käyttäjä. Opettajat valtaosin kokivat kuitenkin laitteiden saatavuuden olevan hyvä heidän koulussaan. Opettajat ottivat ison digiloikan koronapandemian aiheuttaman etäopetuksen myötä. Opettaja-aineiston perusteella teknologiaa on käytetty osana opetusta ainakin joskus.

2.1 Johdanto

Opettajan rooli nykykoulussa on huomattavan erilainen kuin se oli vielä 20–30 vuotta sitten. Opettajana olemisen merkitys on muuttunut, oppilaat ovat muuttuneet, perheet ovat muuttuneet ja maailma opettamisen ympärillä on muuttunut. Osansa opettajuuden muutoksessa on myös vuosien 2020–2021 koetulla COVID-19 pandemialla, joka edesauttoi opettajia ottamaan pidempiä askeleita digitaalisen opettamisen maailmaan. Näitä seikkoja pohditaan seuraavassa kirjallisuuden avulla.

2.1.1 Opettajuus muutoksessa

Viimeisten 70 vuoden aikana on tapahtunut opiskelun ja opettamisen historiassa ennen näkemätön muutos ajattelussa sen suhteen, mitä katsotaan tavoiteltavaksi opiskeluksi ja osaamiseksi, ja vastaavasti, mikä katsotaan hyväksi opettamiseksi. Ennen kognitiivisten tieteiden vallankumousta (ks. kognitiivisen psykologian pioneerit Broadbent, 1958 ja Miller, 1956; kognitiivisen lingvistiikan pioneeri Chomsky, 1957; konstruktivististen oppimisteorioiden pioneerit Bruner, Goodnow, & Austin, 1956 ja Piaget, 1929 sekä sosiokonstruktivismin pioneeri Vygotsky,1925), hyvä osaaminen oli pitkälti sitä, että oppilas oppi ulkoa, mitä opetettavaksi määrättiin, ja hyvä opettaja oli sellainen, joka osasi opettaa niin, että oppilas oppi ulkoa sen, mitä pitikin oppia. Keskeistä oli asioiden ulkoa muistaminen. Konstruktivistinen vallankumous ja erityisesti Jerome Brunerin vaikuttavat teokset (mm. Bruner ym., 1956 *"A Study of Thinking"*; 1960 *"The Process of Education"*; 1961 *"The Act of Discovery"*; 1966 *"Toward a Theory of Instruction"*; 1986 *"Actual Minds, Possible Worlds"*) valtavirtaistivat ajattelun, että ulkoa opettelun merkityksellisyyden sijaan oppijat rakentavat oman ymmärryksensä ja tietonsa maailmasta kokemusten kautta ja reflektoimalla näitä kokemuksia. Dyffy ja Cummingham (1996, s. 177) ilmaisevat asian seuraavasti: *"learning is an active process of constructing rather than acquiring knowledge"*.

Konstruktivistiset tai sosiokonstruktivistiset oppimisteoreettisen lähestymistavat ovat käytännössä syrjäyttäneet aiemmat teoreettiset viitekehykset kuten esimerkiksi naturalistiset ja behavioristiset viitekehykset. Konstruktivismi antoi perusteluja sille, että oppilas on aktiivinen tiedon etsijä aiemman passiivisen vastaanottajan sijaan. Konstruktivismi on myös antanut teoreettisesti rikkaan kasvualustan erilaisille tutkimuksellisille lähtökohdille (ks. kirjallisuutta mm. Metsämuuronen & Räsänen, 2018). Viimeisimmissä perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa sosiokonstruktivistisuus näkyy niin, että oppija nähdään aktiivisena tiedon rakentajana. Oppilas oppii asettamaan itselleen tavoitteita sekä ratkaisemaan ongelmia yksin ja yhdessä muiden kanssa. (OPH, 2014, s. 17.) Oppijan näkökannalta "passiivinen vastaanottaja" on nyt "aktiivinen etsijä" ja "tiedon rakentaja".

Kun ajattelu oppijasta aktiivisena tiedon kartuttajana ja muodostajana on valtavirtaistanut, tällä on tietenkin ollut vaikutusta myös opettajan rooliin oppimisprosessissa. Oppimisfilosofi Gerd Biestan (2013; 2016) ajattelussa opettajalla on oppijaan nähden kaksi roolia. Yhtäältä oppija voi oppia opettajalta (*"learning from" a teacher*) ja toisaalta opettaja voi opettaa oppilasta perinteiseen tapaan (*"being taught by" a teacher*). Ensin mainitussa tapauksessa opettaja toimii oppilaalle resurssina, mentorina tai oppaana elämän pituisella matkalla, jossa opettaja itsekin on oppija, ja jälkimmäisessä tapauksessa opettaja on perinteisessä roolissa opettamassa oppilaista ja välittämässä tärkeiksi katsottuja tiedon osasia seuraavalle sukupolvelle. Molemmat näkökulmat ovat tietenkin tärkeitä, mutta näistä ensin mainittu on nykykoulussa painottuneempi ja jälkimmäinen rooli painottuu enenevässä määrin opetusmateriaaleissa ja sopiviksi katsotuissa oppikirjoissa; opetusmateriaalista ja oppikirjan kirjoittajasta tulee "opettaja" (Metsämuuronen & Räsänen, 2018).

Paradigman muutoksella on merkitystä myös siltä näkökannalta, millaisia didaktisia ja pedagogisia ratkaisuja opettaja painottaa opetuksessaan. Koskinen (2016) jakaa matematiikan opetuskäytänteet konkreettisiin, kontekstuaalisiin ja sosiaalisiin, ja tästä näkökulmasta asiaa tarkastelevat toisessa artikkelissa Salonen, Haataja ja Hannula (2023). Tässä mallissa konkreettisten opetuskäytänteiden keskiössä ovat työvälineet, kontekstuaalisten opetuskäytänteiden keskiössä on ongelmalähtöinen reaalimaailman ilmiöiden tarkastelu ja sosiaaliset opetuskäytänteet nojaavat vahvasti sosiokonstruktivistiseen näkemykseen oppimisesta. Opetuskäytänteet eivät ole toisiaan poissulkevia, joten kaikkien kolmen esiintyminen luokkahuoneessa sekä opetuksessa on mahdollista (ks. Koskinen & Pitkäniemi, 2020).

Karvin opettajakyselyssä on toistuvasti tarkasteltu pedagogista näkökulmaa opettajuuteen, mutta mikään pedagogisista tai didaktisista käytänteistä ei ole selkeästi yhdistynyt parempiin oppimistuloksiin, tai vaikutukset ovat olleet hyvin pieniä (ks. mm. kuudesluokkalaisten osalta Vainionpää & Joutsenlahti, 2010; yhdeksäsluokkalaisten osalta Hannula & Oksanen, 2013; toisen asteen oppilaiden osalta Metsämuuronen, 2017).

2.1.2 Opettajan vaikutus osaamiseen ja opettajaefekti

Toinen näkökulma opettajuuteen tulee opettajan vaikutuksesta osaamisen kasvuun. Kansainvälisissä meta-arvioinneissa on havaittu, että oppilaaseen itseensä liittyvät tekijät selittävät osaamisen vaihtelusta noin 50 prosenttia ja opettajatekijät noin 30 prosenttia (ks. Hattie, 2003, 2017; Hattie, Masters, & Birch, 2015). Myös toisaalla samaa aineistoa koskevassa raportissa opettajatekijöillä oli itsenäisinä tekijöinä noin 30 prosentin selitysvoima, mutta jos ne lisättiin oppilasmuuttujiin, niiden lisäselitysosuus oli vain 2,3 prosenttia (Metsämuuronen, 2023).

Opettajan efektiä on joskus vaikea erottaa koulun tai luokan efektistä, sillä harvoissa kouluissa on yhden oppiaineen opettajia niin paljon, että saataisiin aikaan kolmitasoisia mallituksia (oppilastaso–opettajataso–koulutaso). Selitysosuus on selvästi suurempi kuin koulun efekti (8 %), joskin molemmat ovat selvästi matalampia kuin mitä Suomen tyyppiselle maalle OECD-maissa on laskettu keskiarvoksi (20 %; Freeman & Viarengo, 2014).

Se, että Suomessa koulun ja opettajan efekti on varsin pieni, seuraa teknisesti siitä, että kaikissa kouluissa on sekä hyvin että heikosti suoriutuvia oppilaita. Suomessa koulujärjestelmä ei ole eriytynyt ”hyviin” ja ”huonoihin” kouluihin, ja koulusta riippumatta oppilaan osaaminen on valtaosin samantasoista. Se, että luokan (tai opettajan) efekti on korkeampi kuin koulun efekti, on toisinaan nähty negatiivisena seikkana (mm. Hautamäki, 2010; Kupiainen, 2016, 2018); erityisesti painotetun opetuksen luokille näyttää hakeutuvan satunnaiseen nähden enemmän samankaltaisempia oppilaita, joille yhteistä on perheen korkeampi sosioekonominen tausta. Itse ilmiö näkyy kuitenkin myös kouluissa, joissa painotetun opetuksen luokkia ei ole, kuten edellä todettiin.

Keskustelu Suomen korkeasta sijoituksesta PISA-tutkimuksissa vuosituhannen alkuvuosina on laantunut. Tuolloin syitä tai selityksiä hyvälle menestykselle etsittiin mm. opettajien korkeasta ammattitaidosta (mm. Kansanen, 2003; Niemi, 2011, 2010; Niemi & Jakku-Sihvonen, 2011; 2006; Sahlberg, 2011a, 2011b; Schleicher, 2011). Hiljattaisessa Sivistyskatsauksessa asiaa problematisoitiin seuraavasti (Kalenius, 2023, s. 125):

> Luokanopettajakunnan maisterivaltaistuminen on pääosin tapahtunut vasta 2000-luvulla, kun oppimistulokset ovat olleet laskussa. Myös opettajan ammatin arvostuksen nousu 1990- ja erityisesti 2000-luvuilla tapahtuu liian myöhään selittämään oppimistulosten nousukehitystä.

On tietenkin selvää, että ilman ammattitaitoisia opettajia matematiikan osaaminen ei olisi Suomessa niin korkealla tasolla kuin se nyt on. Opettajan panos voi olla merkittävää erityisesti heikosti suoriutuvien oppilaiden tukemisessa ja ohjaamisessa.

2.1.3 Digitaalisuuden tuomat haasteet ja mahdollisuudet opetuksessa

Kolmas näkökulma opettajuuteen tulee sen muuttumisesta digitaalisessa ympäristössä. Tässä artikkelissa käsitellään aineistoa, joka on koottu ”COVID-19-pandemian varjossa” eli aikana, jolloin käynnissä vielä oli globaali, kaikkiin yhteiskuntiin ja myös suomalaiseen koulutusjärjestelmään vaikuttanut pandemia. Yhdistyneiden kansakuntien arvion mukaan pandemian aiheuttama kriisi ”aiheutti historian suurimman häiriön koulutusjärjestelmissä” ja pahensi ”olemassa olevia koulutuseroja vähentämällä monien heikoimmassa asemassa olevien lasten, nuorten ja aikuisten – köyhillä tai maaseutumaisilla alueilla asuvien, tyttöjen, pakolaisten, vammaisten ja pakkosiirrettyjen yksilöiden – mahdollisuuksia jatkaa oppimistaan ” (YK, 2020, s. 2). OECD:n arvion mukaan ”kriisi on paljastanut monia puutteita ja epätasa-arvoa koulutusjärjestelmissämme – laajakaistayhteyksistä ja verkko-opetukseen tarvittavista tietokoneista ja oppimisen tukeen tarvittavista ympäristöistä aina resurssien ja tarpeiden väliseen ristiriitaan” (Schleicher, 2020, s. 4).

Metsämuuronen ja Lehikko (2022) arvioivat COVID-19-pandemian vaikutuksia teknologisiin valmiuksiin liittyvän digiloikan näkökannalta. He huomauttavat, että Pohjoismaissa monet opettajat olivat tehneet digiloikan jo ennen COVID-19-pandemiaa (ks. TALIS, 2018), mutta pandemia vauhditti asiaa oleellisesti, sillä lähiopetusta ei pystytty antamaan läheskään kaikissa kouluissa (ks. mm. Lavonen & Salmela-Aro, 2022). Monien opettajien piti siis opetella täysin uudenlainen tapa opettaa ja pitää yhteyttä oppilaisiinsa. Karvin pandemia-aikaa koskevassa arvioinnissa havaittiin, että osa oppilaista ja opettajista ei ollut tähän valmiita (Goman ym., 2021), ja samaa raportoitiin OECD:n Pohjoismaita koskevissa maaraporteissa (ks. OECD, 2020a–2020e). Kaikkiaan kuitenkin Suomen arveltiin selvinneen pandemiasta paremmin kuin monen muun maan (Metsämuuronen & Lehikko, 2022).

Digiloikka mahdollistaa uudenlaisia mahdollisuuksia opetuksen tehostamiseen ja oppimisen varmistamiseen. Yksinkertaisimmillaan kyse on digitaalisen oppimateriaalin käytöstä, jota käsitellään tulososassa. Kehittyneempänä digitaalisuus vaikuttaa koko opetuksen suunnitteluun. Metsämuuronen ja kollegat (2023) pohtivat digitaalisuuden tulevaisuutta opettajuuden näkökannalta ja Metsämuuronen ja Lehikko (2022) tasa-arvon näkökannalta, ja joitain seikkoja nostetaan tässä näiden pohjalta.

Eräs digitaalisen opetuksen käytännön sovellus on ns. *blended learning-* eli sulautuvan tai yhdistelevän opetuksen tai oppimisen tuomat mahdollisuudet. Sulautuva oppiminen viittaa muodollisen oppimisen ja opettamisen tapaan, jossa opetusta tarjotaan sekä perinteisen henkilökohtaisen opetuksen että verkkomedian kautta. Työskentely, jossa sopivasti yhdistellään verkkomateriaaleja ja läsnäoloa tulee todennäköisesti olemaan ainakin osa koulutuksen ratkaisuja tulevaisuudessa (Metsämuuronen ym. 2023).

Toinen digitaalisuuteen ja tulevaisuuden opettajuuteen liittyvä asia on tekoälyn tuomat mahdollisuudet. Tätä kirjoitettaessa ei vielä tiedetä, mikä on tekoälyn tai älykkäiden algoritmien vaikutus opettajan työhön ja oppimisprosessiin. Tiedetään kuitenkin, että kehitystyö on voimakasta ja kielimalleihin perustuvat sovellukset, joista tätä kirjoitettaessa tunnetuin on *ChatGPT* (Open AI, 2022), ovat jo tulleet osaksi koulutusjärjestelmää.

Yhteenvetona voidaan todeta, että oppimisen voi nähdä konstruktivistisesta näkökulmasta kokonaismallina, jossa oppimiseen vaikuttavat oppijan henkilökohtaiset taustatekijät, oppimisprosessi sekä oppimistulokset. Oppimisprosessi pitää sisällään paitsi oppijan aiemmat taidot ja tiedot myös sen oppimisympäristön, jossa uusia taitoja omaksutaan ja linkitetään osaksi aiempia taitoja. (Tynjälä, 1999.) Tässä artikkelissa tarkastellaan juuri oppimisympäristöön liittyviä tekijöitä osaamisen taustalla, erityisesti opettajan käytäntöjä matematiikan oppitunneilla, käytettyjä opetusmateriaaleja sekä näiden yhteyttä oppilaiden matematiikan osaamiseen vuoden 2021 matematiikan oppimistulosten arviointiaineiston valossa.

2.2 Perustietoja aineistosta

Arvioinnin otokseen kuului yhteensä 12 481 yhdeksäsluokkalaista. Otos koostui kattavasti suomen- ja ruotsinkielisistä kouluista ympäri Suomen, eri AVI-alueilta ja eri kuntatyypeistä (ks. tarkemmin otannan rakentumisesta ja arvioinnin asetelmasta Metsämuuronen & Nousiainen, 2023). Oppilaiden matematiikan osaamisen taso on vertaistettu vuoden 1998 osaamisen tasoon, jolloin keskimääräiseksi tulokseksi asetettiin 500 pistettä. Vuoden 2021 arvioinnissa oppilaiden osaamisen taso oli 452 pistettä (keskihajonta 113,34 pistettä).

Oppilaiden osaamista arvioivien matematiikan tehtävien ja oppilaille suunnatun taustakyselyn lisäksi opetusta ja oppimista koskevaa tietoa kerättiin opettajakyselyllä niiltä opettajilta, jotka opettivat yhdeksäsluokkalaisille matematiikkaa, sekä rehtorikyselyllä otoskoulujen rehtoreilta. Opettajakyselyn avulla kartoitettiin taustatietoja muun maussa opettajan koulutus- ja työhistoriasta, oppituntikäytännöistä ja käytetyistä opetusmateriaaleista. Rehtorikyselyn avulla kerättiin perustietoja oppilaitoksesta, kuten tietoteknisestä varustelusta. Opettajakyselyyn vastasi 281 opettajaa yhteensä 135 eri koulusta. Vastaajista 93 prosenttia oli suomenkielisistä kouluista ja 7 prosenttia ruotsinkielisistä kouluista. Rehtorikyselyyn vastasi 48 prosenttia rehtoreista, heistä 91,4 prosenttia oli suomenkielisistä kouluista ja 8,6 prosenttia ruotsinkielisistä kouluista.

2.3 Tilastolliset menetelmät

Tuloksia kuvataan tilastollisilla perustunnusluvuilla, kuten keskiarvolla ja -hajonnalla, sekä prosenttiosuuksilla vastaajajoukosta. Ryhmien välisten erojen merkitsevyyttä testataan tilastollisin menetelmin. Ryhmien välisten erojen merkitsevyyttä analysoidaan *post hoc* -testauksella (Bonferroni) ja erojen merkittävyyttä kuvataan f-arvolla. Opetusmateriaalien tarkastelun yhteydessä käytetään päätöksentekopuuanalyysia (DTA, *Decision tree analysis*), kun tarkastellaan osaamisen taustalla ilmeneviä tekijöitä. Lisäksi käytetään faktorianalyysiä kartoittamaan erilaisia opettajaprofiileja sekä luokkahuoneulottuvuuksia osaamista selittävänä tekijänä. DTA:a ja faktoreiden rakentumista kuvataan toisaalla (Metsämuuronen & Nousiainen, 2021, 2023).

Koska kaikki opettajat eivät vastanneet opettajakyselyyn, ei jokaiselle oppilaalle saatu tarkkaa tietoa juuri hänen matematiikan opettajansa käytännöistä. Analyysit, joissa tarkastellaan ainoastaan opettaja-aineistoon kohdistuvia ilmiöitä (kuten opettajien taustatiedot, käytetyt opetusmateriaalit tai eriyttämisen keinot), on tehty aineistolla, jossa on vain opettajat (n = 281). Sen sijaan tarkastelut, joissa tutkitaan yhteyttä opettajan toiminnan ja oppilaiden osaamisen välillä, on tehty aineistolla, jossa opettajavastaukset on monistettu niille oppilaille, joita ryhmätunnuksen perusteella tiedetään hänen opettavan. Niille oppilaille, joiden osalta tarkkaa opettajatietoa ei ollut saatavilla, opettajatiedoksi laskettiin opettajien koulukohtainen keskiarvo.

2.4 Kuvailevia tietoja opettajista ja opetusmenetelmistä

2.4.1 Opettajien koulutustausta ja työsuhde

Opettajista suurin osa (77,6 %) oli korkeimmalta koulutukseltaan filosofian maistereita. Kasvatustieteen maistereita oli vastaajista 4,6 prosenttia. Yksittäiset vastaajat mainitsivat korkeimmaksi koulutuksekseen tohtorin tutkinnon (2,1 % vastanneista), kandidaatin tutkinnon (2,1 % vastanneista) tai diplomi-insinöörin tutkinnon (2,8 % vastanneista). Pääaineena matematiikkaa oli opiskellut reilu puolet opettajista (55,5 %) ja fysiikkaa tai kemiaa noin kolmannes (30,2 %). Muita mainittuja pääaineita olivat muun muassa kasvatustiede, biologia ja erityispedagogiikka.

Opettajista valtaosalla (89,0 %) oli muodollinen matematiikan opettajan kelpoisuus. Opettajilla oli myös pitkä työkokemus matematiikan opetuksesta perusopetuksessa. Kaksi viidestä opettajasta (39,1 %) oli työskennellyt matematiikan opettajana perusopetuksessa 16 vuotta tai enemmän, ja yli 10 vuotta työskennelleitä oli 60,8 prosenttia vastaajista. Matematiikan opettajana 2 vuotta tai vähemmän aikaa toimineita oli noin joka kymmenes (9,6 %). Opettajista lähes neljä viidestä (78,3 %) toimi vakituisessa virassa tai työsuhteessa ja alle viidenneksellä (16,0 %) työsuhde oli määräaikainen. Pää- tai sivutoimisessa työsuhteessa toimi alle kymmenesosa (5,7 %) opettajista. Tyypillinen vastaaja oli siis koulutukseltaan pätevä, vakituisessa virassa toimiva matematiikan opettaja, joka oli toiminut pitkään perusopetuksessa.

2.4.2 Opettajien täydennyskoulutus

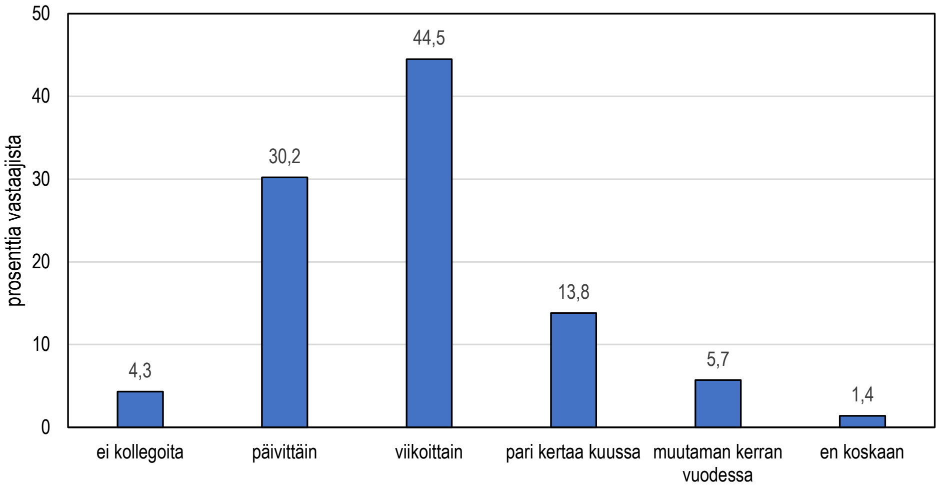
Opettajien suorittaman täydennyskoulutuksen määrä vaihteli aineistossa hyvin paljon. Reilu neljännes (27,8 % vastaajista) ei ollut edellisen kolmen vuoden aikana osallistunut täydennyskoulutukseen lainkaan, kun taas noin 2,1 prosentille vastaajista täydennyskoulutuspäiviä oli kolmen edellisen vuoden aikana kertynyt yli 30, enimmillään yksittäisillä vastaajilla jopa yli 200. Keskimäärin täydennyskoulutuspäiviä oli kolmen viime vuoden aikana kertynyt opettajalle 6,72 (keskihajonta 21,72), mutta yksittäisten opettajien suuri täydennyskoulutuksen määrä nostaa keskiarvoa voimakkaasti. Tyypillisimmin täydennyskoulutuspäiviä ei ollut yhtäkään (moodi 0, mediaani 2). Oman oppiaineen opetukseen liittyvään täydennyskoulutukseen osallistuttiin vieläkin vähemmän. Kaksi viidestä opettajasta (40,6 %) kertoi, ettei ollut osallistunut oman aineen täydennyskoulutukseen kolmen edellisen vuoden aikana lainkaan. Keskimäärin oman oppiaineen täydennyskoulutuspäiviä oli 4,61 (keskihajonta 15,09), mutta aineiston moodi ja mediaani olivat 0, mikä kertoo siitä, että täydennyskoulutuspäiviä todellisuudessa on hyvin vähän.

2.4.3 Yhteistyö kollegoiden kanssa

Opettajalle kertyy ammatillista pääomaa, jonka Hargreaves ja Fullan (2013) näkevät koostuvat kolmesta elementistä: inhimillisestä pääomasta, jolla tarkoitetaan omaan opetukseen liittyviä tietoja ja taitoja; päätöksentekokyvystä, jonka avulla opettaja tekee pedagogisia ratkaisuja esimerkiksi kulloinkin sopivasta opetusmenetelmästä; ja sosiaalisesta pääomasta, jota opettaja kartuttaa juuri yhteistyön kautta. Hargreaves ja Fullan (2013) näkevät, että panostaminen juuri sosiaaliseen pääomaan on avain vaikuttavaan opetukseen, ja opettajien toiminen yhteistyössä edistää oppilaiden yksilöllisiin tarpeisiin vastaamista. Suomessa opettajan työtä ohjaavat perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet, ja vuonna 2016 käyttöön otettu perusopetuksen opetussuunnitelma edellyttää opettajilta aiempaa enemmän yhteistyötä paitsi kodin ja ulkopuolisten tahojen kanssa myös koulun sisällä. Koulun sisällä tapahtuvan henkilöstön välisen yhteistyön katsovaan edistävän koulun kasvatus- ja opetustavoitteita, ja aikuisten välisen yhteistyön nähdään olevan esimerkki myös oppilaille yhteistyössä toimimisesta. Lisäksi sen nähdään olevan keskeistä monialaisten oppimiskokonaisuuksien sekä arvioinnin toteuttamisessa. (OPH 2014.)

Yhteistyön määrä

Arvioinnin kyselyyn vastanneista matematiikan opettajista lähes puolet (44,5 %) teki viikoittain yhteistyötä muiden koulunsa matematiikkaa opettavien opettajien kanssa ja päivittäistä yhteistyö oli jopa kolmanneksella (30,2 %) opettajista. Yksittäisissä kouluissa (4,3 %) ei opettajalla ollut lainkaan oman oppiaineen kollegoita, joiden kanssa yhteistyötä olisi voitu tehdä. Toisaalta myös yksittäiset vastaajat (1,4 %) eivät tehneet yhteistyötä koskaan, vaikka kollegoja olisi ollutkin (Kuvio 1).



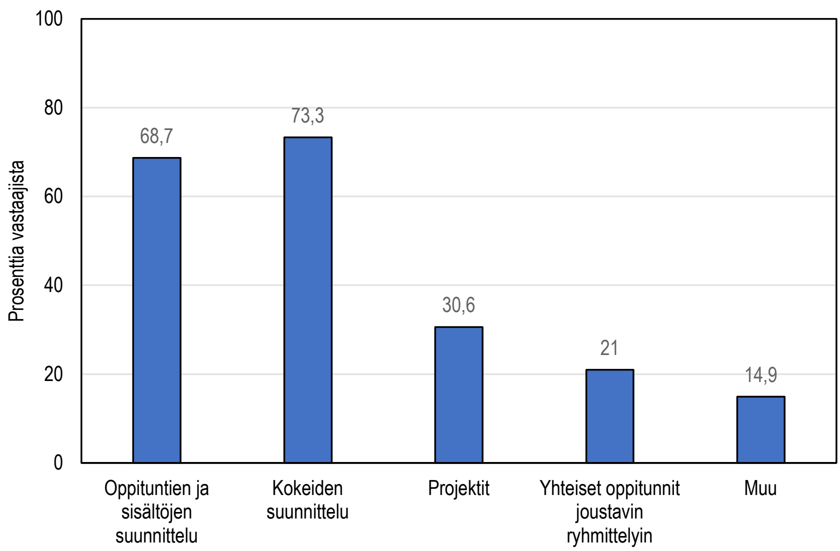
KUVIO 1. Yhteistyön määrä muiden matematiikan opettajien kanssa (n = 281)

Kun tarkasteltiin yhteistyön määrää suhteessa oppilaiden osaamiseen, huomattiin että osaamisen taso oli merkitsevästi matalampi niillä oppilailla, joiden opettajat tekivät yhteistyötä vain muutamia kertoja vuodessa (421) tai ei lainkaan (384), verrattuna niihin oppilaisiin, joiden opettajat tekivät viikoittain yhteistyötä muiden matematiikan opettajien kanssa (461). Myös kuukausittain yhteistyötä tekevien opettajien oppilaat menestyivät tilastollisesti merkitsevästi paremmin (455) kuin yksittäisiä kertoja vuoden aikana tekevien opettajien oppilaat tai oppilaat, joiden opettajat eivät tehneet yhteistyötä. Huomattavaa on myös, että oppilaat, joiden opettajat tekivät päivittäistä yhteistyötä muiden matematiikan opettajien kanssa, menestyivät tilastollisesti merkitsevästi heikommin (449) kuin ne oppilaat, joiden opettajat tekivät vain viikoittaista yhteistyötä. Ero minkään ryhmien välillä ei kuitenkaan ollut merkittävän suuri (f = 0,06; deflaatiokorjattuna f_{DC} = 0,07), mikä seuraa siitä, että äärimmäisen vähän yhteistyötä tekeviä opettajia on vähän. Vaikka osaamisen ero erittäin harvoin ja vähintään kerran kuussa yhteistyötä tekevien opettajien oppilaiden välillä ei ole merkittävä, sillä on systemaattinen luonne: se tulee esiin huoltajien koulutustaustasta ja koulun sijainnista huolimatta sekä niin pienryhmäopetukseen osallistuneilla että suuremmassa ryhmässä opiskelleilla.

Yhteistyön muodot

Yhteistyön muotoja on monia, ja muun muassa Little (1990) on opettajien välistä yhteistyötä tehneitä tutkimuksia kartoittamalla listannut näistä muutamia yleisimpiä. Yksi keskeinen ja yleinen yhteistyön muoto on opettajien välinen keskustelu opetukseen liittyen. Opettajat lisäksi suunnittelevat ja valmistelevat opetusta yhdessä, minkä nähdään vähentävän opettajien itsenäisen työn määrää ja toisaalta kartuttavan opetukseen liittyvien ideoiden ja materiaalien varastoa. Toisten opettajien työn havainnointi on niin ikään tapa tehdä yhteistyötä ja kartuttaa omaa osaamistaan, joskin Suomessa havainnointi lienee harvinaisempaa yhteistyömuotojen joukossa. (Little, 1990.) Toisaalta suomalaisissa tutkimuksissa yhteisopettajuus (tai samanaikaisopettajuus) on nostettu merkittäväksi yhteistyön muodoksi ja keinoksi erilaisten oppilaiden oppimistapojen ja tuen tarpeiden huomioimisessa (Pulkkinen & Rytivaara, 2015). Pulkkisen ja Rytivaaran tutkimuksen tulokset osoittivat, että opettajat kokivat yhteisopettajuuden lisäävän oppilaiden turvallisuuden tunnetta luokassa ja toisaalta opettajat kokivat saavansa paljon enemmän ideoita ja jaksamista verrattuna yksin opettamiseen.

Arvioinnin kyselyyn vastanneet opettajat tekivät yhteistyötä niin ikään monin eri tavoin (Kuvio 2). Eniten yhteistyötä tehtiin oppituntien sisältöjen (68,7 % opettajista) ja kokeiden (73,3 %) suunnittelutyössä. Yhteisiä oppitunteja vaihtelevin ryhmittelyin piti noin viidennes (21,0 %) opettajista ja yhteisiä projekteja toteutti noin kolmannes opettajista (30,6 %). Muita mainittuja yhteistyön muotoja oli Littlenkin mainitsemat yhteiset pedagogiset keskustelut kollegoiden kanssa sekä yhdessä ideointi ja ideoiden sekä materiaalien jakaminen toisten opettajien kanssa. Lisäksi oppilasarviointiin ja sen yhtenäistämiseen liittyen tehtiin yhteistyötä, mikä tukee oppilaiden tasa-arvoista ja yhdenvertaista arviointia. Aiemmissakin matematiikan oppimistulosarvioinneissa on havaittu, että arvosanojen antaminen ei ole yhtenevää, vaan samalla osaamisen tasolla oppilaat voivat saada hyvin eri arvosanan, ja juuri tähän epäsuhtaan uusien päättöarvioinninkriteereiden toivotaan tuovan parannusta (mm. Metsämuuronen & Nousiainen, 2021; Julin & Rautopuro, 2016; ks. myös Metsämuuronen, 2023).



KUVIO 2. Opettajien välisen yhteistyön muodot (n = 281)

2.4.4 Oppilasryhmittelyt

Opetus- ja kulttuuriministeriön laatimien perusopetuksen laatukriteereiden (OKM, 2012) mukaan opetusryhmän suositeltava koko on keskimäärin 20–25 oppilasta, ja opetusryhmiä suunniteltaessa on hyvä huomioida esimerkiksi erityisen tuen tarpeisten määrä sekä eri kieli- ja kulttuuriryhmistä tulevien määrä, ja tarvittaessa pienentää ryhmäkokoa. Ryhmäkokojen tulee olla sellaisia, että opettajalla on mahdollisuus seurata oppilaiden oppimista ja tukea sitä yhdessä esimerkiksi kotien kanssa. Ryhmäkokoa ei kuitenkaan ole Suomessa lailla määritelty tai sen suuruutta rajattu, vaan opetusryhmät rakennetaan kouluissa monen tekijöiden huomioimisen seurauksena.

Suurin osa opettajista kertoi matematiikan opetusryhmän koon olevan 17–25 oppilasta (69,8 %). Noin viidennes (21,7 %) kertoi opetusryhmässä olevan 10–16 oppilasta ja pieniä alle 10 oppilaan ryhmiä oli vain 6,4 prosentilla opettajista (Taulukko 1). Vain yksittäiset opettajat (2,2 %) kertoivat että opetusryhmässä oli enemmän kuin 26 oppilasta. Kun tarkasteltiin oppilasryhmän koon yhteyttä osaamisen tasoon, huomattiin että ryhmien välillä on eroa (p < 0,001), joskaan ero ei ole merkittävän suuri (f = 0,08). Oppilaat, jotka opiskelivat alle 10 oppilaan ryhmässä (406) menestyivät tilastollisesti merkitsevästi heikommin kuin oppilaat, jotka opiskelivat 10-16 oppilaan ryhmässä (443; p = 0,016) tai 17–25 oppilaan ryhmässä (459; p < 0,001). Alle 10 oppilaan ryhmät ovat kuitenkin harvinaisia ja usein ne ovat pienryhmiä juuri oppilaille, joilla muutoinkin on oppimisessaan haasteita. Tämän vuoksi tulos on ymmärrettävä. Oppilaat, jotka opiskelivat 17–25 oppilaan ryhmässä menestyivät tilastollisesti merkitsevästi paremmin kuin oppilaat kaikissa muissa ryhmissä (p < 0,020), pois lukien yli 33 oppilaan ryhmät, joita raportoitiin vain yhdestä koulusta eikä vertailu siksi ole mielekäs.

Taulukko 1. Opetusryhmän koko opettajan raportoimana (n=281) ja arvioinnista saatu keskimääräinen pistemäärä opetusryhmän koon mukaan luokiteltuna (n=9549 oppilasta)

Opetusryhmän koko	osuus opettajista	arvioinnista saatu pistemäärä
alle 10	6,40 %	406
10–16	21,70 %	446
17–25	69,80 %	459
26–32	1,80 %	428
33 tai enemmän	0,40 %	443

Opettajilta kysyttiin myös, opiskelevatko oppilaat samoissa kiinteissä ryhmissä matematiikkaa. Lähes kaikki (97,5 %) vastasivat, että oppilaat ovat kiinteissä ryhmissä. Yksittäiset opettajat (2,5 %) kertoivat, että oppilaat saattoivat vaihtaa ryhmästä toiseen. Toisaalta juuri tämä kysymys ei pitänyt sisällään sitä, opettavatko opettajat esimerkiksi samanaikaisesti matematiikkaa muiden matematiikan opettajien kanssa, jolloin oppilaita voidaan joustavammin ryhmitellä eri opettajien välillä esimerkiksi tarvittavan tuen tarpeen tai vaikkapa oppimistyylin mukaan.

Opettajilta tiedusteltiin erillisellä kysymyksellä, kuinka paljon he käyttävät opetuksessaan samanaikaisopetusta, joustavia opetusryhmiä, ryhmäjakotunteja tai yhdysluokkaopetusta (Taulukko 2). Samanaikaisopetusta vähintään viikoittain toteutti kaksi viidestä (42 %) opettajasta, kun taas reilu kolmannes (34,5 %) ei ollut käyttänyt sitä lainkaan. Joustavia opetusryhmittelyjä käytettiin niin ikään vaihtelevasti: noin kolmannes (33,4 %) hyödynsi joustavia opetusryhmittelyjä vähintään viikoittain, mutta kaksi viidesosaa (43,8 %) ei käyttänyt niitä lainkaan.

TAULUKKO 2. Opettajien (n = 281) käyttämät oppilasryhmittelyt

	samanaikaisopetus	joustavat opetusryhmät	ryhmäjakotunnit	yhdysluokkaopetus
aina tai lähes aina	12,8 %	14,9 %	3,2 %	3,2 %
viikoittain	29,2 %	18,5 %	8,9 %	0,4 %
kuukausittain	6,4 %	5,7 %	3,6 %	0,0 %
harvemmin	17,1 %	17,1 %	10,3 %	6,8 %
en ollenkaan	34,5 %	43,8 %	74,0 %	89,7 %

Opettajat saivat avovastauksessa mainita ylläolevien lisäksi myös muita ryhmittelytapoja, joita he käyttävät opetuksessaan. Joissain vastauksissa täsmennettiin joustavia opetusryhmittelyjärjestelyjä. Joidenkin vastausten mukaan ryhmän oppilaat saavat vapaasti esimerkiksi oppimistyylinsä mukaan valita, kenen opettajan oppitunnilla opiskelee milloinkin, sillä matematiikan oppitunnit ovat kaikilla ikäluokan oppilailla samaan aikaan. Joissain kouluissa esimerkiksi erityisen tuen tarpeisia oppilaita kootaan joillakin tunneilla eri opetusryhmistä pienemmäksi ryhmäksi opiskelemaan. Useamman luokkatilan ollessa käytössä, tilajakoja hyödynnettiin oppilaiden ryhmittelyssä. Monessa avovastauksessa mainittiin myös erityisopettajan olevan joillakin oppitunneilla luokassa toisena opettajana auttamassa erityisesti tukea tarvitsevia oppilaita. Samanaikaisopetuksen hyödyt oppilaiden yksiöllisten piirteiden ja tuen tarpeen huomioimiseen on tunnistettu, kuten aiemmin edellä todettiin. Tämän vuoksi olisi hyödyllistä huomioida opettajien mahdollisuudet sen toteuttamiseen esimerkiksi juuri lukujärjestystä laadittaessa ja toisaalta huomioitava myös mahdollisuus yhteisen toiminnan suunnitteluun.

Opettajia pyydettiin myös arvioimaan saamansa resurssin riittävyyttä. Opettajista reilu viidennes (22,1 %) koki, että tarvitsisi luokkaansa resurssiopettajan, mutta sellaista ei ollut saatavilla. Reilu neljännes (28,1 %) kuitenkin sai tarvittaessa ainakin jonkin verran resurssiopettajan tukea ja vastaajista 5,0 % oli tyytyväisiä käytössään olevan resurssiopettajaresurssin määrän. Ottaen huomioon samanaikaisopetuksen hyödyt, on yllättävää, että yli puolet (52,0 %) opettajista koki, ettei tarvitse samanaikaisopettajaa. Joka kymmenes (12,5 %) opettaja puolestaan olisi toivonut voivansa toteuttaa opetusta samanaikaisopetuksella, mutta ei saanut samanaikaisopettajaa parikseen. Joka kymmenes (10,0 %) oli tyytyväinen samanaikaisopetuksen riittävyyteen. Opettajista lähes puolet (45,9 %) koki, että heillä on ainakin jonkin verran mahdollisuuksia joustaviin ryhmittelyihin matematiikan opetuksessa, kun taas noin neljännes (24,9 %) koki, että haluaisi käyttää joustavia ryhmittelyjä, mutta se ei ollut mahdollista. Reilu neljännes (29,2 %) ei puolestaan kokenut tarvetta joustaville ryhmittelyille.

2.4.5 Eriyttämisen keinot matematiikan opetuksessa

Eriyttämistä on määritelty monin eri tavoin, mutta niissä kaikissa yhdistyy ennen kaikkea keskeisenä oppilaiden yksilöllisten tarpeiden huomioiminen. Toiset määrittelyt näkevät eriyttämisen suppeampana toimintana, johon kuuluu yksittäiset luokkahuonekäytännöt sekä pedagogiset ratkaistut, joiden avulla huomioidaan oppilaiden erilaiset tarpeet, oppimistyylit ja kiinnostuksen kohteet luokkahuonetoiminnassa (Benjamin, 2002). Usein eriyttämisessä huomioidaan pääasiassa oppilaiden erilaiset taitotasot ja suhteutetaan opetus oppilaiden kykyjen ja taitojen tason mukaan silloin, kun huomataan esimerkiksi ongelmia lapsen oppimisessa. Toisissa määrittelyissä eriyttäminen nähdään puolestaan laajempana toimintana, jossa eriyttämistä toteutetaan myös laajemmin ryhmän ja koko koulun tasolla ja on taustalla kaikessa opetuksen suunnittelussa, ei ainoastaan yksittäiseen oppilaaseen kohdistuen (Roiha & Polso, 2020).

Eriyttäminen nousi opetustyön keskeiseksi elementiksi viimeistään vuonna 2010 voimaan tulleen kolmiportaisen tuen käyttöönoton myötä. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden muutokset ja täydennykset 2010 (OPH, 2011) määrittelee eriyttämisen siten, että opetusmenetelmien tulee perustua oppilaiden ikätason ja oppilaiden erilaisuuden huomioimiseen. Eriyttämistä tulee tehdä niin opiskeltavien sisältöjen laajuudessa, syvyydessä kuin etenemisnopeudessa ja se voi kohdistua muun muassa sisältöihin, työtapoihin, materiaaleihin sekä opiskeltavan sisällön määrään ja niihin käytettyyn aikaan. (OPH, 2011.) Eriyttämisen keinoilla voidaan tarjota oppilaille tukea kolmiportaisen tuen eri vaiheissa ja on siten keskeinen osa myös yleistä tukea, ennen kuin suurempia haasteita oppimisessa kohdataan. Eriyttämisen tulee kohdistua myös taidoiltaan taitavien oppilaiden tukemiseen (ks. myös luku 5; Niemi & Metsämuuronen, 2023).

Arviointiin osallistuneilta opettajilta kerättiin tietoa erilaisten eriyttämisen keinojen toimivuudesta erilaisilla oppijoilla. Opettajilta kysyttiin, kuinka toimiviksi mainitut keinot ovat osoittautuneet matematiikan taidoiltaan heikkojen oppilaiden kanssa ja tulokset näkyvät Taulukossa 3. Opettajien mukaan toimivimpia keinoja useille tai jopa kaikille matematiikan taidoiltaan heikoille oppilaille olivat tukiopetus (ka 4,00), erityisopettajan tuki luokassa (ka 3,97) sekä opiskelu ainakin osittain pienryhmässä (ka 3,87). Sen sijaan vähiten toimiviksi keinoiksi koettiin sähköiset materiaalit (ka 2,69) ja yli neljäsosa (28,8 %) ilmoittikin, ettei ole käyttänyt sähköisiä materiaaleja taidoiltaan heikkojen oppilaiden eriyttämiseen. Alaspäin eriytettyä oppikirjaa pidettiin toiseksi vähiten toimivana keinona (ka 2,99) eikä noin viidesosa (19,2 %) ollut käyttänyt sitä eriyttämiseen heikoille oppilaille. Vastaavasti lähes neljäsosa (23,5 %) kertoi, ettei ollut käyttänyt koulunkäynninohjaajaa tukena luokassa, mutta ne, jotka olivat käyttäneet, pitivät sitä varsin toimivana keinona vähintään useimmille, ellei kaikille oppilaille (53,4 %).

TAULUKKO 3. Eriyttämisen keinot matematiikan taidoiltaan heikkojen oppilaiden kanssa (n = 281)

Kuinka toimiviksi olet kokenut seuraavat eriyttämisen tavat matematiikan taidoiltaan heikkojen oppilaiden kanssa?						
	1 = en ole käyttänyt	2 = ei lainkaan toimiva	3 = vain yksittäisille oppilaille toimiva	4 = useille oppilaille toimiva	5 = kaikille oppilaille toimiva	keski-arvo
tukiopetus	2,5 %	0,4 %	22,1 %	45,2 %	29,9 %	4,00
erityisopettajan tuki opiskelussa	7,5 %	0,4 %	15,3 %	41,3 %	35,6 %	3,97
opiskelu ainakin osittain pienryhmässä	7,1 %	0,4 %	19,6 %	44,1 %	28,8 %	3,87
enemmän aikaa tehtävien tekoon	4,3 %	1,8 %	21,7 %	60,1 %	12,1 %	3,74
alaspäin eriytetyt yksittäiset tehtävät	8,9 %	0,4 %	24,6 %	52,0 %	14,2 %	3,62
konkreettisia apuvälineitä laskemisen tukena	10,3 %	1,1 %	24,9 %	50,2 %	13,5 %	3,56
vähemmän tehtäviä	7,5 %	2,5 %	37,0 %	42,3 %	10,7 %	3,46
koulunkäynnin ohjaajan tuki luokassa	23,5 %	1,1 %	22,1 %	31,7 %	21,7 %	3,27
mahdollisuus täydentää koetta suullisesti	17,8 %	0,7 %	39,5 %	29,9 %	12,1 %	3,18
erillinen työskentelypaikka	14,9 %	0,7 %	44,1 %	32,4 %	7,8 %	3,17
alaspäin eriytetyt kokonaiset tehtäväsarjat	22,8 %	1,4 %	27,4 %	36,7 %	11,7 %	3,13
alaspäin eriytetty oppikirja	19,2 %	3,9 %	42,0 %	28,1 %	6,8 %	2,99
sähköiset materiaalit	28,8 %	5,7 %	38,1 %	22,4 %	5,0 %	2,69

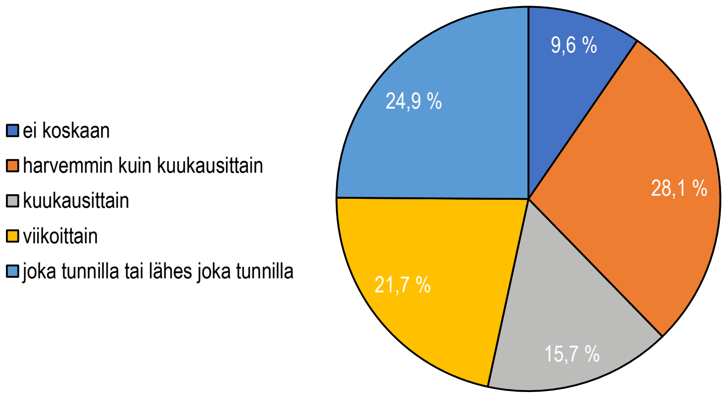
Vastaavasti opettajilta kysyttiin tietoa eriyttämisen keinojen toimivuudesta matematiikan taidoiltaan erityisen taitavien oppilaiden kanssa (Taulukko 4). Toimivimpia keinoja useimmille tai kaikille taitaville oppilaille olivat opettajien mukaan ylöspäin eriytettyjen tehtävien (81,1 % vastaajista; ka 4,08) tai tehtäväsarjojen (56,9 %; ka 3,26) tarjoaminen sekä tehtävien määrän lisääminen (61,2 % vastaajista; ka 3,66). Mahdollisuus edetä joustavasti muun ryhmän edelle opiskeltavissa sisällöissä oli myös toimiva keino useimmille tai kaikille oppilaille (52,3 % vastaajista; ka 3,40). Sen sijaan oli monia keinoja, jotka koettiin toimivana heikkojen oppilaiden kanssa, mutta joko niitä ei ollut käytetty lainkaan taitavien oppilaiden kanssa tai niitä ei ollut koettu toimiviksi. Eriytettyjä oppikirjoja käytettiin selvästi enemmän heikompien oppilaiden kanssa, kun taas ylöspäin eriytettyä oppikirjaa ei niin laajasti ole käytössä. Myöskään erillistä työskentelypaikkaa opiskelulle ei ollut käytetty niin laajasti taitavilla oppilailla kuin heikoilla oppilailla.

TAULUKKO 4. Eriyttämisen keinot matematiikan taidoiltaan erityisen taitavien oppilaiden kanssa (n = 281)

Kuinka toimiviksi olet kokenut seuraavat eriyttämisen tavat matematiikan taidoiltaan erityisen taitavien oppilaiden kanssa?						
	1 = en ole käyttänyt	2 = ei lainkaan toimiva	3 = vain yksittäisille oppilaille toimiva	4 = useille oppilaille toimiva	5 = kaikille oppilaille toimiva	keskiarvo
ylöspäin eriytetyt yksittäiset tehtävät	6,0 %	0,4 %	12,5 %	42,0 %	39,1 %	4,08
enemmän tehtäviä	5,7 %	2,8 %	30,2 %	42,0 %	19,2 %	3,66
joustava eteneminen muun ryhmän edelle	14,6 %	2,1 %	31,0 %	33,1 %	19,2 %	3,40
ylöspäin eriytetyt kokonaiset tehtäväsarjat	26,7 %	1,1 %	15,3 %	33,1 %	23,8 %	3,26
sähköiset materiaalit	38,1 %	1,4 %	24,9 %	24,6 %	11,0 %	2,69
ylöspäin eriytetty oppikirja	42,3 %	0,7 %	20,6 %	22,4 %	13,9 %	2,65
erillinen työskentelypaikka	46,3 %	6,0 %	26,7 %	15,7 %	5,3 %	2,28
jokin yksilöllisen oppimisen menetelmä	49,5 %	3,2 %	26,7 %	15,7 %	5,0 %	2,23
lisäopetus	58,0 %	2,5 %	19,6 %	14,2 %	5,7 %	2,07
lukion matematiikan kurssien suorittaminen	58,0 %	2,8 %	28,1 %	8,2 %	2,8 %	1,95
lisänäyttöjen antaminen (projektit, esitelmät...)	60,9 %	5,0 %	24,6 %	7,5 %	2,1 %	1,85

Yksilöllisemmän opetuksen hyötyjä on dokumentoitu jo 1980-luvun alussa, kun Bloom (1984) havaitsi kollegoidensa kanssa tutkimuksissaan, miten luokkamuotoista opetusta saaneiden oppiminen erosi kontrolliryhmästä, jossa jokaisella opiskelijalla oli oma henkilökohtainen opettaja. Tutkimuksessa havaittiin, että henkilökohtaista opetusta saaneiden ryhmässä olleista oppilaista 98 % menestyi paremmin kuin kontrolliryhmän oppilaat, kun tausta-asetelma pysyi ryhmissä samana. On kuitenkin luonnollista, ettei jokaisella oppilaalla voi olla henkilökohtaista opettajaa, mutta tämä pakottaa pohtimaan, kuinka luokkamuotoisessa opetuksessa pystyttäisiin mahdollisimman hyvin vastaamaan yksilöllisen opetuksen tarpeeseen. Yksilöllisen opetuksen menetelmiä on Suomessa kehitellyt Pekka Peura (ks. esimerkiksi Peura, 2012). Yksilöllisessä opetusmallissa opetus on usein kohdennettu niin, että opettaja opettaa tietyn teorian yksittäiselle oppilaalle tai pienelle ryhmälle silloin, kun heidän ajattelunsa on siinä vaiheessa, että asian oppiminen on otollisinta. Yksilöllisen oppimisen malli pohjaa pitkälti *mastery learning* menetelmään, jonka on huomattu merkittävästi vaikuttavan oppilaiden osaamiseen ja motivaatioon (Bloom, 1971). Tässä mallissa opettaja ei opeta aikataulutetusti kaikkea sisältöä kaikille yhtäaikaisesti vaan yksittäisestä aiheesta oppilas siirtyy seuraavaan silloin, kun edellinen opiskeltu asia on hallussa. Opettajan tekemä arviointi oppimisprosessin aikana on keskeistä, jotta oppilaan osaamisen taso ja mahdollisuudet edetä eteenpäin ovat selvillä. (Bloom, 1971.)

Arviointiin osallistuneilta opettajilta kysyttiin yksilöllisen oppimisen menetelmän käytöstä kysymyksellä *”Kuinka usein matematiikan oppitunneilla oppilaat etenevät oman oppimispolkunsa mukaan”*. Vastanneiden opettajien vastausjakauma näkyy Kuviossa 3. Lisäksi eriyttämisen keinojen toimivuutta arvioidessa kysyttiin, miten toimivaksi opettajat kokivat yksilöllisen oppimisen menetelmän matematiikan taidoiltaan taitavien oppilaiden kanssa (ks. edellä Taulukko 4).



KUVIO 3. Opettajien (n = 281) vastausjakauma kysymykseen ”Kuinka usein matematiikan oppitunneilla oppilaat etenevät opiskelussaan oman oppimispolkunsa mukaan”

Opettajista lähes puolet (46,6 %) kertoi oppilaiden etenevän yksilöllisesti omaa oppimispolkuaan viikoittain tai jopa lähes joka tunnilla. Vastaavasti kymmenesosa (9,6 %) ei käyttänyt oppimispolkutyyppistä menetelmää koskaan. Toisaalta puolet opettajista (49,5 %) ei ollut käyttänyt taitavien oppilaiden kanssa mitään yksilöllisen oppimisen menetelmää eriyttämisen keinona, kun taas lähes puolet (47,4 %) koki sen toimivaksi vähintään yksittäisillä, jopa kaikilla oppilailla. Tuloksista heijastuu se, että yksilöllistä menetelmää käyttävät opettajat ovat kokeneet sen hyödylliseksi ja yksilöllisempi opetus on arkipäiväistäkin, kun taas iso joukko ei ole ehkä vielä kokeillut tällaisia menetelmiä osana opetustaan.

2.4.6 Opettajan itsearviointia omasta toiminnastaan oppitunneilla

Arviointiin osallistuneita opettajia pyydettiin arvioimaan omaa toimintaansa oppitunneilla viiden väittämän kautta kouluarvosana-asteikolla 5–10 (Taulukko 5). Parhaiten opettajat arvioivat pystyvänsä antamaan vaihtoehtoisen selityksen tai esimerkin opiskeltavasta asiasta (ka. 8,9). Heikoiten opettajat arvioivat pystyvänsä luomaan aihetta soveltavia aktiviteetteja tai tehtäviä (ka. 7,8). Opettajat arvioivat myös, että oppilaiden kehittymisen monipuolinen arviointi onnistuu kouluarvosana-asteikolla hyvin (ka. 8,3).

TAULUKKO 5. Opettajien itsearviointia omasta toiminnastaan oppitunneilla kouluarvosana-asteikolla (n = 281)

Työssäni pystyn mielestäni…	arvosana 5–6	arvosana 7–8	arvosana 9–10	keski-arvo	keski-hajonta
herättämään oppilaiden mielenkiinnon uutta opetettavaa asiaa kohtaan	1,4 %	68,3 %	30,3 %	8,15	0,73
tarjoamaan konkreettisia keinoja ilmiön tutkimiseen	3,2 %	63,0 %	33,8 %	8,18	0,81
antamaan tarvittaessa vaihtoehtoisen selityksen tai esimerkin	0,0 %	27,8 %	72,2 %	8,86	0,76
luomaan oppilaille tehtäviä ja aktiviteetteja, joissa he voivat soveltaa oppimaansa	6,7 %	69,1 %	24,2 %	7,83	0,93
arvioimaan oppilaiden osaamisen kehittymistä monipuolisesti	1,1 %	58,4 %	40,5 %	8,31	0,87

Parhaita oppimistuloksia saatiin ryhmissä, joissa opettaja kokee pystyvänsä erinomaisesti (keskiarvio > 9) arvioimaan oppilaiden osaamisen kehittymistä monipuolisesti (482) ja erityisesti, jos tässä ryhmässä opettajat pystyvät mielestään hyvin (7,0–8,5) luomaan oppilaille soveltavia tehtäviä ja aktiviteetteja (496). Erityisen hyviä suorituksia saatiin (527) pienessä ryhmässä, jossa edellisten lisäksi opettaja koki olevansa hyvä (8) herättämään oppilaiden mielenkiintoa uutta opetettavaa asiaa kohtaan. Tekijät voi olla varteen otettavia vaihtoehtoja pohdittaessa mahdollisia täydennyskoulutuksen aiheita.

2.5 Osaamisen taustalla vaikuttavia tekijöitä

Joitain osaamiseen liittyviä opettajatekijöitä käsittelee Metsämuuronen (2023) oppilaan näkökannalta toisessa raportissa. Tässä yhteydessä keskitytään opettajan näkökulmaan asiasta.

2.5.1 Oppimateriaalit ja niiden yhteys osaamiseen

Koulutyön järjestämistä ja opettajien työtä määrittävistä ja ohjaavista asiakirjoista opetussuunnitelma on keskeisin, sillä se pitää sisällään kaiken sen, mitä opetuksen kautta tavoitellaan. Opetussuunnitelmaan on kirjattu muassa oppiaineiden keskeiset sisällöt ja tavoitteet, mutta se ei kuitenkaan kovin tarkasti ota kantaa opetusmenetelmiin. Sopivien opetusmenetelmien valinta kuuluu keskeisenä osana opettajan autonomiaan, mikä tarkoittaa, että opettaja voi itse määrittää keinot, joiden avulla opetussuunnitelmassa määritetyt tavoitteet pyritään saavuttamaan. Opetussuunnitelmassa toimintakulttuurin kuvauksessa mainitaan kuitenkin, että koulutyö edellyttää kuitenkin monipuolisia työskentelytapoja, kuten työskentelyä koulun ulkopuolella, yhteistyötä oppilaiden kesken sekä tieto- ja viestintätekniikan hyödyntämistä oppimisessa. Monipuoliset työtavat myös tukevat jokaisen oppilaan oppimista. (OPH, 2014.) Näin ollen voidaan ajatella, että ainoastaan oppikirjaan keskittyvä opetus ei ole perusteltua.

Oppimateriaalien voidaan laajemmin ajatella olevan materiaaleja, joita käytettäessä oppilas omaksuu tietoja ja taitoja, jotka ovat opetussuunnitelman tavoitteiden mukaisia (Ekola, 1978). Tätä määrittelyä ajatellen oppikirjan lisäksi monet muut materiaalit—niin perinteiset kuin sähköisetkin—täyttävät oppimateriaalin määritelmän. Suomessa on useita kaupallisia oppimateriaalien valmistajia ja kustantajia, jotka tuottavat laadukasta opetusmateriaalia niin perinteisessä kuin yhä enemmän myös sähköisessä muodossa, ja jotka tuottavat oppikirjojen lisäksi myös paljon muuta materiaalia. Opettajat valmistavat paljon myös omaa opetusmateriaalia ja hyödyntävät monia muita kanavia esimerkiksi ilmiöiden havainnollistamiseen. Tässä luvussa kuvataan lyhyesti yleisemmin matematiikan opetuksessa käytettyjä materiaaleja arviointiaineiston pohjalta.

Käytetyt oppikirjat

Arviointiin osallistuneista opettajista matematiikan oppikirjoista suosituinta suomenkielistä kirjasarjaa käytti noin puolet (51,3 %), toiseksi suosituinta noin viidesosa (19,2 %) ja kolmanneksi suosituinta kymmenesosa (11,5 %). Ruotsinkielisistä kirjasarjoista suosituinta käytti valtaosa opettajista (85,0 %), toiseksi ja kolmanneksi suosituimpia kumpaakin 5,0 %. Yhteensä erilaisia suomen- ja ruotsinkielisissä kouluissa käytettyjä oppikirjasarjoja oli 10. Opettajat käyttivät tavallisen 9. luokalle suunnatun oppikirjan lisäksi myös kirjasarjojen muiden vuosiluokkien oppikirjoja ja alaspäin eriytettyjä kirjoja. Vain yksi opettaja ilmoitti, ettei käytä lainkaan oppikirjaa opetuksessaan. Sähköistä oppikirjaa käytti 4,3 prosenttia opettajista. Kun tarkasteltiin sähköisen ja perinteisen oppikirjan yhteyttä osaamiseen huomatiin, että riippumatta siitä käytettiinkö sähköistä oppikirjaa vai perinteistä oppikirjaa, aineistossa oppilaiden osaaminen oli samalla tasolla.

Muu oppimateriaali

Oppikirjan lisäksi lähes puolet opettajista (48,0 %) käytti vähintään viikoittain itse valmistamaansa materiaalia opetuksessa. Konkreettisia havaintovälineitä käytti reilu kolmannes (36,3 %) opettajista vähintään viikoittain, ja oppikirjan oheismateriaali ja valmis sähköinen materiaali olivat nekin niin ikään käytössä vähintään viikoittain kolmanneksella opettajista (33,1 %). Harvemmin käytettyjä materiaaleja olivat muut kirjalliset materiaalit, kuten lehdet ja kirjat, sekä oppimispelit ja muut kuin matematiikan oppikirjat, joita noin puolet opettajista käytti harvemmin kuin kuukausittain.

TAULUKKO 6. Opettajien käyttämä opetusmateriaali (pl. oppikirjat) (n = 281)

Käytän opetuksessani myös...	0 = en koskaan	1 = harvemmin kuin kuukausittain	2 = kuukausittain	3 = viikoittain	4 = jokaisella tai lähes jokaisella tunnilla	keski-arvo
itse tekemääni materiaalia	2,5 %	12,1 %	37,4 %	28,8 %	19,2 %	2,5
konkreettisia havaintovälineitä	1,1 %	20,6 %	42,0 %	32,0 %	4,3 %	2,2
oppikirjan oheismateriaalia	13,5 %	23,5 %	29,9 %	26,0 %	7,1 %	1,9
valmista sähköistä materiaalia	26,3 %	21,0 %	19,6 %	18,5 %	14,6 %	1,7
matematiikan opetukseen tarkoitettuja ohjelmistoja (kuten GeoGebra)	9,6 %	48,0 %	33,8 %	7,8 %	0,7 %	1,4
muita oppikirjoja	19,9 %	48,4 %	21,8 %	9,6 %	0,4 %	1,2
oppimispelejä	16,7 %	54,1 %	24,6 %	3,9 %	0,7 %	1,2
muuta kirjallista materiaalia (lehdet, kirjat ym.)	35,2 %	50,2 %	13,5 %	1,1 %	0,0 %	0,8

Opettajan käyttämistä lisämateriaaleista ei mikään yksittäinen keino noussut keskeiseksi osaamisen selittäjäksi. Kuitenkin DTA:n perusteella parhaat matematiikan osaajat (> 500 pistettä) löytyivät niistä ryhmistä, joissa opettaja käytti oppikirjan lisänä konkreettisia havaintovälineitä kuukausittain, itse tekemäänsä materiaalia viikoittain, ja lisäksi oppimispelejä käytettiin yhtäältä erittäin harvoin (”ei juuri koskaan”) tai toisaalta vähintään kuukausittain. Vastaavasti heikosti suoriutuneita oppilaita (< 400 pistettä) löytyi ryhmistä, joissa opettaja käytti kuukausittain tai harvemmin konkreettisia havaintovälineitä eikä koskaan oppikirjan oheismateriaalia, mutta käytti oppimispelejä kuitenkin vähintään kuukausittain. Arvioinnin poikittaisluonteen takia ei voida kuitenkaan sanoa, että opettajan käyttäessä tiettyjä materiaaleja oppilaat menestyisivät paremmin tai heikommin matematiikassa. Opettajat valitsevat materiaalit oppilaiden ja opetusryhmänsä tarpeen mukaan ja esimerkiksi suuri konkreettisten havaintomateriaalien tai itse tehdyn materiaalin käyttö voi viitata siihen, että oppilaiden taidot ovat heikot ja vaativat siksi paljon välineitä laskemisen tueksi. Toisaalta opettaja saattaa valmistaa ja käyttää itse tekemäänsä materiaalia taitaville oppilaille ylöspäin eriyttämiseen.

Arvioinnin tulosten perusteella opettajat käyttävät siis laajasti erilaisia lisämateriaaleja opetuksessaan, mikä tukee opetussuunnitelman tavoitteiden saavuttamista ja tarjoaa erilaisille oppilaille monipuolisia tapoja omaksua sisältöjä. Oppikirja on siis edelleen keskeinen väline matematiikan opetuksessa, mutta sen lisäksi myös muu opetusmateriaali on aktiivisesti käytössä.

2.5.2 Digitaaliset opetusmateriaalit ja oppimisympäristöt sekä niiden yhteys osaamiseen

Digitaaliseksi opetusmateriaaliksi voidaan laajasti kutsua monia erilaisia laitteilla käytettäviä materiaaleja, eikä määrittely ole yksikäsitteistä. Yhtäältä digitaalinen materiaali voi olla esimerkiksi pdf-muotoinen tiedosto perinteisestä oppikirjasta. Toisaalta digitaalista materiaalia ovat myös interaktiiviset oppimisympäristöt, joissa voi yhdistyä niin ääni, kuva kuin kirjoitettu tekstikin. (Ekonoja, 2014.) Digitaalisen opetusmateriaalin voi ajatella olevan materiaalia, jota käytetään jonkin teknologisen laitteen välityksellä aina tietokoneesta ja tableteista älytauluihin ja muihin laitteisiin. Tieto- ja viestintäteknologia tarjoaa opettajalle monia mahdollisuuksia tehdä opetettavasta aiheesta kiinnostavaa, monipuolisempaa ja motivoivampaa, mutta ollakseen tällaista, opettajan tulee tuntea teknologian mahdollisuudet ja käyttö (Krnel & Bajd, 2009).

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa tieto- ja viestintäteknologia mainitaan olennaisena osana monipuolisia oppimisympäristöjä ja sen merkitys osana oppilaiden oppimispolkuja on tunnistettu. Tieto- ja viestintäteknologinen osaaminen on yksi seitsemästä laaja-alaisesta taidosta, joita perusopetuksessa tavoitellaan ja johon linkittyvät monet oppiainekohtaiset tavoitteet. Tieto- ja viestintäteknologian kautta opitaan monia tärkeitä taitoja, kuten tietotekniikan käyttöä osana tiedonhankintaa ja vuorovaikutusta sekä vastuullista tieto- ja viestintäteknologian käyttöä. Keskeistä on myös oppia hyödyntämään erilaisia ohjelmistoja ja sovelluksia osana arkea. (OPH, 2014.) Matematiikan oppiainekohtaisista tavoitteista esimerkiksi tavoite T9: *Opetuksen tavoitteena on opastaa oppilasta soveltamaan tieto- ja viestintäteknologiaa matematiikan opiskelussa sekä ongelmanratkaisussa* liittyy suoraan tähän laaja-alaisen osaamiseen tavoitteeseen ja siten tieto- ja viestintäteknologia kuuluu olennaisena osana myös matematiikan opiskeluun.

Koulujen tietoteknisen varustelun tilaa selvitettiin rehtorikyselyssä. Kouluissa käytetään yhä enemmän sähköisiä opetusmateriaaleja ja hyödynnetään tietotekniikkaa osana oppimista, ja erityisesti koronapandemian aiheuttaman etäopetustarpeen myötä koulut kokivat valtavan digiloikan. Rehtoriaineistoon vastanneista (50 % otoskouluista) kaksi viidestä (40,7 %) kertoi, että oppilaitoksessa oli tietokoneet jokaisen 7–9 luokkalaisen oppilaan henkilökohtaisessa käytössä. Kaikissa vastanneista otoskouluissa oppilaiden oli rehtoreiden mukaan mahdollista käyttää joko henkilökohtaisessa tai yhteiskäytössä olevaa tablettia tai tietokonetta ainakin jossain määrin, eikä yksikään koulu raportoinut tilanteesta, että laitteita ei olisi lainkaan. Paljon eroa on kuitenkin siinä, kuinka paljon laitteita oli käytettävissä. Noin puolessa otoskouluista (46,8 %) kutakin oppilasta kohti oli käytettävissä vähintään yksi laite, mutta vastaavasti noin puolet kouluista raportoi, että laitteita on vähemmän kuin oppilaita. Opettajilta puolestaan kysyttiin, kokevatko he, että koulussa on riittävästi laitteita opetusta varten. Opettajista valtaosa (82,9 %) vastasi, että laitteita on riittävästi, kun taas noin viidennes (17,1 %) koki, että laitteita tarvitsisi enemmän.

Opettajien tapaa hyödyntää tablettia tai tietokonetta osana opetusta ja oppimistilannetta kartoitettiin kolmen väittämän kautta, joihin opettaja vastasi sen mukaan, kuinka usein oppilaat käyttävät oppimistilanteissa tietokonetta tai tablettia. Yksi väittämistä kartoitti tietokoneen käyttöä opetuksen olennaisena, perustavana osana, esimerkiksi sähköisen oppikirjan, sähköisen oppimisympäristön tai tehtävien jakamiseen liittyvien ohjelmistojen kautta. Toinen väittämistä puolestaan selvitti tietokoneen käyttöä opetuksen ja oppimisen tukena tunneilla, esimerkiksi digitaalisen materiaalien käytössä, tiedonhankinnassa tai vertaispalautteen antamisessa, ja kolmas opetuksen lisänä, kuten lisätyöskentelynä jo tehtävänsä valmiiksi saaneille oppilaille.

TAULUKKO 7. Tietokoneen tai tabletin käyttö opettajien opetuksen osana (n = 281)

Käytän tablettia tai tietokonetta ...	en koskaan	harvemmin	kerran tai pari kuukaudessa	viikoittain	päivittäin
opetuksen perustana	13,9 %	34,2 %	32,4 %	12,5 %	7,1 %
opetuksen tukena	11,7 %	46,6 %	29,9 %	8,9 %	2,8 %
opetuksen lisänä	30,6 %	39,5 %	19,9 %	9,3 %	0,7 %

Oppilaat, joiden opetuksessa käytettiin tablettia tai tietokonetta opetuksen tukena päivittäin, menestyivät tilastollisesti merkitsevästi paremmin (491) kuin oppilaat, joiden opetuksessa tietokonetta hyödynnettiin opetuksen tukena vain kuukausittain, harvemmin tai ei koskaan (454). Ero ei kuitenkaan ollut merkittävä (f = 0,04). Tietokoneen tai tabletin käyttö opetuksen tukena mahdollistaa monien erilaisten materiaalien käyttämisen muun perinteisen oppimateriaalin ja opetuksen lisänä ja selittänee sen myönteisen vaikutuksen osaamisen tasoon, vaikka tätä ei aineiston avulla pystytäkään todentamaan. Sen sijaan opetuksen keskittyminen ainoastaan tietokoneen tai tabletin käyttö opetuksen perustana voi olettaa sulkevan perinteisen opetuksen hyödyt ulkopuolelle. Näin ollen tietotekniikan voi ajatella hyödyttävän oppimista yhtenä monipuolisena keinona opetusmenetelmien joukossa, mutta yksistään tietokoneen käyttö ja siihen perustuva opetus ei lisää osaamista.

Opettajilta kysyttiin myös, olivatko he käyttäneet kuluvan lukuvuoden aikana oppilaiden kanssa jotain digitaalista oppimisympäristöä oppimateriaalien tai tehtävien jakamiseen. Opettajista 4,6 prosenttia kertoi, että digitaalinen oppimisympäristö toimi pääasiallisena oppimisympäristönä oppimistilanteissa, kun taas kolme neljästä (78,3 %) kertoi käyttävänsä digitaalista oppimisympäristöä silloin tällöin. Noin viidennes opettajista (17,1 %) ei ollut käyttänyt digitaalista oppimisympäristöä lainkaan. Niiden opettajien oppilaat, joiden opetuksessa käytettiin digitaalista oppimisympäristöä silloin tällöin muun perinteisen opetuksen ohella, menestyivät tilastollisesti merkitsevästi paremmin (ka 456, p = 0,029) kuin oppilaat, joiden opetus tapahtui pääasiallisesti digitaalisessa oppimisympäristössä, kuten *Google Classroomissa*. Ero ei kuitenkaan ollut merkittävä (f = 0,03), sillä erittäin aktiivisesti tai pääsääntöisesti digitaalista oppimisympäristöä käyttävien osuus on hyvin pieni. Arviointi toteutettiin lisäksi koronapandemian aikana ja kuluneen lukuvuoden aikana olivat monet koulut olleet etäopetuksessa, minkä vuoksi iso osa kyselyyn vastanneista opettajista oli käyttänyt digitaalista oppimisympäristöä ainakin silloin tällöin etäopetuksessa, muttei välttämättä käytä sitä lähiopetuksen aikana.

Myös oppilailta kysyttiin tietotekniikan käytöstä oppitunneilla kahden väittämän kautta. Väittämät olivat *”oppilailla on tietokoneet oppimiskäytössä”* ja *”oppilaat käyttävät matematiikan oppimiseen tarkoitettuja tietokoneohjelmia”*, ja oppilaat vastasivat väittämiin 5- portaisella asteikolla, missä 1 = *ei lainkaan*, 2 = *harvoin*, 3 = *joskus*, 4 = *usein*, 5 = *aina*.

TAULUKKO 8. Tietokoneen käyttö oppitunneilla oppilaiden raportoimana (n = 10 522)

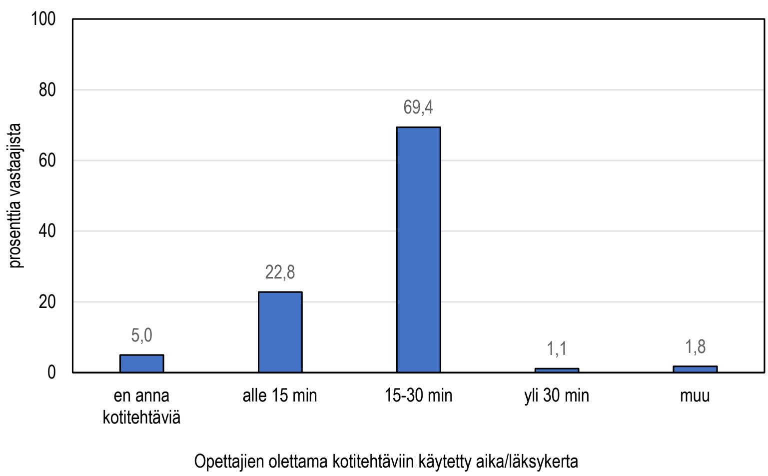
Oppitunneilla ...	1 = ei lainkaan	2 = harvoin	3 = joskus	4 = usein	5 = aina tai lähes aina	keski-arvo
oppilailla on tietokoneet oppimiskäytössä	14,0 %	17,2 %	26,5 %	15,3 %	11,2 %	2,91
oppilaat käyttävät matematiikan oppimiseen tarkoitettuja tietokoneohjelmia	10,8 %	18,4 %	31,8 %	17,2 %	6,0 %	2,87

Oppilaista noin neljäsosa (26,5 %) kertoi, että oppilailla on tietokoneet oppimiskäytössä oppitunneilla usein tai lähes aina, ja neljäsosa (26,5 %) kertoi, että tietokone on joskus käytössä oppitunneilla. Reilu kymmenes (14,0 %) kertoi, ettei tietokoneita käytetä oppimistilanteissa lainkaan. Noin puolet (55,0 %) oppilaista kertoi, että matematiikan oppimiseen tarkoitettuja ohjelmistoja käytettiin oppitunneilla vähintään joskus. Vajaa viidennes (15,8 %) oppilaista ei vastannut väittämiin mitään.

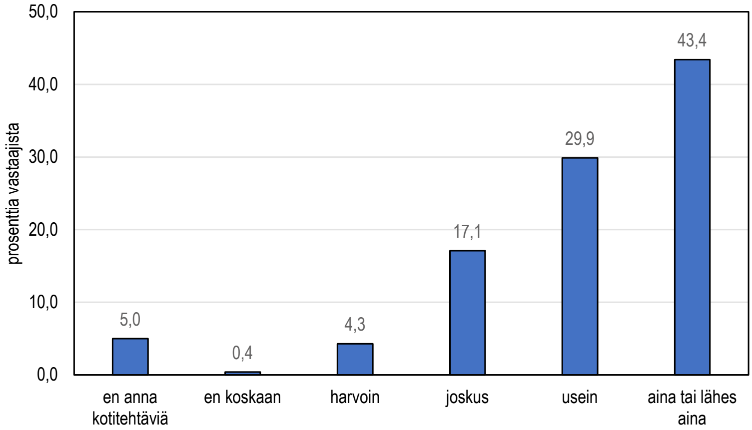
2.5.3 Kotitehtävien yhteys osaamiseen

Matematiikan oppimisessa harjoittelulla on keskeinen rooli oppimisessa ja tietojen ja taitojen omaksumisisessa, ja siten kotitehtävillä on näin ollen sinänsä perusteltu merkitys osana tätä harjoittelua. Kotitehtävien voidaan määritellä olevan sellaisia tehtäviä, joita tehdään kouluajan ulkopuolella ja jotka tukevat oppilaat oppimista (ks. esimerkiksi Cooper, 2007). Vuoden 2012 PISA-tutkimuksen perusteella Suomessa käytetään vähiten aikaa opiskeluun kouluajan ulkopuolella verrattuna muihin maihin (Välijärvi 2015), mutta silti osaaminen Suomessa on kansainvälisesti vertailtuna ollut erinomaista, joskin alaspäin suuntaavaa.

Arviointiin osallistuneilta opettajilta kysyttiin heidän kotitehtäväkäytännöistään kahden kysymyksen avulla. Toinen opettajille suunnatuista kysymyksistä käsitteli opettajan olettamaa kotitehtäviin käytettävää aikaa (kuvio 4) ja toinen kotitehtävien tarkistamista (kuvio 5). Lisäksi oppilailta itseltään kysyttiin, kuinka paljon aikaa matematiikan kotitehtävien tekemiseen kuluu viikoittain (kuvio 6).



KUVIO 4. Opettajien (n = 281) vastausjakauma kysymykseen "Kun annat kotitehtäviä, kuinka paljon aikaa mielestäsi oppilaiden olisi syytä varata tehtävien tekemiseen?"



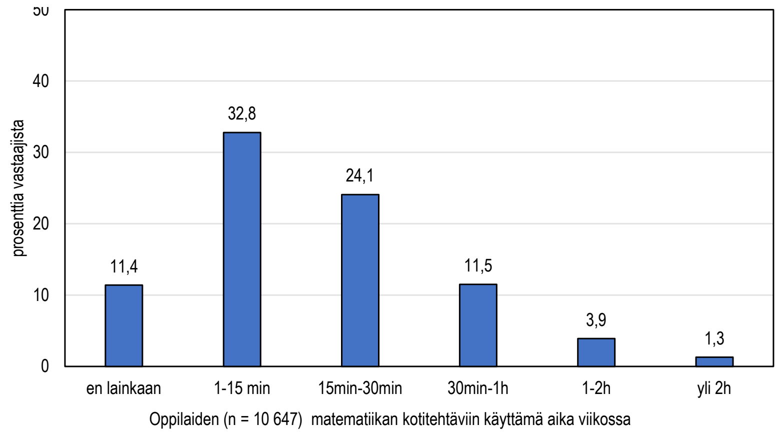
KUVIO 5. Opettajien (n = 281) vastausjakauma kysymykseen ”Tarkistatko, ovatko oppilaat tehneet heille annetut kotitehtävät?”

Opettajista 5,0 prosenttia ei antanut kotitehtäviä lainkaan. Kotitehtäviä antaneista opettajista kaksi kolmasosaa (69,4 %) odotti oppilaidensa käyttävän kotitehtävien tekemiseen 15–30 minuuttia ja vajaa neljännes opettajista (22,8 %) alle 15 minuuttia. Vain yksittäiset opettajat ajattelivat, että oppilaat käyttävät yhdellä läksykerralla kotitehtäviin yli 30 minuuttia.

Opettajilta kysyttiin myös, tarkistavatko he annetut kotitehtävät. Opettajista noin kaksi viidestä (43,4 %) kertoi tarkistavansa kotitehtävät aina tai lähes aina ja noin kolmasosa (29,9 %) vastaajista kertoi tarkistavansa kotitehtävät usein. Opettajat siis pääosin antavat kotitehtäviä ja seuraavat niiden tekemistä.

Niillä oppilailla, joiden opettaja ei koskaan tarkistanut tai tarkisti harvoin kotitehtäviä, osaaminen oli tilastollisesti merkitsevästi matalampaa (426) kuin niiden opettajien oppilaat, joilla kotitehtävät tarkistettiin vähintään joskus (458) tai jos opettaja ei antanut kotitehtäviä lainkaan (ka. 449). Ero ei ole kuitenkaan merkittävä (f = 0,08) johtuen siitä, että opettajia, jotka tarkistivat kotitehtävät harvoin tai ei koskaan oli selvästi vähemmän kuin muissa ryhmissä (n = 684 oppilasta). Metsämuuronen (2023) huomauttaa, että jos kotitehtävien antamista ja tarkistamista tarkastellaan yhdessä, efektikoko on selvästi korkeampi (f = 0,18). Kotitehtävien tarkistamisella on myönteinen vaikutus oppimiseen ja toisaalta tekee myös oppilaille kotona tehdyn työn merkitykselliseksi.

Oppilaista 11,4 prosenttia ei tehnyt kotitehtäviä lainkaan, kun taas 5,2 prosenttia vastaajista käytti matematiikan kotitehtävien tekoon yli tunnin viikossa. Noin kolmasosa (32,8 %) oppilasvastaajista ilmoitti käyttävänsä kotitehtävien tekoon korkeintaan 15 minuuttia viikossa (kuvio 6). Vuoden 2015 arvioinnissa todettiin, että matematiikan tehtävien aktiivinen, säännöllinen tekeminen parantaa oppimistuloksia (Julin & Rautopuro, 2016) ja vastaavan suuntaisia tuloksia kotitehtävien osalta saatiin myös vuoden 2021 arvioinnissa. Mitä enemmän aikaa oppilas käytti kotitehtävien tekemiseen, sitä parempi oli osaamisen taso. Kun tarkasteltiin osaamista eri verran kotitehtäviin aikaa käyttävien ryhmässä, huomattiin että kaikki ryhmät poikkesivat toisistaan tilastollisesti merkitsevästi (p < 0,001) ja ero ryhmien välillä on jokseenkin merkittävä (f = 0,14). Tässä kuitenkin huomattava poikkeuksena oppilaat, jotka käyttivät läksyihin yli 2 tuntia viikossa, menestyivät tilastollisesti merkitsevästi heikommin kuin oppilaat, jotka käyttivät vähemmän aikaa läksyihin. On ymmärrettävää, että mikäli kotitehtävät ovat liian vaikeita, taidoiltaan heikoilla oppilailla läksyihin saattaa kuulua kohtuuttoman paljon aikaa eivätkä liian haastavat tehtävät edistä oppimista, vaikka niiden tekemiseen käytettäisiin paljon aikaa.



KUVIO 6. Matematiikan kotitehtäviin käytetty aika viikoittain oppilaiden kertomana

TAULUKKO 9. Oppilaiden koitehtäviin käyttämä aika viikossa ja arvioinnista saatu pistemäärä (n= 10 647 oppilasta)

Kotitehtäviin käytetty aika viikossa	keskimääräinen pistemäärä	keskihajonta
en lainkaan	416,0	124,3
1–15 minuuttia	460,4	111,6
15–30 minuuttia	460,9	105,6
30 minuuttia–1 tunti	462,5	107,1
1–2 tuntia	464,9	107,4
yli 2 tuntia	425,0	107,4

Tulosten perusteella opettajat olettavat oppilaiden käyttävän enemmän aikaa kotitehtävien tekoon kuin oppilaat todellisuudessa käyttävät. Toisaalta jopa 17,7 prosenttia oppilaista ilmoitti käyttävänsä kotitehtävien tekoon aikaa enemmän kuin valtaosa opettajista oletti oppilaiden käyttävän.

Yhteenvetona voidaan todeta, että koska kotitehtävien antaminen ja niiden systemaattinen tarkastaminen ovat yhteydessä osaamisen tasoon, on perusteltua suositella, että tämänkaltainen toiminta olisi rutiinia opettajan työssä. Kotitehtävien tarkistamisella on myönteinen vaikutus oppimiseen ja toisaalta tekee myös oppilaille kotona tehdyn työn merkitykselliseksi.

2.5.4 Luokkahuonekäytännöt ja niiden yhteys osaamiseen

Nykyisin vallalla oleva konstruktivistinen oppimiskäsitys, jossa oppilas nähdään aktiivisena, uutta tietoa aiemman päälle rakentavana toimijana, haastaa opettajaa käyttämään yhä enemmän monipuolisia opetusmenetelmiä, jotka tukevat kunkin oppilaan tietojen ja taitojen karttumista. Kun ennen opetus perustui pitkälti oppikirjan mukaiseen, kaikille saman tahtiseen opetukseen, on nykyään monet uudet ja erilaiset toimintatavat nousseet oppikirjan rinnalle tukemaan opiskelua. Perusopetuksen opetussuunnitelma niin ikään edellyttää monipuolisia työtapoja, joiden lähtökohtana ovat opetukselle asetetut tavoitteet. Monipuoliset työtavat antavat oppilaalle mahdollisuuden osoittaa osaamistaan monin tavoin ja erilaiset toimintatavat innostavat ja motivoivat oppimaan.

Työtapojen valinnalla voidaan vaikuttaa vuorovaikutustaitojen kehitykseen ja toisaalta ohjata oppilasta tavoitteelliseen toimintaan, jossa oppilas ottaa myös vastuuta oppimisestaan. Erilaisten työtapojen valintaan vaikuttaa myös oppiaineelle tyypilliset toimintatavat, jotka tukevat oppiainekohtaisen tiedon rakentumista. (OPH 2014.) Matematiikan opetuksen lähtökohdat vuosiluokilla 7–9 valitaan oppilaita kiinnostavista asioista ja ongelmista ja konkretia on myös myöhemmillä näillä vuosiluokilla tärkeä osa opetusta. Myös oppimispelit sekä erilaiset matematiikan opetukseen liittyvät ohjelmistot mainitaan opetussuunnitelmassa osana matematiikan työtapoja. (OPH 2014.)

Valtaosa opettajista (61,6 %) kertoi opetuksen olevan opettajajohtoista päivittäin tai lähes päivittäin ja oppilaat tekevät pääasiallisesti oppikirjan tehtäviä (69,4 % vastasi päivittäin tai lähes päivittäin; ka 4,65). Opettajat raportoivat myös, että oppilaat neuvovat toisiaan päivittäin tai lähes päivittäin (71,5 %; 4,64) oppitunneilla. Noin kaksi kolmasosaa opettajista (64,8 %) kertoi, että heidän oppitunneillaan oppilaat opiskelevat ryhmissä vähintään viikoittain. Aineiston perusteella tyypillinen matematiikan oppitunti pitää sisällään yhteistä opetusta opettajan johdolla, tehdään oppikirjan tehtäviä omalla taitotasolla ja oppilaat auttavat toisiaan.

Vastaajista noin viidennes (17,4 %; ka 2,31) kertoi, että oppilailla on käytössään omat tietokoneet päivittäin ja vajaa puolet (47,3 %) opettajista kertoi, että oppilailla ei ole koskaan käytössään omia tietokoneita. Jopa yli puolet (57,7 %) vastaajista kertoi, ettei oppilailla ole myöskään yhteisiä tietokoneita käytössä koskaan matematiikan oppitunneilla luokkahuoneessa. Tietokoneita varmasti kuitenkin käytetään opetuksessa, mutta koneet saattavat olla yhteiskäytössä kaikkien koulun oppilaiden kesken.

Opettajat ilmoittivat, että kokeita pidetään vähintään kuukausittain (75,5 %) ja projektitöitä oppilaat tekevät harvemmin kuin kuukausittain (64,1 %). Opettajista 14,9 prosenttia kertoi, etteivät oppilaat tee koskaan projektitöitä matematiikan tunneilla. Myös oppilaiden tavoitteiden asettaminen ja itsearviointi oli korkeintaan kuukausittaista 77,2 prosentilla vastaajista. Voidaankin siis sanoa, että oppilaiden arviointi näyttää pohjautuvan suurimmaksi osaksi tuntityöskentelyyn ja koetuloksiin.

Opettajan pedagogisia ratkaisuja pyrittiin luokittelemaan faktorianalyysin avulla (ks. faktorianalyysin muodostamisesta Metsämuuronen & Nousiainen, 2023). Faktorianalyysi löysi kolme opettajatyyppiä, joita voisi lyhyesti kuvata 1), *opetusmenetelmiä monipuolisesti käyttäväksi opettajaksi,* 2) *oppilaslähtöiseksi ja yksilöllisiä opetusmenetelmiä painottavaksi opettajaksi* sekä 3) *opettaja- ja oppikirjakeskeiseksi opettajaksi*. Faktorille 1 latautui taulukossa 10 olevista väittämistä voimakkaimmin ”*opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä*”, ”*sovelletaan matematiikan taitoja arkielämän tilanteisiin*”, ”*pohditaan, onko tehtävän ratkaisu järkevä*” ja ”*tehdään projektitöitä*”. Faktorille 2 latautuivat ”*opiskellaan ryhmissä ja pareittain*”, ”*oppilaat neuvovat toisiaan*”, ”*oppilaat etenevät yksilöllisesti omaa oppimispolkuaan*” ja ”*oppilaat asettavat itselleen tavoitteita ja arvioivat edistymistään*”. Faktorille 3 puolestaan latautuivat voimakkaimmin väittämät ”*oppilaat ovat tehneet antamani kotitehtävät sovitulla tavalla*”, ”*on yhteistä opetusta opettajan johdolla*”, ”*oppilaat selittävät muille ratkaisujaan*” ja ”*tehdään pääasiallisesti oppikirjan tehtäviä*”. Näistä 1. faktori vastaa pitkälti aiemmin esillä olleen Koskisen (2016) ”konkreettisia opetuskäytänteitä”, 2. faktori ”sosiaalisia opetuskäytänteitä” ja 3. faktori ”kontekstuaalisia opetuskäytänteitä”.

Opettajafaktorit eivät korreloineet oppilaiden osaamiseen merkittävästi. Toisin sanoen oppilaiden osaamisen taso on riippumaton opettajan pedagogisesta orientoitumisesta. Koulujen väliset erot ovat Suomessa kansainvälisesti vertailtuna pienet, mikä tarkoittaa, että oppilaiden osaaminen on hyvin samantasoista riippumatta siitä, missä päin Suomea ja missä koulussa oppilas opiskelee. On siis ymmärrettävää, että opettajien erilaiset toimintatavat eivät tuota toisistaan poikkeavaa osaamisen tasoa.

TAULUKKO 10. Opettajien käytänteitä matematiikan tunneilla opettajan kertomana (n = 281)

Matematiikan oppitunneilla...[1]	1 = en koskaan	2 = harvemmin kuin kuukausittain	3 = kuukausittain	4 = viikoittain	5 = joka tunnilla tai lähes joka tunnilla	keskiarvo
tehdään pääasiallisesti oppikirjan tehtäviä	0,7 %	0,0 %	2,1 %	27,8 %	69,4 %	4,65
oppilaat neuvovat toisiaan	0,4 %	1,4 %	3,2 %	23,5 %	71,5 %	4,64
kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä	0,4 %	0,7 %	2,8 %	26,3 %	69,8 %	4,64
on yhteistä opetusta opettajan johdolla	2,1 %	2,5 %	3,6 %	30,2 %	61,6 %	4,47
oppilaat ovat tehneet antamani kotitehtävät sovitulla tavalla	3,2 %	4,6 %	11,4 %	36,3 %	44,5 %	4,14
pohditaan, onko tehtävän ratkaisu järkevä	0,0 %	6,0 %	14,6 %	44,5 %	34,9 %	4,08
opiskellaan ryhmissä ja pareittain	3,2 %	17,1 %	14,9 %	27,4 %	37,4 %	3,79
en mene eteenpäin opetuksessa ennen kuin edellinen asia on tullut oppilaille selväksi	2,5 %	11,4 %	23,5 %	39,9 %	22,8 %	3,69
oppilaat selittävät muille ratkaisujaan	3,2 %	18,1 %	21,0 %	33,1 %	24,6 %	3,58
otan huomioon opetukseen liittyvät oppilaiden toiveet ja ideat	0,7 %	23,2 %	33,8 %	30,6 %	10,7 %	3,26
sovelletaan matematiikan taitoja arkielämän tilanteisiin	1,8 %	17,4 %	41,3 %	32,4 %	7,1 %	3,26
oppilaat etenevät yksilöllisesti omaa oppimispolkuaan	9,6 %	28,1 %	15,7 %	21,7 %	24,9 %	3,24
oppilaat asettavat itselleen tavoitteita ja arvioivat edistymistään	3,9 %	34,2 %	39,1 %	15,7 %	7,1 %	2,88
pidetään testejä ja kokeita	0,0 %	24,6 %	68,0 %	5,7 %	1,8 %	2,85
harjoitellaan päässälaskuja	5,7 %	37,4 %	30,6 %	22,4 %	3,9 %	2,81
opitaan mittaamalla, rakentamalla tai muulla tavoin tekemällä	4,3 %	49,1 %	38,4 %	7,1 %	1,1 %	2,52
oppilaat käyttävät matematiikan oppimiseen tarkoitettuja tietokoneohjelmia	12,8 %	51,6 %	26,3 %	8,9 %	0,4 %	2,32
oppilailla on omat tietokoneet oppimiskäytössä	47,3 %	16,7 %	11,0 %	7,5 %	17,4 %	2,31
tehdään projektitöitä	13,9 %	64,1 %	20,6 %	1,4 %	0,0 %	2,10
oppilailla on yhteiset tietokoneet oppimiskäytössä luokkahuoneessa	57,7 %	21,4 %	12,8 %	3,9 %	4,3 %	1,76

[1] Käytänteet on järjestetty niiden esiintyvyyskeskiarvon mukaan suuruusjärjestykseen.

Opettajien lisäksi myös oppilailta kysyttiin matematiikan oppituntien käytännöistä lähes vastaavin väittein. Osin samoja väittämiä on käytetty myös vuoden 2015 matematiikan arvioinnin yhteydessä luokkahuonekäytäntöjen kartoittamiseen ja tulokset esitellään tässä vastaavasti taulukoidussa muodossa kuin vuoden 2015 arviointiraportissa (Julin & Rautopuro, 2016). Oppilaat vastasivat väittämiin 5-portaisella asteikolla, missä 1=*ei lainkaan*, 2=*harvoin*, 3=*joskus*, 4=*usein*, 5=*aina*. Julin ja Rautopuro (2016) luokittelivat oppituntikäytänteet kolmeen luokkahuoneulottuvuuteen, jotka olivat *matematiikan soveltaminen*, *moderni oppimisympäristö* ja *yhteistoiminnallisuus*. Tässä käytetään vastaavaa väittämien luokittelua, mutta luokat on nimetty *matematiikan osaamisen osoittaminen*, *moderni oppimisympäristö* ja *yhteistoiminnallisuus*. Vuoden 2021 arvioinnin tulokset näkyvät luokiteltuina taulukossa 11 ja sulkuihin merkitty vertailun vuoksi vastaavan väittämän keskiarvo vuodelta 2015, mikäli väite on ollut mukana myös vuoden 2015 arvioinnin kyselyssä.

TAULUKKO 11. Oppituntikäytännöt oppilaiden raportoimana luokiteltuina luokkahuoneulottuvuuksiin

Matematiikan osaamisen osoittaminen (aiemmin ”soveltaminen”) (ka vuoden 2015 aineistossa)	Moderni oppimisympäristö (ka vuoden 2015 aineistossa)	Yhteistoiminnallisuus (ka vuoden 2015 aineistossa)
Sovelletaan matematiikkaa arkielämän tilanteisiin, keskiarvo 2,78 n= 10 481 (ka 2,7)	Opiskellaan ryhmissä ja pareittain, keskiarvo 2,74 n = 10 564 (ka 2,6)	Opettaja ottaa huomioon opetukseen liittyvät oppilaiden ideat ja toiveet, keskiarvo 3,57 n = 10 595 (ka 3,1)
Harjoitellaan päässälaskuja, keskiarvo 2,87 n = 10 495 (ka 2,7)	Opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä, keskiarvo 2,56 n = 10 525 (ka 2,3)	Yhteistä opetusta opettajan johdolla, keskiarvo 4,00 n = 10 8574 (ka 3,9)
Pohditaan tehtävän ratkaisun järkevyyttä, keskiarvo 3,51 n = 10 465 (ka 3,5)	Oppilailla on tietokoneet oppimiskäytössä, keskiarvo 2,91 n = 10 512 (ka 1,6)	Oppilaat neuvovat toisiaan, keskiarvo 3,92 n = 10 513 (ka 3,9)
Oppilaat selittävät muille ratkaisujaan, keskiarvo 3,27 n = 10 460 (ka 3,5)	Oppilaat käyttävät matematiikan oppimiseen tarkoitettuja tietokoneohjelmia, keskiarvo = 2,87 n = 10 522 (ka 1,8)	Oppilaat ratkaisevat itselleen sopivan vaikeita tehtäviä, keskiarvo 3,77 n = 10 497 (ka 3,5)
Oppilaat asettavat itselleen tavoitteita ja arvioivat edistymistään, keskiarvo 3,24 n= 10 455 (ka 2,9)	Tehdään projektitöitä, keskiarvo 2,0 n = 10 507 (ka 1,7)	Olen tehnyt annetut kotitehtävät sovitulla tavalla, keskiarvo 3,85 n = 10 467
Pidetään testejä ja kokeita, keskiarvo 3,84, n = 10 493	Opiskellaan itsenäisesti oman oppimispolun mukaisesti, keskiarvo 3,50 n = 10 556	
Osio-mittarikorrelaation keskiarvo:[1] R = 0,67, D_2 = 0,72 Reliabiliteetti:[2] α_R= 0,77; α_{D2}= 0,81	Osio-mittarikorrelaation keskiarvo: R = 0,66, D_2 = 0,69 Reliabiliteetti: α_R = 0,74; α_{D2}= 0,78	Osio-mittarikorrelaation keskiarvo: R = 0,71, D_2 = 0,77 Reliabiliteetti: α_R = 0,76; α_{D2}= 0,82

1 R = tulomomenttikorrelaatiokerroin, D_2 = deflaatiokorjattu Somersin delta (Metsämuuronen 2020, korjattu 2021),

2 α_R= traditionaalinen alfakerroin; α_{D2} = deflaatiokorjattu alfakerroin, jossa R on korvattu D_2:lla (ks. Metsämuuronen, 2022)

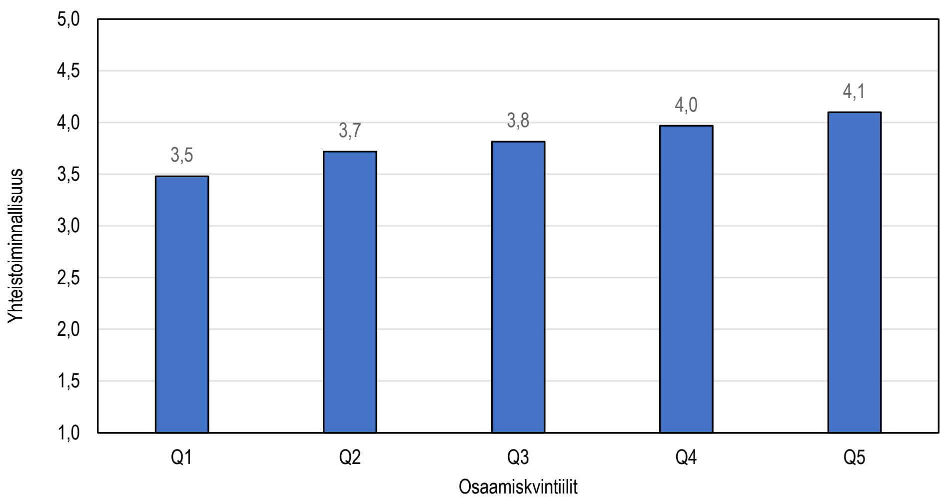
Oppituntikäytännöissä ei ole tapahtunut arviointien välillä suuria muutoksia keskiarvojen välisessä tarkastelussa. Suurin muutos on tapahtunut tietokoneiden käytössä, jonka keskiarvo oli noussut 1,3 yksikköä. Lisäksi matematiikan oppimiseen suunniteltujen tietokoneohjelmien käyttö on lisääntynyt (nousua 1,1 yksikköä). Myös projektitöiden määrä on lisääntynyt (nousua 0,3 yksikköä) ja oppilaat asettavat itselleen enemmän tavoitteita (nousua 0,3 yksikköä). Lisäksi opettajat huomioivat enemmän oppilaiden ideoita ja toiveita oppimisen suhteen (nousua 0,5 yksikköä).

Oppituntikäytäntöjen muutos selittynee osaksi etäopetusjaksoilla ja koulujen parantuneella teknologiavarustuksella: tietokoneohjelmien käyttö on yleisempää, kun laitteita on hyvin käytössä. Etäopetusjaksojen aikana opettajat ovat joutuneet myös ideoimaan uusia tapoja sisältöjen opettamiseen, jossa erilaiset oppimiseen suunnatut tietokoneohjelmat ovat olleet hyödyksi. Projektitöiden ja oppilaiden ideoiden hyödyntäminen opetuksessa ovat opetussuunnitelman mukaista toimintaa.

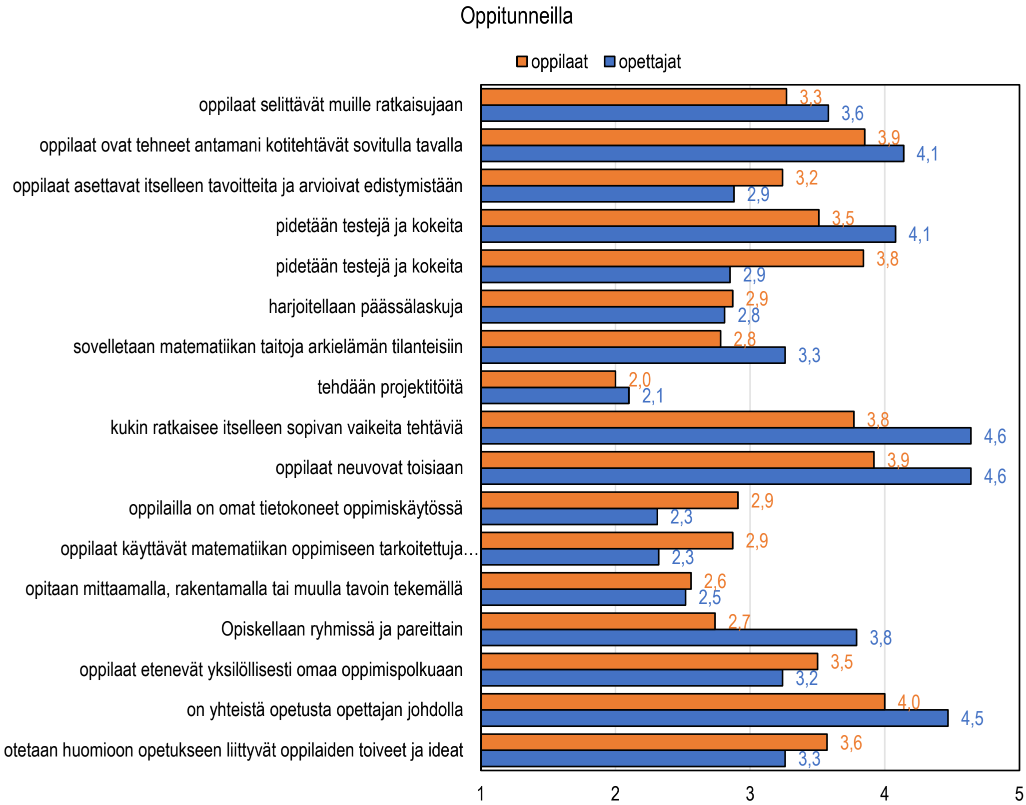
Tästä voidaan päätellä, että oppituntien käytännöt mukailevat tulosten valossa entistä paremmin opetussuunnitelman henkeä.

Väittämistä muodostettiin kolme summamuuttujaa luokkahuoneulottuvuuden mukaan ja tarkasteltiin kunkin summamuuttujan yhteyttä oppilaiden matematiikan osaamiseen. Oppilaat jaettiin tarkastelua varten osaamisen mukaan viiteen tasasuureen ryhmään (kvintiileihin). Ryhmien välillä on tilastollisesti merkitsevä (p < 0,001), joskaan ei merkittävä ero (f = 0,06) siinä, kuinka usein oppitunneilla käytettiin osaamisen osoittamisen keinoja. Vaikka ylimmässä kahdessa kvintiilissä oppitunneilla käytettiin oppilaiden mukaan useammin osaamisen osoittamisen keinoja (Q4 ja Q5; keskiarvo 3,3) kuin alimmassa kvintiilissä (Q1; keskiarvo 3,2), ero osaamisryhmien välillä ei kuitenkaan ole merkittävä, kuten edellä todettiin. Vastaavasti modernin oppimisympäristön keinoja käytettiin kaikissa osaamisryhmissä samassa määrin eivätkä ryhmät eronneet toisistaan. Sen sijaan, kun yhteistoiminnallisuus -ulottuvuuden osalta havaittiin merkitsevä (p < 0,001) ja merkittävä (f = 0,30) ero osaamisessa kvintiileissä: Mitä enemmän oppitunneilla oli yhteistoiminnallisia elementtejä, sitä paremmin oppilaat suoriutuivat.

Opettajien ja oppilaiden tulokset yhteisiin oppituntikäytäntöjä koskeviin väittämiin on esitetty kuviossa 8. Opettajien väitteissä asteikko oli 1 = *ei koskaan*, 2 = *harvemmin kuin kuukausittain*, 3 = *kuukausittain*, 4 = *viikoittain* ja 5 = *joka tunnilla tai lähes joka tunnilla*. Asteikko voidaan rinnastaa oppilaiden käyttämään asteikkoon (1 = *ei lainkaan*, 2 = *harvoin*, 3 = *joskus*, 4 = *usein*, 5 = *aina tai lähes aina*), ja pienin varauksin keskiarvot ovat vertailukelpoisia. Suurimmat erot opettajien ja oppilaiden kesken löytyvät väittämistä *"opiskellaan ryhmissä tai pareittain"*, *"oppilaat neuvovat toisiaan"*, *"kukin ratkaisee itselleen sopivia tehtäviä"* joissa opettaja arvioi toiminnan olevan yleisempää kuin oppilaat sekä väittämä *"pidetään testejä ja kokeita"*, jossa opettajat arvioivat, että kokeita on harvemmin kuin oppilaiden arviossa. Kaiken kaikkiaan matematiikan opetus näyttäytyy sekä opettajien että oppilaiden vastauksissa monipuolisena, erilaisia työtapoja ilmentävänä toimintana.



KUVIO 7. Yhteistoiminnallisuus ulottuvuuden keskiarvot ja keskihajonnat eri osaamiskvintiileissä (n = 10 611)



KUVIO 8. Opettajien (n = 281) ja oppilaiden (n = 10 538) keskiarvot oppituntikäytäntöjä koskevissa väittämissä, 1= ei lainkaan, 2 = harvoin, 3 = joskus, 4 = usein, 5 = aina tai lähes aina.

2.6 Tulosten yhteenvetoa ja pohdintaa

Suomessa koulujen väliset erot ovat verrattain pienet, vaikkakin yksittäisten oppilaiden väliset erot osaamisessa voivat olla hyvinkin suuria, jopa useita vuosia (ks. esim. Metsämuuronen & Nousiainen, 2021; Ukkola & Metsämuuronen, 2021). Osaamisen eroja ei siis selitä se, missä päin Suomea tai millaisessa kunnassa tai lähikoulussa oppilas opiskelee. Näin ollen voidaan ajatella, että myös opettajien toiminta ja keinot ovat jokseenkin yhtä tehokkaita oppimisen suhteen, vaikka käytetyt menetelmät olisivat toisistaan poikkeavia. Kuitenkin opetusmenetelmätutkimus on tarpeen tehokkaiden keinojen kartoittamiseksi ja tiedon jakamiseksi eteenpäin. Tämä artikkeli kokosi yhteen arviointiaineiston pohjalta matematiikan opetukseen ja oppimisympäristöön liittyviä seikkoja, joiden voi ajatella vaikuttavan osaamisen taustalla.

Opettajien säännöllisellä keskinäisellä yhteistyöllä on lievästi myönteinen vaikutus osaamiseen. Osaamisen kartuttamisen lisäksi yhteistyöllä voidaan ajatella olevan myös muita hyötyjä, joita tässä arvioinnissa ei mitattu. Opettajien välinen yhteistyö voi lisätä oppilaiden yksilöllisten tarpeiden huomioimista ja toisaalta myös opettajien oman ammatillisen pääoman kasvua, mikä saattaa edelleen edistää oppimista, vaikka asiaa ei voidakaan varmentaa aineiston perusteella. On siis suositeltavaa, että yhteistyötä harrastetaan vähintään kerran kuussa, mikäli mielekkäästi sopii opettajille.

Opettajien säännöllisellä keskinäisellä yhteistyöllä on vaikutusta opettajan työhön ja toimintatapoihin. Opettajien välinen yhteistyö voi lisätä oppilaiden yksilöllisten tarpeiden huomioimista ja toisaalta myös opettajien oman ammatillisen pääoman kasvua, mikä edelleen edistää esimerkiksi oppimista, joskaan asiaa ei voidakaan todentaa aineiston perusteella. Aineiston perusteella matematiikan opettajat tekevät yhteistyötä viikoittain ja kolmanneksella opettajista yhteistyö on jopa päivittäistä. Opettajat muun muassa suunnittelevat opetusta, materiaaleja ja kokeita yhdessä. Lisäksi käydään pedagogisia keskusteluja ja jaetaan yhdessä ideoita. Tiiviimmillään yhteistyö voi olla samanaikaisopetusta ja joustavia ryhmittelyjä, joissa toinen opettaja esimerkiksi ottaa eniten tukea tarvitsevia toiseen tilaan pienemmässä ryhmässä opiskelemaan. Samanaikaisopetuksen hyödyt oppilaiden yksiöllisten piirteiden ja tuen tarpeen huomioimiseen on tunnistettu, kuten aiemmin edellä todettiin. Opettajien välinen yhteistyö ja avoin keskustelu voivat auttaa myös erilaisten arvosanalinjojen yhdenmukaistumisessa. Tämän vuoksi onkin tärkeää huomioida opettajien mahdollisuudet yhteisopetuksen—ja ylipäätään yhteistyön—toteuttamiseen ja toisaalta huomioitava myös ajalliset resurssit yhteisen toiminnan suunnitteluun.

Opetusryhmän koko on yhteydessä osaamistuloksiin: keskikokoisessa tai 17–25 oppilaan ryhmässä oppilaat menestyivät paremmin kuin tätä pienemmissä tai suuremmissa oppilasryhmissä. Tuloksista voitaneen päätellä, että suurilla—mutta myös pienillä—opetusryhmillä on oppimisen kannalta kielteisiä seurauksia. Pienten ryhmien yhteys heikompaan osaamiseen voi osaltaan kertoa siitä, että oppilasryhmä on pieni oppimisen haasteiden vuoksi tai oppilaat eivät saa pienessä ryhmässä riittävästi tukea oppimiselleen vertaisiltaan. Toisaalta oppilasryhmän suuren koon voidaan ajatella vaikuttavan siihen, kuinka paljon opettajalla on aikaa kohdata yksittäinen oppilas.

Reilu kolmannes opettajista ei ollut käyttänyt samanaikaisopetusta lainkaan. Vastaavasti kaksi viidestä opettajasta ei käyttänyt lainkaan joustavia opetusryhmittelyjä. Samanaikaisopetus ja joustavat ryhmittelyt vaativat rehtoreilta oppituntien järjestelyä lukujärjestykseen niin, että opettajat pystyvät todellisuudessa hyödyntämään näitä keinoja. Näin ollen rakenteelliset muutokset voivat olla esteenä, vaikka opettajilla halua yhteistyöhön ryhmittelyjen osalta olisikin. Ryhmäjakotunnit ja yhdysluokat ovat niin ikään lukujärjestysteknisistä seikoista ja tuntijaosta johtuen kenties yleisempiä alemmilla luokilla luokanopettajan opetuksessa kuin aineenopettajien työssä, mikä selittää sen, että näitä keinoja ei yläkoulun matematiikan opetuksessa laajasti käytetä.

Opettajilta kerättiin tietoa erilaisista eriyttämisen keinoista ja niiden toimivuudesta oppilasryhmille. Opettajien mukaan toimivimpia keinoja useille tai jopa kaikille matematiikan taidoiltaan heikoille oppilaille olivat menetelmät, joissa oppilas sai yksilöllisempää huomiota ja ohjausta, kuten tukiopetus, erityisopettajan tuki luokassa sekä opiskelu ainakin osittain pienryhmässä. Sen sijaan vähiten toimiviksi keinoiksi koettiin sähköiset materiaalit, joita ei juuri hyödynnetty heikkojen oppilaiden kanssa. Vastaavasti matematiikan taidoiltaan erityisen taitavien oppilaiden kanssa toimivimpia keinoja useimmille tai kaikille olivat opettajien mukaan ylöspäin eriytettyjen tehtävien tarjoaminen sekä tehtävien määrän lisääminen sekä mahdollisuus edetä joustavasti muun ryhmän edelle omaa tahtia.

Tieto- ja viestintäteknologinen osaaminen on yksi opetussuunnitelmassa mainituista laaja-alaisista taidoista ja se on osa monipuolisia oppimisympäristöjä opetuksessa myös matematiikassa. Koulujen tietotekninen varustelu vaihtelee ympäri Suomen ja laitteiden saatavuus vaihtelee tilanteesta, jossa jokaisella oppilaalla on oma henkilökohtainen laite, tilanteeseen, jossa yhtä laitetta kohti on laskennallisesti useampi käyttäjä. Opettajat valtaosin kokivat kuitenkin laitteiden saatavuuden olevan hyvä heidän koulussaan. Opettajat ottivat ison digiloikan koronapandemian aiheuttaman etäopetuksen myötä ja siksi myös tulokset osoittavat, että teknologiaa on käytetty osana opetusta ainakin joskus. Arvioinnin tulosten mukaan tietokoneen tai tabletin käyttö opetuksen tukena – ei siis perustana – on myönteisesti yhteydessä oppilaiden osaamisen tasoon. Opettajat, joiden opetuksessa oppilaat käyttivät laitetta esimerkiksi digitaalisen oppimateriaalin käyttöön tai tiedonhankintaan, menestyivät arvioinnissa paremmin kuin oppilaat, joiden opetuksessa tietokone ja tabletti toimivat perustana opetukselle. Tietokoneen tai tabletin käyttö opetuksen tukena mahdollistaa monien erilaisten materiaalien ja oppimisympäristöjen käyttämisen muun perinteisen oppimateriaalin ja opetuksen lisänä ja selittänee sen myönteisen vaikutuksen osaamisen tasoon. Sen sijaan opetuksen keskittyminen ainoastaan tietokoneen tai tabletin käyttöön opetuksen perustana voi olettaa sulkevan perinteisen opetuksen ja konkreettisten materiaalien hyödyt ulkopuolelle. Näin ollen tietotekniikan voi ajatella hyödyttävän oppimista yhtenä monipuolisena keinona opetusmenetelmien joukossa, mutta yksistään tietokoneen käyttö ja siihen perustuva opetus ei arvioinnin perusteella lisää osaamista.

Annettujen kotitehtävien tarkistamisella on myönteinen vaikutus oppilaiden matematiikan osaamiseen. Oppilaat, joiden opettajat eivät tarkistaneet annettuja kotitehtäviä, menestyivät matematiikassa heikommin kuin ne oppilaat, joiden opettaja tarkisti läksyt vähintäänkin joskus, ja menestyivät myös heikommin kuin oppilaat, joille ei annettu kotitehtäviä. Tehtävien tarkistaminen voi siis luoda oppilaille tietynlaista ulkoista motivaatiota myös tehdä kotitehtäviä ja käyttää niihin aikaa kouluajan ulkopuolella. Kotitehtävien tekemiseen käytetty aika oli niin ikään yhteydessä osaamiseen: mitä enemmän aikaa oppilas käytti kotitehtävien tekemiseen, sitä parempi oli osaamisen taso, kuitenkin pois lukien ne oppilaat, jotka käyttivät yli 2 tuntia matematiikan kotitehtävien tekemiseen viikoittain.

Perusopetuksen opetussuunnitelma edellyttää monipuolisia työtapoja, joiden lähtökohtana ovat opetukselle asetetut tavoitteet. Opettajien luokkahuonekäytäntöjä tarkasteltiin niin opettajille kuin oppilaille suunnatuilla kysymyksillä. Aineiston perusteella keskimääräinen matematiikan oppitunti pitää sisällään yhteistä opetusta opettajan johdolla, oppikirjan tehtävien tekoa kukin omalla taitotasollaan ja oppilaiden keskinäistä vuorovaikutusta ja toisten auttamista. Kuitenkaan mikään yksittäinen opetusmateriaali ei noussut keskeiseksi osaamisen selittäjäksi, vaan materiaalit ovat keinoja muiden joukossa monipuolistaa opetusta ja toisaalta toimivat myös eriyttämisen keinoina. Oppilaiden vastausten perusteella havaittiin, mitä enemmän yhteistoiminnallisuuteen liittyviä elementtejä oppitunneilla oli, sitä parempaa oppilaiden osaaminen oli. Monipuoliset työtavat antavatkin oppilaalle mahdollisuuden osoittaa osaamistaan monin tavoin ja erilaiset toimintatavat innostavat ja motivoivat oppimaan.

2.7 Lähteet

Benjamin, A. (2002). Differentiated instruction. A guide for middle and high school teachers. Larchmont.

Biesta, G. J. J. (2013). Receiving the gift of teaching: From ‘learning from’ to ‘being taught by’. Studies in Philosophy and Education, 32(5), 449–461. https://doi.org/10.1007/s11217-012-9312-9

Biesta, G. J. J. (2016). The Beautiful Risk of Education. Original 2013. Routledge.

Bloom, B. S. (1971). Mastery learning. Teoksessa James H. Block (toim.), Mastery learning: Theory and practice (ss. 47-63). Holt, Rinehart & Winston. https://www.gwern.net/docs/psychology/1971-block-masterylearningtheoryandpractice.pdf

Bloom, B. S. (1984). The search for methods of group instruction as effective as one-to-one tutoring. Educational Researcher 13(6), 4-16. https://facultycenter.ischool.syr.edu/wp-content/uploads/2012/02/2-sigma.pdf

Broadbent, D. (1958). Perception and Communication. Pergamon.

Bruner, J. S. (1960). The Process of Education. Harvard University Press.

Bruner, J. S. (1961). The Act of Discovery. Harvard Educational Review, 31, 21-32.

Bruner, J. S. (1966). Toward a theory of instruction. Harvard University Press.

Bruner, J. S. (1986). Actual Minds, Possible Worlds. Harvard University Press.

Bruner, J. S., Goodnow, J. J., & Austin, G. A. (1956), A Study of Thinking. Reprinted 1986 with a new preface by Jerome S. Bruner and Jacqueline J. Goodnow. Transaction Books.

Chomsky, N. (1957). Syntactic Structures. Mouton.

Cooper, H. (2007). The Battle of Homework: Common Ground for Administrations, Teachers, and Parents. Corwin press.

Duffy, T. M. & Cunningham, D. (1996). Constructivism: Implications for the design and delivery of instruction. Teoksessa D. Jonnasen (toim.), Handbook of research for educational communications and technology (ss.170–198). Lawrence Erlbaum Associates.

Ekola, J. (1978). Oppikirjan arviointikriteerien kehittely peruskoulun 1–4 luokkien opettajien arviointien pohjalta. Research reports N:o 64/1978. University of Jyväskylä. Department of Education.

Ekonoja, A. (2014). Oppimateriaalien kehittäminen, hyödyntäminen ja rooli tieto- ja viestintätekniikan opetuksessa. Jyväskylä Studies in Computing, 193. Jyväskylän yliopisto. file:///C:/Users/03039512/Downloads/978-951-39-5793-3_vaitos19092014.pdf

Freeman, R. B., & Viarengo, M. (2014). School and family effects on educational outcomes across countries. Economic Policy, 29(79), 395–446. http://dx.doi.org/10.1111/1468-0327.12033

Goman, J., Huusko, M., Metsämuuronen, J., Rumpu N., Seppälä, H., Venäläinen, S., & Åkerlund, C. (2021). Poikkeuksellisten opetusjärjestelyjen vaikutukset tasa-arvon ja yhden vertaisuuden toteutumiseen eri koulutusaloilla. Osa III: Kansallisen arvioinnin yhteenveto ja suositukset. Julkaisut 8:2021. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Hannula, M. S., & Oksanen, S. (2013). Opettajamuuttujien yhteys osaamisen muutokseen. Teoksessa J. Metsämuuronen, Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012 (ss. 255–296). Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Opetushallitus.

Hargreaves, A. & Fullan, M. (2013). The power of professional capital. Journal of Staff Development, 34 (3). https://learningforward.org/journal/june-2013-vol-34-no-3/power-professional-capital/

Hattie, J. (2003). Teachers make a difference. What is the research evidence? Presentation at Australian Council for Educational Research Annual Conference on: Building Teacher Quality. https://research.acer.edu.au/cgi/viewcontent.cgi?article=1003&context=research_conference_2003

Hattie, J. (2017). Visible Learning. Osoitteessa https://visible-learning.org/wp-content/uploads/2018/03/VLPLUS-252-Influences-Hattie-ranking-DEC-2017.pdf .

Hattie, J., Masters, D., & Birch, K. (2015). Visible Learning into Action. International Case Studies of Impact. Routledge.

Hautamäki, J. (2010). Minne vaihtelu menee? Oppilaiden, luokkien ja koulujen väliset erot oppimistuloksissa. Teoksessa M. Rimpelä & V. Bernelius, Peruskoulujen oppimistulokset ja oppilaiden hyvinvointi eriytyvällä Helsingin seudulla. MetrOP-tutkimus 2010–2013. Mitä tiedettiin tutkimuksen käynnistyttyä keväällä 2010 (ss. 49–54). Geotieteiden ja maantieteen laitoksen julkaisuja B. Yliopistopaino. Osoitteessa https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/17076/MetrOP-raportti_1_verkkoversio.pdf.

Julin, S. & Rautopuro, J. (2016). Läksyt tekijäänsä neuvovat. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten arviointi 9. vuosiluokilla 2015. Julkaisut 20:2016. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. https://karvi.fi/wp-content/uploads/2016/04/KARVI_2016.pdf

Kalenius, A. (2023). Sivistyskatsaus 2023. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2023:3. Opetus- ja kulttuuriministeriö. https://julkaisut.valtioneuvosto.fi/handle/10024/164564

Kansanen, P. (2003). Teacher education in Finland: current models and new developments. In M. Moon, L. Vlăsceanu, & C. Barrows (toim.), Institutional approaches to teacher education within higher education in Europe: Current models and new developments (ss. 85–108). Unesco-Cepes.

Koskinen, R. (2016). Mielekäs oppiminen matematiikan opetuksen lähtökohtana: Systemaattinen analyysi Journal for Research in Mathematics Education aikakauslehden artikkelien pohjalta. Tutkimuksia 379. Käyttäytymistieteellinen tiedekunta. Helsingin yliopisto. http://hdl.handle.net/10138/160172

Koskinen, R., & Pitkäniemi, H. (2020). Matematiikan opetus mielekkään oppimisen edistämisessä: Integratiivista mallia kohti. Ainedidaktiikka, 4(1), 79–98. https://doi.org/10.23988/ad.82548

Krnel, D. & Bajd, B. (2009). Learning and e-materials. Acta Didactica Napocensia, 2(1), 97–107. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1052345.pdf

Kupiainen, S. (2016). Luokkien väliset erot. Teoksessa R. Hotulainen, A. Rimpelä, J. Hautamäki, S. Karvonen, J. M. Kinnunen, S. Kupiainen, P. Lindfors, J. Minkkinen, L. Pere, H. Thuneberg, M.-P. Vainikainen, & T. Wallenius, Osaaminen ja hyvinvointi yläkoulusta toiselle asteelle: Tutkimus metropolialueen nuorista (s. 67–95). Opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 398. Helsingin yliopisto. https://trepo.tuni.fi/bitstream/handle/10024/100405/978-952-03-0347-1.pdf

Kupiainen, S. (2018). Yksi peruskoulu, monenlaisia luokkia? e-Erika 1/2018, 15–23. https://journals.helsinki.fi/e-erika/article/view/46

Lavonen, J. & Salmela-Aro, K. (2022). Experiences of moving quickly to distance teaching and learning at all levels of education in Finland. In F. M. Reimers (toim.), Primary and secondary education during Covid-19. Disruptions to educational opportunity during a pandemic (pp. 105–124). Springer. https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-030-81500-4.pdf

Little, J. W. (1990). Teachers as colleagues. Teoksessa A. Lieberman (toim.), Schools as collaborative cultures: creating the future now (ss. 165–193). School Development and the Management of Change Series: 3. The Falmer Press.

Metsämuuronen, J. (2017). Oppia ikä kaikki: Matemaattinen osaaminen toisen asteen koulutuksen lopussa 2015. Julkaisut 1:2017. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. (2020). Dimension-Corrected Somers' D for the Item Analysis Settings. International Journal of Educational Methodology, 6(2), 277–317. https://doi.org/10.12973/ijem.6.2.297

Metsämuuronen, J. (2021). Goodman–Kruskal gamma and dimension-corrected gamma in educational measurement settings. International Journal of Educational Methodology, 7(1), 95–118. https://doi.org/10.12973/ijem.7.1.95

Metsämuuronen, J. (2022). Typology of deflation-corrected estimators of reliability. Frontiers in Psychology, 13:891959. http://dx.doi.org/10.3389/fpsyg.2022.891959

Metsämuuronen, J. (2023). Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa III. Syventäviä analyyseja matematiikan 9. luokan arvioinnista keväällä 2021. Julkaisut 31:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J., Hermonen, A., Nousiainen, S., & Laakso, M.-J. (2023). Arvioinnin tekniseen toteutukseen liittyviä erityiskysymyksiä. Teoksessa J. Metsämuuronen & S. Nousiainen (2023), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 83–126). Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. & Lehikko, A. (2022). Challenges and possibilities of educational equity and equality in the post-COVID-19 realm in the Nordic countries. Scandinavian Journal of Educational Research. https://doi.org/10.1080/00313831.2022.2115549

Metsämuuronen, J. & Nousiainen, S. (2021). Matematiikkaa covid-19-pandemian varjossa. Matematiikan osaaminen 9.luokan lopussa keväällä 2021. Julkaisut 27:2021. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. & Nousiainen, S. (toim.) (2023). Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021. Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. & Räsänen, P. (2018). Cognitive–Linguistic and Constructivist Mnemonic Triggers in Teaching Based on Jerome Bruner's Thinking. Frontiers in Psychology, 12, https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.02543.

Miller, G. (1956). The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. Psychological Review, 63(2), 81–97. https://doi.org/10.1037/h0043158

Niemi, H. (2011). Educating student teachers to become high quality professionals – A Finnish case. Center for Educational Policy Studies Journal, 1(1), 43–66.

Niemi, H. (2010). Teachers as high level professionals – What does it mean in teacher education? Perspectives from the Finnish teacher education. Teoksessa K. G. Karras & C. C. Wolhuter (toim.), International Handbook of Teacher Education: Issues and Challenges (Vol. I & II, ss. 237–254). Atrapos.

OECD (2020a). School education during COVID-19. Were teachers and students ready. Country note: Denmark. OECD Publications. https://www.oecd.org/education/denmark-coronavirus-education-country-note.pdf

OECD (2020b). School education during COVID-19. Were teachers and students ready. Country note: Finland. OECD Publications. https://www.oecd.org/education/Finland-coronavirus-education-country-note.pdf

OECD (2020s). School education during COVID-19. Were teachers and students ready. Country note: Iceland. OECD Publications. https://www.oecd.org/education/iceland-coronavirus-education-country-note.pdf

OECD (2020d). School education during COVID-19. Were teachers and students ready. Country note: Norway. OECD Publications. https://www.oecd.org/education/Norway-coronavirus-education-country-note.pdf

OECD (2020e). School education during COVID-19. Were teachers and students ready. Country note: Sweden. OECD Publications. https://www.oecd.org/education/Sweden-coronavirus-education-country-note.pdf

OKM (2012). Perusopetuksen laatukriteerit. Perusopetuksen, perusopetuksen aamu- ja iltapäivätoiminnan sekä koulun kerhotoiminnan laatukriteerit. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2012:29. https://julkaisut.valtioneuvosto.fi/bitstream/handle/10024/75311/okm29.pdf?sequence=1

Open AI (2022). ChatGPT. Wikipedia osoitteessa https://fi.wikipedia.org/wiki/ChatGPT

OPH (2011). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden muutokset ja täydennykset. Määräykset ja ohjeet 2011:20. Opetushallitus. C:\Users\03157849\Downloads\oph500112010su (1).pdf

OPH (2014). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. Määräykset ja ohjeet 2014:96. Opetushallitus. https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf

Peura, P. 2012. Yksilöllisen oppimisen opetusmalli. Verkkojulkaisu. https://maot.fi/oppimisymparisto/yksilollisen-oppimisen-opetusmalli/

Piaget, J. (1929). The Language and Thought of the Child. Routledge & Kegan Paul

Pulkkinen, J. & Rytivaara, A. (2015). Yhteisopetuksen käsikirja. Opetushallituksen verkkojulkaisu. https://jyx.jyu.fi/bitstream/handle/123456789/48450/Yhteisopetuksen%20k%c3%83%c2%a4sikirja.pdf?sequence=1

Roiha, A. & Polso, J. (2020). Eriyttämiseen tarvitaan laajempaa näkökulmaa. Oppimisen ja oppimisvaikeuksien erityislehti, 30(4). https://bulletin.nmi.fi/2020/12/11/eriyttamiseen-tarvitaan-laajempaa-nakokulmaa/

Sahlberg, P. (2011a). The Professional Educator: Lessons from Finland. American Educator 35(2), 34–38.

Sahlberg, P. (2011b). Lessons from Finland: Where the country's education system rose to the top in just a couple decades. Education Digest, 77(3), 18–24.

Salonen, R. V., Haataja, E. H. S., & Hannula, M. S. (2023). Tunteiden rooli yhdeksäsluokkalaisten matematiikan osaamisessa ja kokemuksissa matematiikan opetuksesta. Teoksessa J. Metsämuuronen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa IV. Opettajat ja poikkeuksellisen heikosti ja hyvin suoriutuneiden oppilaiden osaaminen ja akateemiset tunteet 9. luokan matematiikan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 53–83). Julkaisut 32:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Schleicher, A. (2011). Is the sky the limit to education improvement? Phi Delta Kappan, 93(2), 58–63.

Schleicher, A. (2020). The impact of COVID-19 on Education. Insights from Education at a Glance 2020. OECD. https://www.oecd.org/education/the-impact-of-covid-19-on-education-insights-education-at-a-glance-2020.pdf

TALIS (2018). TALIS database. OECD. https://www.oecd.org/education/talis/talis-2018-data.htm

Tynjälä, P. (1999). Oppiminen tiedon rakentamisena: konstruktivistisen oppimiskäsityksen perusteita. Kirjayhtymä.

Ukkola, A. & Metsämuuronen, J. (2021). Matematiikan ja äidinkielen osaaminen kolmannen luokan alussa. Julkaisut 20:2021. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Vainionpää, J, & Joutsenlahti J. (2010). Opettajien matematiikkakuva ja matematiikan opettamisen olosuhteet. Teoksessa E. K. Niemi & J Metsämuuronen (toim.), Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Koulutuksen seurantaraportit 2010:2. Opetushallitus.

Vygotsky, L. S. (1929). The problem of the cultural development of the child. Journal of Genetic Psychology, 36, 415–434.

Välijärvi, J. (2015). Peruskoulun rakenteet ja toiminta. Teoksessa J. Välijärvi & P. Kupari (toim.) Millä eväillä osaaminen uuteen nousuun? PISA 2012 tutkimustuloksia (ss. 178–231). Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2015:6. https://julkaisut.valtioneuvosto.fi/bitstream/handle/10024/75126/okm6.pdf?sequence=1&isAllowed=y

YK (2020). Policy Brief. Education during COVID-19 and beyond. Elokuu 2020. Yhdistyneet Kansakunnat. https://www.un.org/development/desa/dspd/wp-content/uploads/sites/22/2020/08/sg_policy_brief_covid_19_and_education_august_2020.pdf

3

Tunteiden rooli yhdeksäs-luokkalaisten matematiikan osaamisessa ja kokemuksissa matematiikan opetuksesta

Reito Visajaani Salonen, Helsingin yliopiston humanistis-yhteiskuntatieteellinen instituutti
Eeva S. H. Haataja, Kasvatustieteellinen tiedekunta, Helsingin Yliopisto
Markku S. Hannula, Kasvatustieteellinen tiedekunta, Helsingin Yliopisto

3

- Matematiikkaan liittyvien tunteiden yhteyttä matematiikan osaamiseen mitattiin ensimmäisen kerran osana Kansallisen arviointikeskuksen matematiikan osaamistasoarviointia vuonna 2015. Vuoden 2021 arvioinnissa käytössä oli aiemmasta mittarista paranneltu versio.
- Oppilailta löydettiin viisi erilaista tunneprofiilia. Tunteilla on osaamistasoon pääosin positiivinen yhteys, kun taas korkeampi osaamistaso on yhteydessä tunteisiin lisäten positiivisten tunteiden ja vähentäen negatiivisten tunteiden yleisyyttä.
- Oppilaskeskeisesti tarkasteltaessa yksilöä huomioivat opetuskäytänteet voimistavat positiivisia ja heikentävät negatiivisia tunteita.
- Uusi tunnemittari on kehitys- ja käyttökelpoinen väline arviointitutkimuksien osaksi.

3.1 Johdanto

3.1.1 Tunteet tutkimuskohteena

Toisin kuin useissa maissa, Suomessa ei ole peruskouluaikana kaikille pakollisia valtakunnallisia kokeita. Sen sijaan oppilaiden osaamista ja siihen liittyviä tekijöitä tutkitaan kansallisesti kattaviin otantoihin pohjautuvilla arvioinneilla. Oppilaiden osaamisen ohella kansallisilla arvioinneilla selvitetään esimerkiksi opetusmenetelmien ja oppilaiden asenteiden yhteyttä oppimistuloksiin. Sekä kansallisessa että kansainvälisessä tutkimuksessa on pitkään tutkittu oppilaiden asenteita ja tämä tutkimus on laajentunut käsittelemään myös tunteiden merkitystä oppimisessa (Liljedahl & Hannula, 2016).

Matematiikkaan liittyvien tunteiden tutkimus on aikaisemmin keskittynyt toisaalta matematiikka-ahdistuksen ja muiden tunteiden esiintyvyyteen ja niiden yhteyteen oppimistuloksiin (ks. esim. Dowker ym., 2016; Hannula, 2018) ja toisaalta tilannekohtaisten tunteiden rooliin ongelmanratkaisussa (De Corte ym., 2011; Goldin ym., 2011; Hannula, 2015; Op 't Eynde ym., 2006). Tutkimus onkin tunnistanut laajan kirjon erilaisia oppimiseen liittyviä tunteita (esim. Bieg ym., 2017; Pekrun ym., 2002; Pekrun, 2014). Suomessa tunteita on käsitelty muun muassa alakoulun ongelmanratkaisutilanteissa (Eronen & Toikka, 2021), nuorten erityisopetuksen (Holm, 2020) ja ahdistuksen vähentämisen kautta (Huhtala & Janhonen, 2022). Tämä artikkeli käsittelee tunteita matematiikkaa kohtaan oppimisen näkökulmasta.

Tunteiden merkitys opetuksen arvioinnissa on lisääntynyt. Ensinnäkin oppilaiden tunnekokemusten voi ajatella indikoivan opetuksen onnistumista. Opetuksen onnistumista voidaan osin arvioida myönteisten oppimistunteiden (esim. nautinto, innostus) yleisyyden lisääntymisellä. Toisaalta, oppilaiden myönteisten tunteiden voi ajatella tukevan opetuksen onnistumista. Oppimiseen liittyvien tunnekokemusten tiedetään vaikuttavan oppilaan minäkäsityksen (Goetz ym., 2010) ja motivaation (Schukajlow ym., 2017) muotoutumiseen, joten oppimistunteiden voi ajatella ennustavan oppilaan tulevaa opiskelumenestystä. Tunteet eivät itsessään ole vain positiivisia tai negatiivisia, vaan niistä voidaan erottaa myös aktivoiva ja passivoiva ulottuvuus (Pekrun & Perry, 2014).

Lisääntynyt mielenkiinto oppimiseen prosessina on suunnannut tutkimusta tunteisiin tilannesidonnaisina ja nopeasti muuttuvina, ja tunteita on tutkittu esimerkiksi kokemusotantamenetelmin (*experience sampling method*) (Ketonen ym., 2018; Schneider, 2006). Näiden tutkimusten rajoituksena on aineistonkeruun työläys, ja siksi tässäkin tutkimuksessa tunteita on tutkittu kyselylomakkein, jotka tavoittavat henkilön suhteellisen pysyvän tunnesuhteen matematiikkaan. Kansallisen arviointikeskuksen (Karvi) arvioinneista vuoden 2021 aineisto on ensimmäinen 9. luokan aineisto, jossa on mukana moniulotteinen tunnemittari. Karvin yhdeksännen luokan matematiikan arviointi tarjoaa kattavan otoksen koko ikäluokasta, joten sen avulla on mahdollista hahmottaa tunteiden ja osaamisen suhdetta opettajan pedagogisiin ratkaisuihin. Toteutettu kertamittaus ei anna täydellistä kuvaa mittarien perustuessa osin aineistosta tehtyihin analyyseihin, jolloin tulevaisuudessa myös seurantatutkimuksien toteuttaminen on suositeltavaa yhdessä mittarien teoreettisen kehittämisen kanssa.

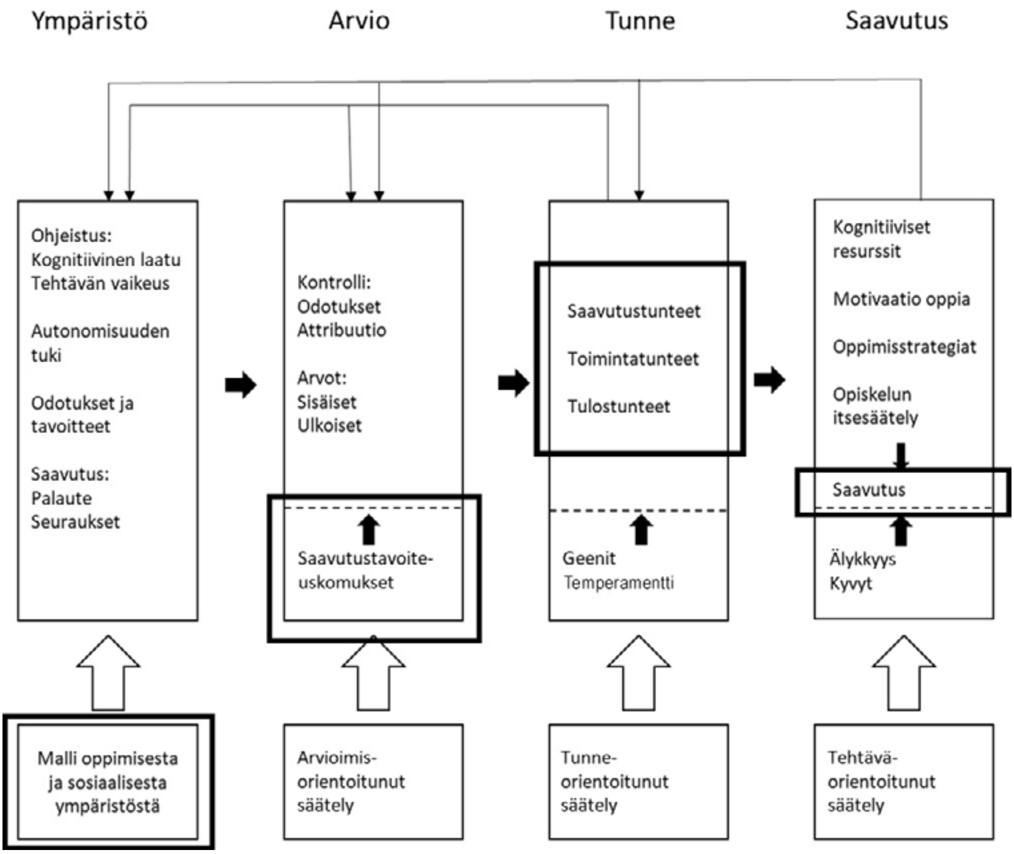
Tunteiden tarkastelun teoreettiseksi lähtökohdaksi valittiin Pekrunin (2006) kontrolli–arvo-teoria (*control-value theory*), jonka pohjalta tutkitaan yksilötason yhteyksiä tunteiden, uskomusten ja osaamisen välillä. Kontrolli–arvo-teoriaa on sovellettu ja tutkittu paljon, esimerkiksi oppimistulosten (Pekrun & Perry, 2014) sekä testiahdistuksen ja minäkäsityksen (Lohbeck ym., 2016) konteksteissa. Latentilla profiilianalyysillä (*latent profile analysis*) selvitämme osallistuneiden oppilaiden tunneprofiilit ymmärtääksemme, miten eri tavoilla oppilaat tuntevat matematiikkaa kohtaan. Lisäksi tarkastelemme rakenneyhtälömallinnuksella opettajan opetuskäytänteiden yhteyttä tunteisiin yksilön ja opetusryhmän tasolla. Lopuksi pohdimme tunnemittarin kehittämistä ja mahdollisuuksia soveltaa mittaria osana koulun ja oppimistulosten arviointia.

3.1.2 Tunteet kontrolli–arvo-teoriassa

Uskomusten, tunteiden ja osaamisen välisiä yhteyksiä on käsitelty useista eri teoreettisista lähtökohdista. Tässä artikkelissa käytetään kontrolli–arvo-teoriaa (Kuvio 1), joka kuuluu osaamistavoiteteorioiden laajaan kenttään (Elliot, 2007; Elliot & Dweck, 1988; Pekrun, 2006; Pekrun ym., 2009). Kontrolli–arvo-teoria kuvaa, miten oppimisympäristö, oppilaan uskomukset ja koulutehtävissä suoriutuminen ovat yhteydessä oppimisen yhteydessä koettuihin tunteisiin (Pekrun, 2006). Kontrolli–arvo-teoria toimii tässä artikkelissa viitekehyksenä opettajan luokkahuonekäytänteiden (oppimisympäristö) sekä oppilaiden uskomusten (arvio), tunteiden (tunne) ja osaamistason (saavutus) tulkintaan, mutta myös edesauttaa käytettyjen mittarien ja oppimistulosarviointien jatkokehittämistä.

Perinteisesti negatiivisten tunteiden tutkimus on hallinnut tutkimuskenttää, ja ahdistuneisuus on ollut tutkituin oppimiseen liittyvä tunne (Pekrun ym., 2002; Villavicencio & Bernardo, 2016). Uudemmissa tutkimuksissa on kuitenkin käsitelty myös positiivisia tunteita suhteessa matematiikan oppimiseen ja osaamiseen sekä näiden tunteiden käyttäytymistä suhteessa erilaisiin saavutusorientaatioihin (Huang, 2011). Meta-analyysin pohjalta Huang (2011) esittää positiivisten tunteiden vaimentavan negatiivisten tunteiden vaikutuksia. On muistettava, että tunteet eivät ole yksiulotteinen tutkimuskohde. Mikolajczak ja kollegat (2009) tähdentävät tunteiden liittyvän niin akateemiseen suoriutumiseen, sosiaalisiin suhteisiin, psyykkiseen terveyteen kuin ruumiilliseen hyvinvointiin. Lisäksi tunteet eivät ole yksinomaan positiivisia tai negatiivisia, vaan ne voivat olla myös aktivoivia ja passivoivia (Pekrun & Perry, 2014). Tunteet siis muodostavat nelikentän, jonka avulla voidaan ymmärtää niiden moniulotteista roolia suhteessa osaamiseen ja asenteisiin, mutta myös osana laajempaa kontrolli–arvo-teoriaa.

Kontrolli–arvo-teorian mukaan uskomuksilla (arvioimisorientoitunut säätely) ja tunteilla (tunneorientoitunut säätely) on keskenään yhteys, jota voidaan tutkimuksissa seurata uskomuksista tunteiden kautta osaamiseen (Pekrun, 2006). Uskomukset jaetaan yleensä selkeästi osa-alueisiin, joita tässä Karvin arvioinnissa edustavat matematiikasta pitäminen, uskomus omasta kyvykkyydestä matematiikan oppijana (minäkäsitys) ja kokemus matematiikan hyödyllisyydestä oppiaineena. Yhteys ei kuitenkaan ole vain uskomuksista tunteisiin ja osaamistasoon, vaan myös tunteet ja osaamistaso vaikuttavat uskomuksiin sekä oppimisympäristöön.



Kuvio 1. Pekrunin (2006) malli kontrolli–arvo-teoriasta (Käännös alkuperäisestä)

Tieteellisissä tutkimuksissa uskomukset ajatellaan hitaasti muuttuviksi, kun taas tunteet mielletään usein hyvin kontekstisidonnaisiksi ja suhteellisen nopeasti vaihtuviksi (Hannula, 2002). Tämän vuoksi on painotettu uskomusten tutkimusta suhteessa osaamiseen ja oppimisstrategioihin (Kizilgunes ym., 2009). Suomalaisessa kontekstissa on tutkittu osaamisuskomusten ja tunteiden yhteyttä (Holm, 2020) sekä uskomusten, tunteiden ja osaamisen keskinäisiä suhteita (Nurmi ym., 2002). Sekä menetelmän että tulkintojen selkeyden kannalta tutkimuksessa onkin olennaista tunteiden käsitteellinen jako tilannesidonnaisiin (*states*) ja pitkäkestoisiin (*traits*) (Hannula, 2012). Viimeaikaiset tutkimukset ovatkin käsitelleet tunteita kokemusotantatutkimusten kautta (Bieg ym., 2017; De Vuyst ym., 2019; Vilhunen ym., 2021). Tämän on mahdollistanut metodologinen kehittyminen mm. dynaamisen rakenneyhtälömallinnuksen kautta (*dynamic SEM*, Asparouhov ym., 2018). Uusien menetelmien rinnalla laajoihin otantoihin perustuvat perinteiset kyselytutkimukset ovat tärkeitä kansallisten ja kansainvälisten ilmiöiden ymmärtämiselle helpomman toteutuksen, vakiintuneen analytiikan ja etenkin kattavien otoskokojen saavuttamisen näkökulmista.

3.1.3 Opetuskäytänteiden vaikutus tunteisiin

Sosiaalinen ympäristö ja opettaja vaikuttavat oppimistilanteissa syntyviin tunteisiin (Op ’t Eynde ym., 2006). Matematiikan opetuksen sisältö, opettajan tarjoama tuki ja luokanhallinta vaikuttavat oppilaiden tunneilla kokemiin tunteisiin (Schukajlow ym., 2017). Opettajan opetuskäytänteiden, esimerkiksi opettajajohtoisuuden ja oppilaiden itseohjautuvuuden tilannekohtainen mukauttaminen oppilaiden tarpeiden mukaan voi vaikuttaa oppilaiden matematiikan opetuksessa kokemiin tunteisiin ja sitä kautta opintomenestykseen (Lin ym., 2020; Pekrun ym., 2002). Oppilaiden tunteet riippuvat myös opettajan vuorovaikutuksen tavoista. Oikein ajoitetut ystävällisyyden ilmaukset voivat lisätä oppilaiden tyytyväisyyden tunteita, kun taas opettajan auktoriteetti nähdään opettajan pysyvänä ominaisuutena, joka vaikuttaa oppilaiden kokemaan ahdistuksen tunteeseen tämän opetuksessa (Mainhard ym., 2018).

Karvin oppilaskyselyn opetuskäytänteitä koskevat väittämät eivät pohjaudu mihinkään tiettyyn teoreettiseen rakenteeseen, jonka pohjalta voitaisiin analysoida opetuskäytänteiden yhteyttä tunteisiin. Tässä tutkimuksessa opettajan pedagogisia ratkaisuja jäsennettiin Koskisen (2016) matematiikan mielekkään oppimisen mallin pohjalta. Mielekkään oppimisen mallin mukaan matematiikan opetuskäytänteet voidaan jakaa konkreettisiin, kontekstuaalisiin ja sosiaalisiin (Koskinen, 2016). Koskisen (2016) mallissa *konkreettisten opetuskäytänteiden* keskiössä ovat työvälineet. Niiden avulla harjoitetaan taitoja laskutehtävien ja rutiinin kautta, havainnollistetaan sisältöjä sekä toteutetaan toiminnallisuutta. *Kontekstuaalisten opetuskäytänteiden* taustalla on toimintamalli, jossa matemaattisia sisältöjä lähestytään yleensä ongelmalähtöisesti reaalimaailman ilmiöiden kautta. Tällöin työskentelytavat voivat vaihdella yksilöllisestä oppimisesta ryhmä- tai parityöskentelyyn. Kun oppilaat laitetaan pohtimaan ja käsittelemään omaa tekemistään ja tehtävän oikeellisuutta yhdessä muiden kanssa tai selittämään ratkaisujaan muille, puhutaan *sosiaalisesta opetuskäytänteestä* matematiikanopetuksessa.

Sosiaaliset opetuskäytänteet nojaavat vahvasti sosiokonstruktivistiseen näkemykseen oppimisesta (Koskinen & Pitkäniemi, 2020). Yhteistoiminnallisuus on tärkeää opittavan asian hahmottamisen ja oppimisen näkökulmasta (Gresalfi ym., 2009), jolloin on siirrytty yksittäisen tiedon omaksumisesta huomioimaan, miten mahdollisuudet osallistua erilaisiin käytäntöihin antavat oppilaille mahdollisuuden oppia. Greeno ja Gresalfi (2008) painottavatkin, että osaamista tarkasteltaessa tulisi yksilön suoritusten sijaan huomioida enemmän yksilöiden mahdollisuuksia kehittää omaa osaamistaan.

Opetuskäytänteet limittyvät osin päällekkäin, jolloin tarkan rajanvedon tekeminen voi olla haastavaa. Opetuskäytänteet eivät kuitenkaan ole toisiaan poissulkevia, joten niiden limittäinen hyödyntäminen ja kaikkien kolmen esiintyminen luokkahuoneessa sekä opetuksessa on todennäköistä (Koskinen & Pitkäniemi, 2020). Oppilaan matematiikan oppitunneilla kokemiin tunteisiin vaikuttavat monet tekijät, kuten opettajan ja oppilaan välinen vuorovaikutus (Mainhard ym., 2018) ja opettajan ryhmänhallinta (Lazarides & Buchholz, 2019). Tutkimus ei ole vielä selvittänyt kokonaisvaltaisesti tunteiden ja eri opetuskäytänteiden välisiä yhteyksiä. Luokkahuoneessa tapahtuvaa tunteiden ilmenemistä ja siihen liittyviä konteksteja (Williams-Johnson ym., 2008) sekä tunteiden positiivista vaikutusta mielekkään oppimisen strategioihin (Pekrun ym., 2012; Trigueros ym., 2020) on tutkittu.

Opettajan pedagogisten ratkaisujen vaikutusta oppilaan tunteisiin on tutkittu aikaisemmin esimerkiksi ahdistuksen (Eronen ym., 2021) ja ECOLE-opetusstrategian (*emotional and cognitive aspects of learning*, Gläser-Zikuda ym., 2005) näkökulmasta. Emotionaalinen tukeminen positiivisen palautteen avulla vaikuttaa oppilaan itsetuntoon ja itsevarmuuteen (Rodrigues, 2012). Toisaalta myös kognitiivinen tuki voi vähentää ahdistusta parantaen oppilaan luottamusta omiin taitoihinsa (Federic & Skaalvik, 2013). Jotta opetuksella päästään kohti keskeisiä taitoja kohdata negatiivisia tunteita ja selvitä niistä (Eronen ym., 2021), opettajan on tärkeää keskittyä pedagogiikassaan virheiden hyväksymiseen (Hannula, 2018), matematiikan hyödyllisyyteen arkielämässä (Rodrigues, 2012) ja innostuneeseen vuorovaikutukseen oppilaiden kanssa (Williams ym., 2013). Tässä artikkelissa tutkitaan matematiikan opetuskäytänteiden yhteyttä tunteisiin yksilö- ja luokkatasoilla.

3.2 Tutkimuskysymykset

Artikkelin tavoitteena on selvittää, minkälaisia tunteita suomalaiset yhdeksäsluokkalaiset kokevat suhteessa matematiikanopetukseen ja miten nämä tunteet suhteutuvat oppilaan uskomuksiin ja osaamistasoon. Tunteiden tarkastelu jakaantuu kolmeen osaan, jotka on muotoiltu artikkelin tutkimuskysymyksiksi seuraavasti:

1. Miten eri tavoilla oppilaat kokevat tunteita matematiikanopetuksessa?

Tunteiden kokemista selvitetään profiilianalyysin avulla. Tällöin saavutetaan kuvailevia tietoja tarkempi käsitys siitä variaatiosta ja yhdistelmistä, joita esiintyy yksilöiden matematiikkaa kohtaan kokemissa tunteissa. Lisäksi selvitetään muodostettujen profiilien yhteyttä uskomuksiin ja opetuskäytänteisiin

2. Minkälainen yhteys on uskomusten, tunteiden ja matematiikan osaamistason välillä?

Uskomukset, tunteet ja osaamistaso vaikuttavat ja ovat yhteydessä toisiinsa. Kansallisissa arvioinneissa on aikaisemmin havaittu asenteiden ja osaamistason olevan yhteydessä toisiinsa (Metsämuuronen, 2013, 2017). Tässä artikkelissa tarkastellaan kahta vaihtoehtoista mallia tunteiden välittävästä roolista uskomusten ja osaamistason välissä.

3. Miten opettajan opetuskäytänteet vaikuttavat oppilaiden kokemiin tunteisiin?

Useat tutkimukset ovat selvittäneet tunteiden ja osaamistason sekä opetuskäytänteiden ja osaamistason välisiä yhteyksiä, mutta tunteiden ja opetuskäytänteiden välisten yhteyksien tutkiminen on ollut harvinaisempaa. Tässä artikkelissa selvitämme oppilaiden yksilöllisiä ja luokkatason tunteita matematiikanopetusta kohtaan ja opetuskäytänteiden yhteyttä tunnekokemuksiin.

3.3 Menetelmät

3.3.1 Osallistujat

Analyysien pohjana on Karvin vuoden 2021 yhdeksännen luokan matematiikan oppimistulosten arviointi ja siihen liittyvä samaan aikaan toteutettu oppilaskysely. Kyselyihin ja oppimisen arviointiin vastasi 12 829 yhdeksännen luokan oppilasta, joista 12 481 opiskeli Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (OPH, 2014) mukaisesti, ja lopuilla oli yksilöllistetty matematiikan oppimissuunnitelma. Osallistuminen oli kouluille velvoittavaa osaamisarvioinnin ollessa osa kansallista arviointiohjelmaa. Koe ei vaikuttanut oppilaiden kouluarviointiin, joten oppilailta ei edellytetty kokeen tekemistä erikseen varsinaisen toteutuksen ulkopuolella, mikäli he eivät koulun valitsemana päivänä kokeeseen osallistuneet. Karvi lähetti kouluille ohjeet arvioinnin käytännön toteutuksesta. Metsämuuronen ja Nousiainen (2023) kuvaavat tarkemmin arvioinnin menetelmällisiä ratkaisuja.

3.3.2 Mittarit

Osaamistaso

Oppilaiden matematiikan osaamista mitattiin kokeessa tehtäväsarjoilla, joissa oli sekä kaikille oppilaille yhteisiä tehtäviä, että eri oppilaille satunnaisesti jaettuja erilaisia tehtäväsarjoja. Tehtäväsarjat mallinnettiin osiovastemallinnuksen (*item response theory, IRT*) avulla, jolloin oppilaille tuotettiin tehtäväsarjasta riippumaton osaamispistemäärä. Osaamispistemäärät skaalattiin samalle asteikolle keskenään, siten että keskimääräisen oppilaan taitotaso määräytyi skaalauksen jälkeen 500 pisteeseen keskihajonnan ollessa 100 pistettä (Metsämuuronen & Nousiainen, 2023). Vastaavaa skaalausta käytetään myös monissa kansainvälissä arvioinneissa, kuten PISA:ssa (ks. OECD, 2019) ja TIMMS:ssä (ks. Mullis ym., 2016).

Tunnemittari

Karvin tunnemittari oli tässä muodossa ensimmäistä kertaa käytössä vuoden 2021 matematiikan osaamisen kansallisessa arvioinnissa. Tätä edeltävä, lyhyempi versio mittarista oli käytössä vuoden 2015 toista astetta koskevassa arvioinnissa (Metsämuuronen, 2017). Vuoden 2021 9. luokan arviointia varten tunnekuvauksia muokattiin ja mittaria muokattiin pidemmäksi ja visuaalisemmaksi (ks. Metsämuuronen & Nousiainen, 2023, Salonen, 2023). Vaikka mittaria ei ole kehitetty Pekrunin (2002) määrittelemien akateemisten tunteiden viitekehyksessä, sen elementit voidaan mielekkäästi tulkita tästä näkökulmasta. Tällöin mittarista löytyy Pekrunin (2002) oppimistunteista neljä positiivista (innostunut, kiinnostunut, onnistunut ja tyytyväinen) ja neljä negatiivista tunnetta (vihainen, avuton, ahdistunut ja pettynyt). Näiden lisäksi mittarissa on myös tunteet varmuus ja epävarmuus, joita ei sellaisinaan löydy Pekrunin viitekehyksestä. Näistä jokaista mitattiin yhdellä väittämällä ja siihen liittyvällä emojilla.

Taulukossa 1 esitetään aikaisemmin julkaistun (Salonen, 2023) eksploratiivisen faktorianalyysin tulokset tunnemittarille neljän faktorin ratkaisussa. Tässä esitetään vain päälinjat analyysistä. Taulukossa tunteet on ryhmitelty positiivisiin ja negatiivisiin tunteisiin. Tunneväittämät jakautuivat eksploratiivisessa faktorianalyysissä selkeästi negatiiviseen ja positiiviseen faktoriin, jotka jaettiin passivoiviin ja aktivoiviin tunteisiin asettamalla ulottuvuuksien määrä faktorianalyysissä neljään. Huomataan, että positiiviset aktivoivat ja passivoivat faktorit yhtäältä ja negatiiviset aktivoivat ja passivoivat faktorit toisaalta korreloivat selvästi voimakkaammin keskenään, kuin aktiiviset ja passiiviset toisiinsa (Taulukko 2). Divergoivan ja konvergoivan validiteetin näkökulmasta rakenne on siis toimiva.

TAULUKKO 1. Tunnemittarin neljän faktorin faktorianalyysin komponentit

	Positiivinen aktivoiva	Positiivinen passivoiva	Negatiivinen aktivoiva	Negatiivinen passivoiva
kiinnostunut	-0,705	0,197	-0,123	0,105
innostunut	-0,94	-0,037	0,016	-0,052
tyytyväinen	0,003	0,913	-0,035	0,042
onnistunut	-0,016	0,879	-0,037	0,043
varma	-0,11	0,721	0,132	-0,189
pettynyt	-0,08	-0,111	0,118	0,729
ahdistunut	-0,029	-0,07	0,234	0,613
epävarma	0,075	0,043	-0,075	0,898
avuton	0,004	-0,087	0,416	0,438
vihainen	0,091	0,006	0,685	0,084

TAULUKKO 2. Faktoreiden välinen korrelaatiomatriisi

Faktori	Positiivinen aktivoiva	Positiivinen passivoiva	Negatiivinen aktivoiva	Negatiivinen passivoiva
Pos. aktivoiva	1			
Pos. passivoiva	-0,721	1		
Neg. aktivoiva	0,26	-0,396	1	
Neg. passivoiva	0,191	-0,339	0,636	1

Positiiviset tunteet jakautuvat mittarissa selkeästi passivoiviin ja aktivoiviin, mutta negatiivisten tunteiden kohdalla jako ei ole yhtä selvä. Avuttomuuden tunne latautuu tasaisesti molemmille negatiivisten tunteiden ulottuvuuksille. Avuttomuuden tunne on sijoitettu aktivoivien tunteiden joukkoon, koska avuttomuuden voidaan ajatella olevan reaktio tekemisestä ja opetussisällöstä johtuvaan akuuttiin stressiin (Farchi ym., 2018). Lisäksi avuttomuuden voidaan katsoa aktivoivan avunhakemisen prosesseja. Toisaalta on myös perusteltua ajatella avuttomuuden olevan tunnetilana passivoiva, koska avuttomuus voi olla opittua (*learned helplessness*, Filippello ym., 2018; Peterson ym., 2010) aiheuttaen koulutehtävien välttämistä ja huonompia oppimistuloksia sekä johtavan luovuttamiseen. Tunteita tarkastellaan tässä yhteydessä nelikenttänä aktivaation ja suunnan mukaan jaoteltuina, jolloin faktorointi on tasapainoisempi useamman tunteen summana, vaikka kaikilla ulottuvuuksilla ei olekaan toivottavaa kolmea väitettä.

Uskomukset

Karvin, ja jo aikaisemmin Opetushallituksen, matematiikan kansallisissa oppimistulosten arvioinneissa (mm. Rautopuro, 2013; Julin & Rautopuro, 2016; Metsämuuronen, 2017) on 1990-luvulta lähtien tutkittu oppilaiden matematiikkauskomuksia Fennema–Shermanin (FS, 1976) uskomusmittarin lyhennelmällä (Metsämuuronen, 2012). Mittari käsittää kolme ulottuvuutta: matematiikasta pitämisen, matemaattisen minäkäsityksen ja käsityksen matematiikan hyödyllisyydestä. Jokaista ulottuvuutta eli latenttia ominaisuutta mitataan viidellä kysymyksellä. Käytetyt kysymykset ja niiden väliset suhteet on esitetty tarkemmin Metsämuurosen (2012) mittarin validointia koskevassa artikkelissa. Lisäksi tulososassa käsitellään kahta muuta matematiikkaan ja matematiikan oppimiseen liittyvää dimensiota: matematiikka-ahdistusta ja matematiikan koettua tärkeyttä. Tässä artikkelissa Fennema–Shermanin (1976) uskomusmittarin rinnalla käytetyt ahdistus- ja tärkeysmittarit laajentavat mittaria sen alkuperäisen teoreettisen viitekehyksen ulkopuolelle. Koska nämä viisi kokonaisuutta kysyttiin samassa yhteydessä, päätettiin ne säilyttää yhtenä kokonaisuutena tämän artikkelin analyyseissä.

Opetuskäytänteet

Opetuskäytänteitä koskevassa kyselyssä oli 20 väittämää, joissa oppilaita pyydettiin arvioimaan, kuinka usein erilaisia opetuskäytänteitä käytettiin heidän matematiikan tunneillaan. Kyselyssä väittämiin vastattiin viisiportaisella Likert-asteikolla (1 = ei lainkaan, 2 = harvoin, 3 = joskus, 4 = usein, 5 = lähes aina). Käytettyjä oppituntityöskentelyn kysymyksiä ei ole alun perin muodostettu mistään olemassa olevasta teoreettisesta mallista, minkä vuoksi artikkelissa tutkitaan näiden kysymysten rakennetta eksploratiivisen faktorianalyysin avulla ja tulkitaan tuloksien yhteensopivuutta Koskisen (2016) väitöskirjassaan tutkimaan matematiikan mielekkään oppimisen käsitteeseen ja siitä synteesinä muodostettuun malliin.

3.3.3 Aineiston käsittely ja analyysi

Analyysivaiheen alussa aineistosta poistettiin erityisen tuen piiriin kuuluvien oppilaiden vastaukset (n = 347) ja pienryhmässä tai JOPO-linjalla olevat (n = 117), koska heidän tarpeensa ja lähtökohtansa opetukseen ovat perusjoukosta poikkeavat. Jäljelle jääneestä aineistosta (n = 12 365) muodostettiin keskiarvosummamuuttujat aiemmin käytössä olleiden mittareiden pohjalta. Konfirmatorisella faktorianalyysillä on varmistettu Karvin julkaisuissa aiemmin käytetyn Fennema–Shermanin (1976) teoriaan pohjautuvan uskomusmittarin (Metsämuuronen, 2012) toimivuus aineistossa muun muassa tunteiden yhteydessä (Salonen, 2023). Tutkimuskysymyksiin vastattiin soveltamalla eksploratiivista faktorianalyysiä, latenttia profiilianalyysiä, varianssianalyysiä ja rakenneyhtälömallinnusta. Tunnemittarin osalta eksploratiivinen ja konfirmatorinen faktorianalyysi on kuvattu toisaalla (Salonen, 2023), ja mittaria kuvaavassa osuudessa on esitetty keskeiset osat faktoroinneista (Metsämuuronen & Nousiainen, 2023).

Faktorianalyysi

Opetuskäytänteiden eksploratiivisen faktorianalyysin tuloksia käsitellään tulososiossa ennen niiden hyödyntämistä varianssianalyysissä (tutkimuskysymys 1) ja kaksitasoisessa rakenneyhtälömallinnuksessa (tutkimuskysymys 3). Aineistosta etsittiin opetuskäytänteiden väitteiden joukosta kokonaisuuksia, jotka kuvaavat jotakin laajempaa epäsuorasti mitattavaa eli latenttia ominaisuutta. Eksploratiivisen faktorianalyysin avulla etsittiin valittujen kysymyssarjojen joukosta yhtenäisiä kokonaisuuksia suurimman uskottavuuden menetelmällä (*maximum likelihood method*) ja vinokulmarotaatiolla (*direct oblimin*). Oppituntikäytänteitä koskevista väittämistä eksploratiivisessa faktorianalyysissä poistettiin heikosti latautuneet väittämät sekä kahden väittämän faktorit. Mittarin 20 väittämästä poistettiin analyysin aikana kahdeksan huonosti (< 0,300) tai voimakkaasti ristiin latautunutta (> 0,300) väittämää. Jäljelle jääneitä 12 väittämää verrattiin Koskisen (2016) mielekkään oppimisen malliin, minkä perusteella karsittiin jäljelle lopulliset väittämät. Lopulliset kolme faktoria nimettiin Yksilöä huomioivaksi, Kontekstuaaliseksi ja Sosiaaliseksi opetukseksi. Eksploratiivinen faktorianalyysi toteutettiin IBM SPSS -ohjelmiston versiolla 27 (IBM, 2020).

Latentti profiilianalyysi

Latenttia profiilianalyysiä (*LPA, latent profile analysis*) käytettiin selvittämään tunnemittarien pohjalta aineistosta löytyviä erilaisia tunneprofiiliryhmiä (tutkimuskysymys 1), jolloin vastaajat ryhmittyivät vastaustensa samanlaisuuden perusteella. LPA:n idea on yksinkertainen: havainnoimattomien alaryhmien välillä on eroja oletetun tilastollisen mallin parametreissa (Vermunt & Magidson, 2004). Analyysissä siis etsitään tilastollisia eroja muuttujista, joilla oletetaan olevan eroja aineistossa. Malleista esitetään niiden luonteenomaisimmat piirteet valittujen muuttujien perusteella, ja ne nimetään mahdollisimman hyvin kuvaavasti. Tilastollisina tunnuslukuina käytetään bayesilaista (*Bayesian information Criterion*, BIC) ja Akaiken (*Akaike Information Criterion*, AIC) informaatiokriteereitä, entropiaa ja uskottavuusosamäärää (*likelihood ratio test*) sekä mallin mielekkyyttä (Vermunt & Magidson, 2004). LPA toteutettiin MPLUS 8.6 -ohjelmistolla (Muthén & Muthén, 2021) sekä R-ohjelmointikielellä käyttäen *MplusAutomation*-kirjastoa (Hallquist & Wiley, 2018). Löydettyjä tunneprofiileja verrattiin oppilaiden uskomuksiin ja opetuskäytänteisiin varianssianalyysillä.

Rakenneyhtälömallinnus

Rakenneyhtämallinnus (SEM; *structural equation modeling*) yhdistää faktorianalyysin kautta löydetyt laajemmat ilmiöt ja muodostetut profiilit kokonaisuudeksi, jossa niiden välisien suhteiden voimakkuutta, merkitsevyyttä ja merkittävyyttä voidaan tarkastella (tutkimuskysymykset 2 ja 3). Rakenneyhtälömallinnuksen avulla voidaan tutkia riippumattomien ja selittävien muuttujien välisiä suhteita usealla tilastollisella menetelmällä (Ullman & Bentler, 2012). Tässä tutkimuksessa rakenneyhtälömallinnusta sovelletaan kaksitasoisesti, jolloin aineiston tulkinnat jaetaan oppilas- ja luokkatasoihin. Käyttämällä kaksitasoista mallinnusta voidaan ymmärtää ilmiöitä, jotka käyttäytyvät eri tavoin suhteessa oppilaaseen yksilönä ja yleisemmin luokkaan. MPLUS 8.6 -ohjelmistoa käytettiin rakenneyhtälömallinnuksen toteuttamiseen.

3.4 Tulokset

Tässä luvussa esitetään ensin uskomus-, tunne- ja opetuskäytännemittaristojen ulottuvuuksien kuvailevat tiedot. Opetuskäytänteiden faktorianalyysin kautta löydettyä rakennetta käytetään sekä kuvailevia tietoja että myöhemmin tunneprofiilien eroja ja tunteiden ja opetuskäytänteiden suhteita analysoitaessa. Oppilaiden tunneprofiilit ja uskomusten, yksittäisten oppilaiden tunteiden ja osaamistason väliset yhteydet käydään läpi ennen kaksitasoista rakenneyhtälömallia oppilas- ja luokkatasoilla oppilaiden kokemien työtapojen ja tunteiden kesken.

3.4.1 Kuvailevat tiedot

Oppilaiden tunteet matematiikan tunneilla

Oppilaat liittivät matematiikan tunteihin useammin positiivisia kuin negatiivisia tunteita (Taulukko 3). Sekä positiivisissa että negatiivisissa tunteissa passivoivat tunteet olivat hieman yleisempiä kuin aktivoivat tunteet.

TAULUKKO 3. Tunnemittarin eri ulottuvuuksien kuvailevat tiedot

	Positiiviset tunteet	Negatiiviset tunteet	Aktivoivat positiiviset tunteet	Passivoivat positiiviset tunteet	Aktivoivat negatiiviset tunteet	Passivoivat negatiiviset tunteet
Keskiarvo	3,04	2,57	2,89	3,14	2,49	2,63
Keskihajonta	0,91	0,99	1,03	0,95	1,06	1,08
N	10 805	10 785	10 797	10 793	10 776	10 779

Passivoivat positiiviset tunteet esiintyvät useammin kuin joskus (ka. 3,14), kun taas aktivoivia negatiivisia tunteita esiintyy joskus tai harvoin (ka. 2,45). Tunteiden keskiarvot asettuvat mittarin keskimääräisen arvon tasolle (3, joskus) tai hieman sen alapuolelle.

Oppilaiden matematiikkauskomukset

Taulukossa 4 on esitetty käytettyjen uskomusmittarien kuvailevat tiedot. Kaikkia uskomuksia esiintyi kohtalaisesti, vaikkakaan keskiarvotarkastelut eivät kerro variaatiosta, joka aineiston sisällä vallitsee.

TAULUKKO 4. Uskomusmittarien kuvailevat tiedot

	Fennema–Sherman uskomusmittari				
	Minäkäsitys	Pitäminen	Hyödyllisyys	Ahdistus	Tärkeys
Keskiarvo	3,03	2,97	3,59	2,83	3,95
Keskihajonta	0,93	1,02	0,93	1,00	0,97
N	10 957	10 940	10 951	10 815	10 744

Oppilaat olivat eniten yksimielisiä siitä, että matematiikka on hyödyllistä ja tärkeää. Omaan matematiikkasuhteeseen liittyvissä uskomuksissa (matemaattinen minäkäsitys, matematiikasta pitäminen, matematiikka-ahdistus) sen sijaan keskiarvo on alhaisempi. Minäkäsitys, pitäminen ja ahdistus asettuvat vastausasteikon puoliväliin.

Opetuskäytänteet

Faktorianalyysillä opetuskäytänteistä voitiin erottaa kolme ulottuvuutta. Ulottuvuudet nimettiin mielekkään oppisen mallin mukaisesti *yksilöä huomioiviksi, kontekstuaalisiksi ja sosiaalisiksi* opetuskäytänteiksi. Faktorianalyysin faktorirakenne ja korrelaatiotaulukot on esitetty liitteessä 1 (Taulukko A1 ja A2). Muodostettujen faktorien reliabiliteetti on riittävän korkea johtopäätösten tekemiseen ($\alpha > 0{,}700$).

Tässä tutkimuksessa *Yksilöä huomioivien* opetuskäytänteiden faktoriin sisällytimme tehtävien sovittamisen oppilaan taitotasoon ja opintopolun itsenäisyyden tukemisen (Taulukko 5). *Kontekstuaalinen* opetuskäytänne nähdään lähestymistapana, jossa etsitään yhteyksiä arkielämään ja hyödynnetään yleisiä taitoja kehittäviä opetustapoja, kuten projektitöitä. *Sosiaalinen* opetuskäytänne painottaa matematiikanopetuksen, tavoitteiden ja arvioinnin rakentumista yhteisessä reflektiossa luokan oppilaiden ja opettajan kesken. Kontekstuaalinen ja sosiaalinen ulottuvuus on muodostettu mukaillen Koskisen (2016) väitöskirjassaan esittelemää jakoa mielekkään oppimisen opetuskäytänteistä.

TAULUKKO 5. Opetuskäytänteiden ulottuvuudet

Latentti	Väitteet
Yksilöä huomioiva	Oppitunneilla olen tehnyt annetut kotitehtävät sovitulla tavalla
(α = 0,72)	Oppitunneilla kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä
	Oppitunneilla oppilaat neuvovat toisiaan (auttavat)
	Oppitunneilla opettaja ottaa huomioon opetukseen liittyvät oppilaiden ideat ja toiveet
	Oppitunneilla opiskellaan itsenäisesti oman oppimispolun mukaisesti
Kontekstuaalinen	Oppitunneilla sovelletaan matematiikan taitoja arkielämän tilanteisiin
(α = 0,75)	Oppitunneilla tehdään projektitöitä
	Oppitunneilla opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä
	Oppitunneilla opiskellaan ryhmissä ja pareittain
Sosiaalinen	Oppitunneilla pohditaan, onko tehtävän vastaus järkevä
(α = 0,75)	Oppitunneilla oppilaat selittävät muille, miten ovat tehneet tehtävät / oppilaat esittävät muille ratkaisujaan
	Oppitunneilla oppilaat asettavat itselleen tavoitteita ja arvioivat edistymistään

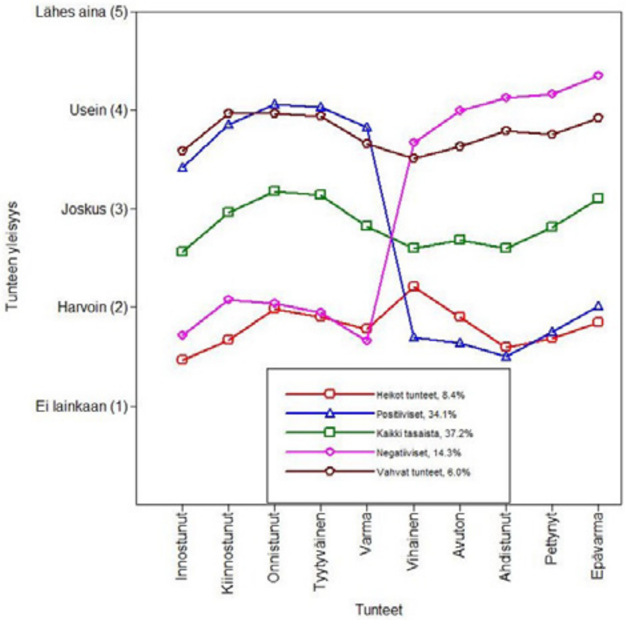
Oppilaiden kokemusten mukaan tunnilla tavallisimpia olivat yksilöä huomioivat opetuskäytänteet (ka. 3,75) ja harvinaisimpia kontekstuaaliset opetuskäytänteet (ka. 2,53) (Taulukko 6). Erot eri opetuskäytänteiden yleisyydessä eivät kuitenkaan olleet suuria.

TAULUKKO 6. Opetuskäytänteiden eri ulottuvuuksien kuvailevat tiedot

	Yksilöä huomioiva	Kontekstuaalinen	Sosiaalinen
Keskiarvo	3,75	2,53	3,35
Keskihajonta	0,70	0,85	0,87
N	7284	7274	7207

3.4.2 Oppilaiden tunneprofiilit

Tutkimuskysymys 1 selvitti oppilaiden tunneprofiileja matematiikanopetuksessa. Latentissa profiilianalyysissä käytettiin lähtökohtana kaikkia kymmentä tunneväittämää. Analyysin tuloksena löysimme viisi profiilia, jotka on kuviossa 2 kuvattu erivärisillä viivoilla. Tunteet on jaoteltu vaaka-akselille siten, että positiiviset tunteet ovat vasemmalla ja negatiiviset oikealla.



KUVIO 2. Profiilit latentin profiilianalyysin perusteella. AIC = 269632,805; BIC 270097,065; entropia = 0,886; VLMR < 0,001 ja BLMR < 0,001

Suurin tunneprofiiliryhmä (kaikki tasaista, 37,2 %) vastasi kokevansa kaikkia tunteita joskus, kuitenkin siten, että passivoivat positiiviset ja aktivoivat negatiiviset tunteet korostuivat. Toiseksi suurimman ryhmän (positiiviset, 34,1 %) muodostivat oppilaat, jotka kokivat usein positiivisia ja harvoin negatiivisia tunteita matematiikan tunneilla. Huolestuttavin ryhmä (negatiiviset, 14,3 %) koki positiivisia tunteita vain harvoin ja negatiivisia, etenkin avuttomuutta ja vihaa, hyvin usein. Pienimmät ryhmät (heikot tunteet, 8,4 % ja vahvat tunteet, 6,0 %) kokivat joko kaikkia tunteita usein tai hyvin harvoin.

Näitä viittä tunneprofiilia verrattiin oppilaiden vastauksiin uskomuksista ja matematiikan tuntien työtavoista sekä heiltä mitattuun osaamistasoon (Taulukko 7). Varianssianalyysi osoittaa, että eri ryhmien uskomukset matematiikasta ja käsitykset opetuskäytänteistä eroavat toisistaan tilastollisesti merkitsevästi vähintään ääriarvojen osalta. Vahvojen tunteiden ja heikkojen tunteiden profiilien kohdalla on otettava huomioon, että molemmissa profiileissa oli noin 10 prosenttia vastaajia, jotka vastasivat vain profiiliin samaa äärivaihtoehtoa. On mahdollista, että osa näistä vastaajista ei ole vastannut kyselyyn tosissaan ja osa on ilmaissut mielipiteensä voimakkaasti. Tällainen ilmiö kuuluu koulumaailmaan ja näiden vastaajien voidaankin ajatella olevan ääri-ilmiö vahvasti tai heikosti tuntevista.

TAULUKKO 7. Eri profiilien kuvailevat tiedot uskomusten, osaamistason ja opetuskäytänteiden osalta.

	Positiiviset tunteet (kh)	Vahvat tunteet (kh)	Kaikki tasaista (kh)	Heikot tunteet (kh)	Negatiiviset tunteet (kh)	ANOVA, post hoc = Bonferroni
Minäkäsitys	3,70 (0,78)	3,11 (0,71)	2,89 (0,64)	2,53 (0,83)	2,08 (0,87)	F(4,10428) = 1469,64, p = < 0,001
Pitäminen	3,65 (0,87)	3,34 (0,86)	2,80 (0,76)	2,18 (0,92)	2,12 (0,96)	F(4,10427) = 1205,21, p = < 0,001
Hyödyllisyys	3,96 (0,90)	3,70 (0,85)	3,46 (0,81)	2,96 (0,82)	3,15 (0,92)	F(4,10427) = 397,77, p = < 0,001
Ahdistus	2,41 (0,59)	2,96 (0,60)	2,94 (0,50)	2,97 (0,64)	3,45 (0,66)	F(4,10431) = 961,24, p = < 0,001
Tärkeys	4,25 (0,92)	4,07 (0,98)	3,88 (0,92)	3,45 (0,99)	3,70 (0,97)	F(4,10416) = 186,60, p = < 0,001
Yksilöä huomioivat opetuskäytänteet	4,10 (0,51)	4,06 (0,65)	3,80 (0,56)	3,39 (0,81)	3,71 (0,64)	F(4,10237) = 325,94, p = < 0,001
Kontekstuaaliset Opetuskäytänteet	3,05 (0,72)	3,32 (0,84)	2,85 (0,63)	2,57 (0,79)	2,60 (0,72)	F(4,10210) = 204,75, p = < 0,001
Sosiaaliset opetuskäytänteet	3,44 (0,68)	3,61 (0,77)	3,20 (0,62)	2,91 (0,79)	3,03 (0,73)	F(4,10241) = 202,50, p = < 0,001
Osaamistaso	554 (95)	498 (96)	492 (86)	440 (91)	454 (81)	F(4,10435) = 525,69, p = < 0,001

Positiivisilla tunteilla vaikutti olevan negatiivisia tunteita voimakkaampi yhteys opetuskäytänteisiin liittyviin uskomuksiin ja osaamistasoon. Yleiskuvana näyttäytyy, että mitä positiivisemmat tunteet oppilaalla on, sitä myönteisempiä hänen matematiikkaan liittyvät uskomuksensa ovat ja sitä korkeampi on hänen osaamistasonsa. Ryhmässä, joka tunsi vahvasti sekä positiivisia että negatiivisia tunteita, positiiviset uskomukset ja osaamistaso olivat korkeita, mutta nämä oppilaat liittivät myös ahdistuneisuuden matematiikan tunteihin. Matematiikka-ahdistusta kokivat eniten oppilaat, jotka kokivat harvoin positiivisia tunteita ja usein negatiivisia tunteita matematiikan tunneilla.

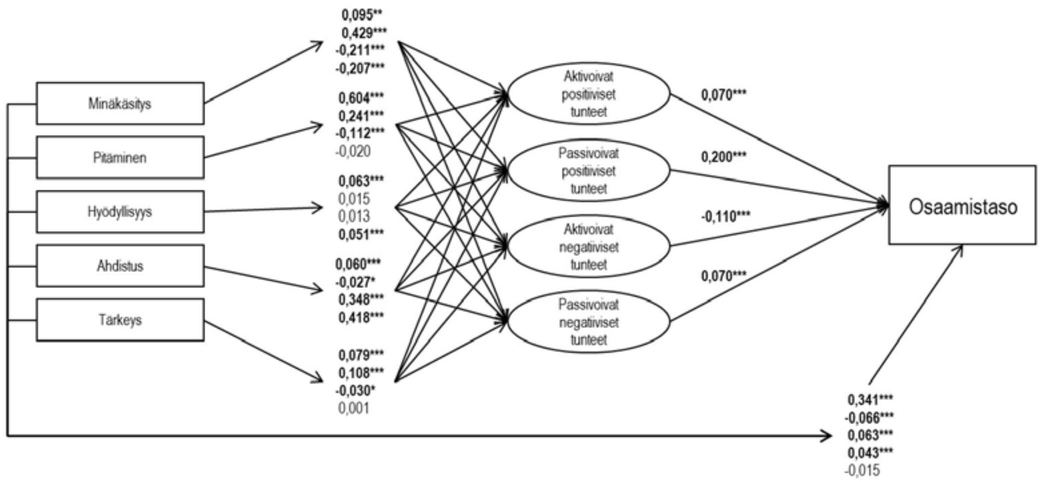
Ne oppilaat, joilla oli paljon positiivisia ja vähän negatiivisia tunteita, olivat osaavampia ja minäkäsitys oli heillä muita selkeästi positiivisempi. Osaaminen oli keskitasoista niillä oppilailla, joilla oli sekä positiivisia että negatiivisia tunteita paljon tai jonkin verran. Heikoin osaamistaso oli niillä oppilailla, jotka raportoivat kokevansa harvoin mitään tunteita tai jotka raportoivat kokevansa harvoin positiivisia ja usein negatiivisia tunteita.

Opetuskäytänteistä yksilöä huomioivat työtavat olivat eniten yhteydessä usein koettuihin positiivisiin tunteisiin riippumatta negatiivisten tunteiden yleisyydestä (positiiviset; vahvat tunteet). Oppilaat, jotka kokivat usein sekä positiivisia että negatiivisia tunteita (vahvat tunteet), vastasivat muita oppilaita useammin kontekstuaalisten ja sosiaalisten työtapojen olevan matematiikan tunneilla yleisimpiä. Harvoin mitään tunteita tuntevat oppilaat (heikot tunteet) eivät raportoineet minkään opetuskäytänteen korostuvan opetuksessa.

3.4.3 Uskomusten, tunteiden ja osaamisen väliset suhteet

Tutkimuskysymyksessä 2 selvitettiin, miten oppilaiden matematiikanopetukseen liittyvät uskomukset, tunteet ja osaaminen olivat yhteydessä toisiinsa. Uskomusten, tunteiden ja osaamisen välillä on kaksi vaihtoehtoista tapaa hahmottaa niiden väliset suhteet. Toisaalta voidaan ajatella, että oppilaan suhteellisen pysyvät matematiikkauskomukset vaikuttavat tämän oppimiseen sitä kautta, mitä tunteita hän opetuksessa kokee. Voidaan myös ajatella, että oppilaan matematiikan osaaminen vaikuttaa siihen, mitä tunteita oppitunneilla koetaan. Nämä kokemukset puolestaan vaikuttavat siihen, millaiseksi uskomukset muodostuvat. Tutkimme rakenneyhtälömalleilla näitä vaihtoehtoisia selitysmalleja. Mallien sopivuuden tunnusluvut eivät kummassakaan mallissa ole korkeat (ks. kuvioiden 3 ja 4 kuvatekstit), joten pitkälle meneviä päätelmiä mallien välisestä vertailusta on syytä välttää. Mallit kuitenkin kuvaavat, mihin käyttötarkoitukseen mittaristoa tulisi tulevaisuudessa kehittää osaamisarviointien yhteydessä.

Ensimmäisenä tarkasteltiin, miten oppilaiden uskomukset matematiikasta ja heistä itsestään matematiikan oppijoina vaikuttivat heidän kokemiinsa tunteisiin ja miten nämä tunteet ovat yhteydessä heidän osaamistasoonsa (Kuvio 3).



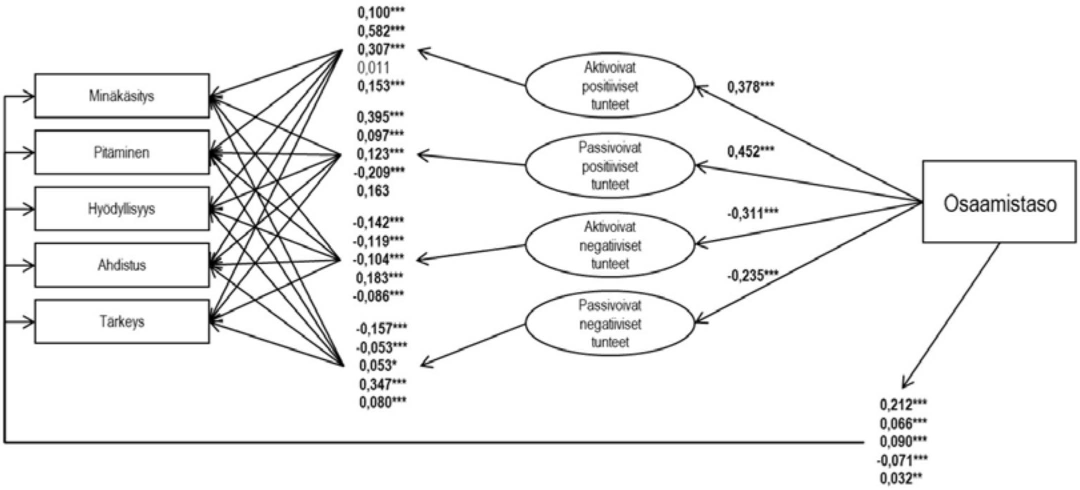
KUVIO 3. Malli uskomukset > tunteet > osaaminen (*p < 0,05, ** p < 0,01, *** p < 0,001); AIC = 381301,730; BIC = 381889,108; CFI = 0,858; TLI = 0,780; chi2 = 11869,103 (p < 0,001); RMSEA = 0,126; SRMR = 0,098

Kuten odotettua, myönteisempi minäkäsitys ja matematiikasta pitäminen olivat yhteydessä positiivisten tunteiden kokemiseen useammin ja negatiivisten tunteiden kokemiseen harvemmin. Sen sijaan matematiikan hyödyllisenä, tärkeänä tai ahdistavana näkemisen yhteys tunteisiin ei ollut yhtä vahva. Hyötyuskomuksen yhteys tunteisiin oli hyvin heikko. Hyötyuskomus oli heikosti yhteydessä aktivoiviin positiivisiin ja passivoiviin negatiivisiin tunteisiin. Matematiikka-ahdistus oli yhteydessä negatiivisiin tunteisiin, mutta yllättäen se ei juurikaan ollut (negatiivisessa) yhteydessä passivoivien positiivisten tunteiden kokemiseen. Tärkeysuskomus oli voimakkaimmin yhteydessä passivoivien positiivisten tunteiden kokemiseen, mutta tämäkin yhteys oli heikko.

Matematiikan osaamiseen oli parhaiten yhteydessä passivoivien positiivisten tunteiden kokeminen positiivisella yhteydellä ja aktivoivien negatiivisten tunteiden kokeminen negatiivisella yhteydellä. Kaikkien muiden uskomusten paitsi matematiikan tärkeyden suora yhteys matematiikan osaamiseen oli merkitsevä, vaikkakin hyvin heikko kaikilla muilla paitsi minäkäsityksellä. Uskomuksista voimakkaimmat epäsuorat yhteydet osaamistasoon olivat matematiikka-ahdistuksella negatiivisten tunteiden kautta sekä pitämisellä ja minäkäsityksellä (etenkin passivoivien) positiivisten tunteiden kautta.[1]

[1] välillinen yhteys merkitään muuttujalla ja sen eri polut alaselitteenä (* p < 0,05, ** p < 0,01, *** p < 0,001)
$\text{MIN}_{\text{Min->APos->OT}}$ = 0,007**; $\text{MIN}_{\text{Min->PPos->OT}}$ = 0,086***; $\text{MIN}_{\text{Min->ANeg->OT}}$ = 0,023***; $\text{MIN}_{\text{Min->PNeg->OT}}$ = −0,014***
$\text{PIT}_{\text{Pit->APos->OT}}$ = 0,042***; $\text{PIT}_{\text{Pit->PPos->OT}}$ = 0,048***; $\text{PIT}_{\text{Pit->ANeg->OT}}$ = 0,012***; $\text{PIT}_{\text{Pit->PNeg->OT}}$ = −0,001
$\text{HYÖ}_{\text{Hyö->APos->OT}}$ = 0,004**; $\text{HYÖ}_{\text{Hyö->PPos->OT}}$ = 0,003; $\text{HYÖ}_{\text{Hyö->ANeg->OT}}$ = −0,001; $\text{HYÖ}_{\text{Hyö->PNeg->OT}}$ = 0,004**
$\text{AHD}_{\text{Ahd->APos->OT}}$ = 0,004**; $\text{AHD}_{\text{Ahd->PPos->OT}}$ = −0,005*; $\text{AHD}_{\text{Ahd->ANeg->OT}}$ = −0,038***; $\text{AHD}_{\text{Ahd->PNeg->OT}}$ = 0,029***
$\text{TÄR}_{\text{Tär->APos->OT}}$ = 0,006**; $\text{TÄR}_{\text{Tär->PPos->OT}}$ = 0,022***; $\text{TÄR}_{\text{Tär->ANeg->OT}}$ = 0,003; $\text{TÄR}_{\text{Tär->PNeg->OT}}$ = 0,000

Toisella rakenneyhtälömallilla tutkittiin osaamisen ennustavuutta uskomuksiin tunteiden kautta (Kuvio 4). Merkittävin ero mallien välillä oli, että osaamisen näkökulmasta yhteydet olivat erittäin merkitseviä lähes kaikilla muuttujilla.



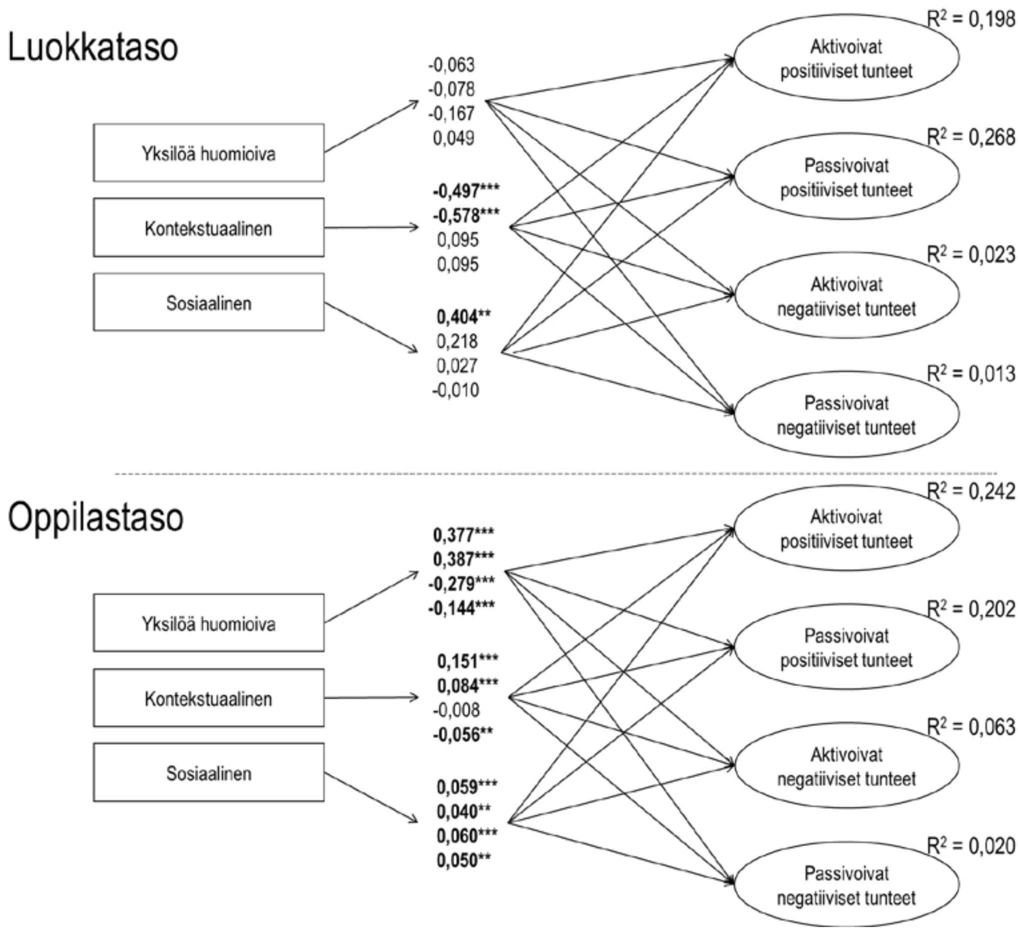
KUVIO 4. Malli osaaminen > tunteet > uskomukset (* p < 0,05, ** p < 0,01, *** p < 0,001); AIC = 356792,473; BIC = 357365,348; CFI = 0,837; TLI = 0,725; chi2 = 16937,363 (p < 0,001); RMSEA = 0,151; SRMR = 0,186

Parempi osaamistaso lisäsi positiivisia ja vähensi negatiivisia tunteita. Korkeampi osaamistaso oli positiivisessa yhteydessä positiivisiin uskomuksiin ja negatiivisessa yhteydessä matematiikka-ahdistukseen. Osaamistaso oli täten hyvin vahvassa roolissa suhteessa tunteisiin ja uskomuksiin.

Aktivoivat positiiviset tunteet olivat yhteydessä useammin positiivisten uskomuksien kokemukseen. Etenkin matematiikasta pitämiseen aktivoivat positiiviset tunteet vaikuttivat voimakkaasti. Ahdistususkomus väheni passivoivien positiivisten tunteiden myötä. Negatiiviset tunteet, etenkin passivoivat, lisäsivät ahdistusta. Pääsääntöisesti negatiiviset tunteet ovat yhteydessä vähentäen positiivisia uskomuksia, mutta passivoivat negatiiviset tunteet ovat yhteydessä matematiikan hyödyllisyyteen ja tärkeyteen lisäten niiden kokemisen yleisyyttä.

3.4.4 Opetuskäytänteiden yhteys oppilaiden tunteisiin

Tutkimuskysymys 3 tarkastelee matematiikan tuntien opetuskäytänteiden yhteyttä tunneilla koettuihin tunteisiin (Kuvio 5). Sekä käsitys käytetyistä opetuskäytänteistä että koetuista tunteista perustuvat oppilaiden näkemyksiin. Mallissa on alempana yksittäisten oppilaiden välinen tarkastelu ja sen yläpuolella luokkien välinen tarkastelu.



KUVIO 5. Työtavat > tunteet (* p < 0,05, ** p < 0,01, *** p < 0,001); CFI = 0,963; TLI = 0,940; chi2 = 675,703 (p < 0,001); RMSEA = 0,030; SRMRO = 0,020; SRMRL = 0,107

Yksilö- eli oppilastasolla jokainen matematiikanopetuksen opetuskäytänne oli merkitsevästi yhteydessä positiivisten tunteiden kokemiseen. Oppilaiden mukaan yksilöllistä oppimista huomioiva työskentely oli yhteydessä voimakkaimmin oppilaiden kokemiin positiivisiin tunteisiin ja vähensi myös negatiivisten tunteiden kokemista tilastollisesti merkitsevästi. Suurimmillaan yhteydet olivat merkittäviä.[2] Kontekstuaalinen työskentely, eli tehtävien käytäntöön sitominen ja tekemällä oppiminen, oli yhteydessä oppilaiden kokemien positiivisten tunteiden yleisyyteen ja passivoivien negatiivisten tunteiden harvinaisuuteen, mutta nämä yhteydet eivät voimakkaimmillaankaan olleet merkittäviä.[3] Sosiaalinen opetus, eli tavoitteiden, oppimisen ja arvioinnin yhdessä pohtiminen, oli yhteydessä yksilöiden negatiivisten että positiivisten tunteiden kokemiseen, joskaan nämäkään yhteydet eivät olleet merkittäviä.[4]

---

2 $d_{Yks\text{->}Apos} = 0{,}52$; $d_{Yks\text{->}Ppos} = 0{,}54$; $d_{Yks\text{->}Aneg} = -0{,}39$; $d_{Yks\text{->}Pneg} = -0{,}20$

3 $d_{Kon\text{->}Apos} = 0{,}26$; $d_{Kon\text{->}Ppos} = 0{,}14$; $d_{Kon\text{->}Pneg} = 0{,}09$

4 $d_{Sos\text{->}Apos} = 0{,}10$; $d_{Sos\text{->}Ppos} = 0{,}07$; $d_{Sos\text{->}Aneg} = 0{,}10$; $d_{Sos\text{->}Pneg} = 0{,}09$

Luokkatasolla yksilöä huomioivilla työtavoilla ei ollut tilastollisesti merkitseviä yhteyksiä oppilaiden kokemiin tunteisiin. Kontekstuaaliset työtavat ovat tilastollisesti erittäin merkitsevässä yhteydessä positiivisiin tunteisiin, mutta yhteys ei ole suurta.[5] Sosiaalisella opetuskäytänteellä yhteys aktivoiviin positiivisiin tunteisiin oli tilastollisesti merkitsevä, joskin yhteys on heikkoa.[6]

3.5 Yhteenveto ja rajoitukset

3.5.1 Keskeiset tulokset

Tunteiden analysointi osana kansallisesti kattavaa arviointitutkimusta on harvinaista maailmanlaajuisestikin, ja täten vertaaminen aiempiin tutkimuksiin perustuu rajatumpiin otoksiin ja mittauksiin, joissa ei ole yhtä aikaa arvioitu matemaattista osaamista koko peruskoulun matematiikan oppisisältöjen osalta. Uskomuksia on kuitenkin tutkittu aiemmissa kansallisissa arvioinneissa (mm. Rautopuro, 2013; Julin & Rautopuro, 2016; Metsämuuronen, 2017). Aineiston perusteella oppilaiden uskomukset matematiikanopetuksesta ovat varsin myönteisiä, mikä on linjassa näiden aiempien tulosten kanssa. Yleisimmin matematiikka koettiin tärkeäksi ja hyödylliseksi. Matematiikka-ahdistuksen taso oli lähellä asteikon keskikohtaa, eli suomalaisessa peruskoulussa koetaan myös jonkin verran ahdistuneisuutta matematiikkaa kohtaan.

Ensimmäisessä tutkimuskysymyksessä selvitettiin, minkälaisia tunteita suomalaiset yhdeksäsluokkalaiset liittävät matematiikanopetukseen. Oppilaiden tunnekokemukset matematiikan tunneilla ovat laadullisesti vaihtelevia. Oppilaiden raportoimien tunnekokemusten perusteella pystyttiin erottamaan viisi erilaista tunneprofiilia. Profiileista kolme erottelee oppilaat yleisen positiivisuuden asteen mukaan.

Tunnemittarissa erottuivat selkeästi negatiivinen ja positiivinen ulottuvuus, jotka vähemmän selkeästi edelleen jakautuivat aktivoiviin ja passivoiviin faktoreihin. Positiiviset tunneväittämät jakautuivat erityisen selkeästi aktivoiviin ja passivoiviin tunteisiin. Passivoivat tunteet olivat oppilailla hieman yleisemmin yhdistetty matematiikan tunneille kuin aktivoivat tunteet.

On myös olemassa joukko oppilaita, jotka kokevat paljon positiivisia tunteita, mutta joilla esiintyy matematiikan tunneilla usein myös negatiivisia tunteita ("vahvat tunteet"-profiili). Tämän ryhmän opintosuoriutuminen oli hyvää, mutta he kokivat matematiikan suhteen ahdistuneisuutta. Tämä kokemus saattaa liittyä matematiikan merkitykseen lukiossa ja sen jälkeisissä valinnoissa, joita osa oppilaista voi murehtia jo peruskoulun päättymisvaiheessa. Tunneprofiilien ymmärtäminen on tärkeää, kun mietimme, miten tukitoimia tulisi kohdentaa ja mitä kaikkia kerrannaisvaikutuksia tietynlaisilla kokemuksilla on. Esimerkiksi matematiikan vahvasti negatiivisesti kokevat olivat osaamistasoltaan heikoimpia ja heidän matematiikkauskomuksensa olivat negatiivisempia kuin muilla.

Profiileista kaksi pienintä olivat kuitenkin hieman yllättäviä. Heikkojen tunteiden tunneprofiilissa oppilaat eivät juurikaan kokeneet matematiikan tunneilla positiivisia tai negatiivisia tunteita. Heidän suoriutumisensa oli heikkoa, ja heidän suhtautumisensa matematiikkaan vaikuttaisi olevan välinpitämätöntä. Toisaalta tässä ryhmässä ahdistuneisuus oli vähäisempää ja minäkäsitys myönteisempi kuin negatiivisten tunteiden ryhmässä. Kenties välinpitämättömyys on tämän ryhmän oppilaille jonkinlainen suojautumismekanismi (Cohen, 2013). Tuloksissa on kuitenkin otettava huomioon, että noin 10 % näiden ryhmien vastaajista valitsivat vain yhtä ääriarvoa

5 $d_{Kon\text{->}Apos} = -0{,}38$; $d_{Kon\text{->}Ppos} = -0{,}44$; $d_{Kon\text{->}Aneg} = 0{,}07$; $d_{Kon\text{->}Pneg} = 0{,}07$

6 $d_{Sos\text{->}Apos} = 0{,}27$

kaikkiin kysymyksiin, eivätkä he ehkä vastanneet tosissaan. Tällainen toiminta voidaan kuitenkin tulkita myös kannanotoksi, joten aineistosta ei siistitty tällä perusteella osallistujia pois.

Toinen tutkimuskysymys käsitteli uskomusten, tunteiden ja osaamisen suhdetta yhdeksäsluokkalaisilla. Tunteiden ymmärtäminen auttaa meitä ymmärtämään myös uskomusten muodostumista, jolloin tie uskomusten kohentamiseen voi kulkea tunteiden kohentamisen kautta. Kyseessä on kuitenkin monimutkainen ilmiö, jossa pitää muistaa myös osaamistason vaikuttavan tunteisiin. Paremman osaamistason myötä muodostuu myönteisiä kokemuksia, ja korkeampaan osaamistasoon liittyy toisaalta enemmän positiivisia tunteita mutta ainakin osalla oppilaista myös passivoivia negatiivisia tunteita (pettymystä, ahdistusta ja epävarmuutta).

Vaikka arvouskomukset (tärkeys ja hyöty) olivat kyselyssä useimmin koettuja, ei niillä kuitenkaan ollut voimakasta yhteyttä tunteiden muodostumiseen tai oppilaiden osaamiseen. Etenkin positiivisilla tunteilla oli kuitenkin yhteys arvouskomuksiin. Yksi matematiikan tärkeys- ja hyödyllisyysuskomuksiin yhteydessä oleva tekijä on näihin uskomuksiin yhteiskunnassa vahvasti painottuva kasvatus sekä kotona että koulussa (Eccles & Wigfield, 2020), jolloin yleisesti vahva uskomus matematiikan tärkeydestä ja hyödyllisyydestä itsessään ei erottele oppilaita toisistaan eikä täten vaikuta myöskään tunteisiin. Tällöin myös heikosti menestyvät tiedostavat matematiikan tärkeyden ja hyödyllisyyden, ja variaatiota oppilaiden kesken on vähän. Uskomusten, tunteiden ja osaamistason yhteydet olivat aineiston suuruuden vuoksi tilastollisesti merkitseviä, mutta yhteyden voimakkuus oli pieni.

Huomattavaa on, että passivoivat positiiviset tunteet (tyytyväisyys ja onnistuminen) ovat yhteydessä vähäisempään matematiikka-ahdistukseen, joka taas on heikosti yhteydessä passivoivien positiivisten tunteiden vähäisempään kokemiseen. Matematiikka-ahdistuksella on sekä positiivisia että negatiivisia yhteyksiä oppimistuloksiin (Kashdan ym., 2011; MacLeod & Byrne, 1996). Näyttää siltä, että passivoivat positiiviset tunteet toimivat parhaiten ahdistuksen estäjinä, kun taas aktivoivat positiiviset tunteet jopa lisääntyivät ahdistuksen myötä. Innostus ja kiinnostus voivatkin tuoda mukanaan lisääntyneen ymmärryksen, jolloin avuttomuus ja vihaisuus voivat korostua ongelmia kohdattaessa. On myös huomattava, että ahdistus oli yksi muuttuja passivoivien negatiivisten tunteiden faktorissa, ja tämän tunnefaktorin ja matematiikka-ahdistususkomuksen välillä oli tilastollisesti merkitsevä, mutta ei erityisen voimakas yhteys.

Ahdistususkomus sekä positiiviset ja passivoivat negatiiviset tunteet olivat positiivisesti yhteydessä osaamistasoon. Tähän mielenkiintoiseen ilmiöön mahdollisia selityksiä ovat hyvien opiskelijoiden korkeat tavoitteet (Pahljina-Reinić & Kolić-Vehovec, 2017) ja negatiivisten tunteiden aktivoima epäonnistumisten vältteleminen (Pekrun & Stephens, 2010). Matematiikka-ahdistus oli myös positiivisesti yhteydessä aktivoiviin positiivisiin tunteisiin. Onko ahdistuksen kokemus sellainen, jota tulisi vältellä? Voitaisiinko ahdistuksen positiivisia vaikutuksia jopa hallita? Ahdistuksella on huomattu olevan korkean motivaation kanssa tuloksia parantava vaikutus (Eronen ym., 2021; Wang ym., 2015). Eronen ja kollegat (2021) pohtivat opetuskäytänteiden painottumista osaamista kehittäviin toimiin keinona lieventää ahdistusta opettajaksi opiskelevilla. Tunteita huomioiva matematiikanopetus voi parantaa oppimistuloksia, eli opetuskäytänteillä on oppimistuloksiin vaikutusta (Gläser-Zikuda ym., 2005).

Tutkimuksissa aiemminkin on havaittu minäkäsityksen ja osaamistason välillä vahva kaksisuuntainen yhteys (Hannula ym., 2014; Salonen & Hannula, 2022; Tuohilampi & Giaconi, 2013). Tunteiden ja minäkäsityksen välillä havaittiin molempiin suuntiin yhteys, joskin näiden keskinäistä voimakkuuseroa ei voida verrata. Passivoivien positiivisten tunteiden ja minäkäsityksen välillä on havaittavissa vahva yhteys. Matematiikasta pitäminen taas näyttää olevan luonnollisesti kytköksissä aktivoiviin positiivisiin tunteisiin. Jatkossa voitaisiin tutkia, miten pitämiseen panostavilla toimilla saavutetaan yhdessä minäkäsityksen vahvistamisen kanssa positiivisia vaikutuksia oppimistuloksiin.

Kolmas tutkimuskysymys selvitti matematiikan opetuskäytänteiden yhteyttä tunteisiin. Jaoimme opetuskäytänteet yksilöä huomioiviin, kontekstuaalisiin ja sosiaalisiin ulottuvuuksiin. Kontekstuaalisten ja sosiaalisten opetuskäytänteiden osalta ulottuvuudet nimettiin Koskisen (2016) kehittämän mielekkään oppimisen mallin mukaan, sillä malli oli tässä yhteydessä sopivin kansallisesta keskustelusta löytyvä opetuskäytänteiden käsitteellistys. Kuitenkin kolmas ulottuvuus erosi mielekkään oppimisen mallista, joten se nimettiin aineistolähtöisesti.

Käytimme kaksitasomallinnusta ymmärtääksemme, miten oppilaan yksilöllinen kokemus ja luokkatason vertailu opetuskäytänteistä vaikuttivat tunteiden muodostumiseen. Kaksitasomallissa luokkataso kuvaa, miten opetuksen käytänteet ovat yhteydessä luokassa koettuihin tunteisiin. Yksilötason suhteen tulkinta on hieman monimutkaisempaa, sillä siinä näkyy saman luokan samaa opetusta saaneiden oppilaiden erilaiset tulkinnat opetuskäytänteistä. Esimerkiksi vähän tunteita kokenut oppilasryhmä myös raportoi muita ryhmiä harvinaisempana kaikkien eri opetusmenetelmien käytön. Näyttää, että käyttämällä mitä tahansa opetuskäytänteistä opetuksessa tietyt oppilaat kokevat useammin positiivisia tunteita. Yhteydet ovat kuitenkin voimakkuudeltaan erilaisia, ja eniten myönteistä tunneilmastoa kaksitasomallin mukaan edisti yksilöä huomioivien työtapojen käyttäminen.

Opettajan tulee kuitenkin suunnitella opetuksensa vastaamaan koko luokan ja useampienkin luokkien tarpeisiin, laajemmin opettajan toimijuus sisältää erilaisia lähtökohtia kuten autonominen asema omaan opetukseen ja koulutuksen laajuuteen (Eteläpelto ym., 2015). Luokkatasolla yksilöä huomioivilla opetuskäytänteillä oli negatiivinen, mutta ei merkitsevä, yhteys oppilaiden tunteisiin, kun taas kontekstuaalisten opetuskäytänteiden, esim. projektitöiden, käyttö heikensi merkitsevästi luokan positiivisia tunteita. Vaikka projektitöiden, tekemällä oppimisen ja opetuksen arkielämäsidonnaisuuden laajempi käyttö saa yksittäiset oppilaat kokemaan positiivisempia tunteita, luokassa oppilaat kokevat tällöin kokonaisuutena kuitenkin vähemmän positiivisia tunteita. Jatkotutkimuksissa olisi kiinnostavaa tarkastella tätä ristiriitaisuutta ymmärtääksemme paremmin kontekstuaalisen opetuskäytänteen dynamiikkaa. Tulevaisuudessa voidaan tutkia, synnyttääkö esimerkiksi projektioppiminen negatiivisia tunteita, vai käyttävätkö opettajat kontekstuaalisia opetuskäytänteitä enemmän sellaisten ryhmien kanssa, joilla on valmiiksi matematiikkaa kohtaan negatiivisemmat tunteet ja uskomukset.

Tarkasteltaessa opettajan opetuskäytänteitä luokkatasolla huomataan myös, että sosiaalisia opetuskäytänteitä käyttävien opettajien oppilaat vaikuttivat kokevan merkitsevästi enemmän positiivisia aktivoivia tunteita kuin sosiaalisia työtapoja vähän käyttävien opettajien oppilaat. Aiempi tutkimus indikoi, että parhaiten oppilaiden positiivisia tunteita tukee opetus, joka huomioi myös sosioemotionaaliset näkökulmat ja mukautuu oppilaiden tarpeiden mukaan (Lin ym., 2020; Schukajlow ym., 2017). Kaksitasomallinnuksen pohjalta voimme todeta työskentelytapojen ja tunteiden välisen suhteen olevan monitahoinen kokonaisuus. Myös opettajan ja oppilaan välinen suhde ja se, miten opettaja ottaa yksittäisen oppilaan tai luokan tarpeet opetuksessaan huomioon, vaikuttavat oppilaiden kokemiin tunteisiin (Mainhard ym., 2018; Pekrun ym., 2002). Tätä luokkatasolla tapahtuvaa sosiaalisen ympäristön ja opettajan vaikutusta tunteisiin (Op 't Eynde ym., 2006) on jo oppimisen ymmärtämisen kannalta tutkittava tulevaisuudessa tarkemmin. Metodologisesti on tulevaisuudessa tärkeä pohtia, miten tätä tilannesidonnaista dynamiikkaa voidaan tavoittaa kansallisten oppimistulosarviointien kautta.

Luokkatasolla harva opetuskäytänteen ja tunteiden välisistä yhteyksistä oli merkitsevä, mikä osaltaan voi johtua suomalaisen koulun ryhmien sisäisestä heterogeenisuudesta. Tällöin luokkatasolla sama opetus koetaan sekä hyvänä että huonona. Tämä sinänsä eroaa Lazaridesin ja Buchholzin

(2019) tuloksista, joissa opettajan tuki ja luokanhallinta vähensivät ahdistusta ja tylsistymistä, kun nyt opetuskäytänteellä ei ollut juurikaan luokkatasolla vaikutusta tunteisiin. Heidän kontekstinsa ei kuitenkaan ole suomalainen koulu. Opettajan tuki ja kognition aktivointi lisäävät luokassa viihtymistä, mikä osaltaan voi olla oppilaalle merkityksellistä ja sitouttavaa (Lazarides & Bucholz, 2019; Hidi & Renninger, 2006).

3.5.2 Rajoitukset

Ennen johtopäätösten tekemistä on huomioitava aineistoon ja mittareihin liittyvät rajoitukset. Tunnemittari on kehitysversio, joka ei täysin vastaa mitään teoreettista mallia tunteiden ja opetuskäytänteiden osalta. Lisäksi toteutettu kysely on kertamittaus, jolloin tavoitetaan vain tyypillisimmät tunnekokemukset tunteiden kirjon jäädessä kapeaksi eikä kausaalisten tulkintojen tekeminen aineistosta ole mahdollista. Löydetyt yhteydet käsittelevät lähinnä asioiden ilmenemistä yhtä aikaa ja voivat olla osin harhaisia kyselyn mittarien positiivisten vastausten heijastuessa positiivisena toisiin kysymyssarjoihin. Myöskään mittareiden, lukuun ottamatta uskomusmittaria sekä osaamistasomittaria, psykometriset ominaisuudet eivät ole vahvoja.

Etenkin tunnemittari kaipaa enemmän väittämiä tarkemman mittaavuuden varmistamiseksi. Koska kyseessä on oppilaiden itsensä raportoimat vastaukset, väittämiä ei välttämättä ole ymmärretty vastaajien kesken samalla tavalla. Tunnemittarin väittämien kohdalla kehitystyö on tarpeen vastaamaan jotakin vallitsevaa teoriaa. Mittarissa avuttomuuden tunne tulkitaan kirjallisuudessa, mutta myös tämän aineiston vastauksissa, sekä aktivoivaksi että passivoivaksi tunteeksi. Tunnemittarin toiminta vähäisten väitteiden vuoksi ei ole aktivaatiolla lisätyllä jaolla kaikkein toimivin, ja tämä on tiedostettu analyysejä tehtäessä. Haasteita mittarille aiheutti myös tunnepari varma ja epävarma, jotka eivät kuulu käytettyyn Pekrunin (2006) kontrolli–arvo-teoriaan.

Opetuskäytänteiden kysymyssarja on alun perin suunniteltu lähinnä yksittäisiksi väittämiksi. Mittarin kehitystyö tältä osin on suositeltavaa jatkokäytön kannalta. Muodostetun faktorirakenteen teoreettinen tulkinta on haastavaa. Aineistolähtöisesti muodostetut latentit muuttujat sisälsivät väittämiä, jotka voidaan teoreettisesti tulkita kuuluvan myös toiseen latenttiin muuttujaan. Tässä ydinongelma on todennäköisesti väittämien monitulkintaisuus. Esimerkiksi pari- ja ryhmätyö voidaan käsittää kontekstuaalisiin projektitöihin liittyvänä käytännönratkaisuna tai sosiaalisiin käytänteisiin liitettynä opetuksen tavoitteena. Eroa voidaankin pohtia saman toiminnon eri funktiona, jolloin sosiaalisena toimena parityöskentely ajaa pohtimaan yhdessä ja kontekstuaalisena on resurssien ja toiminnan kannalta luontainen käytänne.

Kehitystyö on tarpeellista myös siksi, että rakenneyhtälömallien toimivuutta kuvaavat luvut olivat varsin heikot tarkasteltaessa uskomusten, tunteiden ja osaamistason välisiä yhteyksiä. Juuri opetuskäytänteiden mittarin heikko teoreettinen pohja osaltaan vaikutti siihen, että varsin kattavasta aineistosta huolimatta vaativien mallien toteuttaminen kaksitasoisena tuotti haasteita. Koska faktorirakennetta mallintaessa emme voineet käyttää puhtaasti teoria- tai aineistolähtöistä menetelmää, yhdistimme näitä ja hyödynsimme kirjoittajien kasvatustieteellisten teorioiden tuntemusta ja kokemusta matematiikan opettajina. Aineisto itsessään on laaja, ja kansalliset arviointitutkimukset mahdollistavat edellytykset myös yhdistää erilaisia tutkimuksen teorioita isoilla aineistoilla.

Myös mahdolliset ei-tosissaan tuotetut vastaukset voivat näin laajassa otannassa olla ongelma. Varsinkin profiilianalyysin pienimmissä profiileissa (heikot tunteet, 8,4 % ja vahvat tunteet, 6,0 %) oli 10 % vastaajia, jotka vastasivat profiilin suunnan mukaisesti vain ääriarvoja. Näitä ei kuitenkaan poistettu vastauksista, koska kokonaisvaikutusta tuloksiin tällä ei keskiarvotarkasteluissa kaikkien profiilien välillä ollut. Tämä osuus on otettu huomioon tulkintoja tehdessä.

3.6 Johtopäätökset

Aineiston pohjalta voidaan todeta suomalaisen yläkoulun matematiikan tunneilla koettavan paljon erilaisia tunteita. Aineistosta muodostetut tunneprofiilit kuvaavat laajaa kirjoa erilaisia tunnekokemuksia matematiikkaa kohtaan. Tunteiden mittaaminen ja erilaisten tunneprofiilien selvittäminen säännöllisesti, myös pitkittäistutkimuksilla, antaisi paremman ymmärryksen matematiikan tunnekokemuksista ja niiden yhteydestä matematiikan osaamiseen. Arvioinnissa käytettyä tunnemittaria tulee kehittää erottelemaan paremmin aktivoivat ja passivoivat tunteet toisistaan, jolloin yhtenä linjana voi olla Pekrunin ja Perryn (2014) esittämä tunteiden taksonomia. Tunnemittarin jakaminen muihinkin kuin positiivisiin ja negatiivisiin ulottuvuuksiin auttaa ymmärtämään tunteen tilannesidonnaisuuden vaikutusta ja parantamaan empiiristä todistusaineistoa teoreettisten mallien takana.

Uskomuksia, tunteita ja osaamistasoa tulisi jatkossakin selvittää enemmän osana arviointitutkimusta ja osaamistasoarviointia, sillä näiden välinen synergia avaa ymmärrystä oppilaan kokonaiskokemuksesta matematiikkaa ja matematiikan opiskelua sekä opetusta kohtaan. Tämän kolmikon keskinäinen suhde ei ole yksisuuntainen, jolloin varsinkin opettajan pyrkiessä tarjoamaan jokaiselle oppilaalle tälle sopivia työtapoja on haastavaa löytää jokaiseen tilanteeseen toimivimmat ratkaisut. Analyysien perusteella tunneprofiilien pienet oppilasryhmät (heikot ja vahvat tunteet) eivät selvästi asettuneet positiivisen ja negatiivisen jatkumolle. Tuloksien pohjalta pystymme vahvistamaan positiivisten tunteiden olevan yhteydessä parempaan osaamistasoon ja minäkäsitykseen matematiikan osaajana. Kuitenkin osaamistaso on yhteydessä voimakkaasti positiivisiin tunteisiin, ja täten voidaan miettiä, voitaisiinko osaamistason kohentamiseen panostamalla saada positiiviset tunteet lisääntymään, jolloin minäkäsityskin voisi parantua. Tämä voisi synnyttää positiivisen kierteen parantamalla osaamisen tasoa entisestään.

Opettaja osaa valita opetuksensa opetuskäytänteen yksilölle sopivaksi, jos positiivisen tunteiden kokeminen useammin yksilön näkökulmasta tulkitaan halutuksi lopputulokseksi. Kaksitasomallinnuksen avulla havaitsimme oppilaan kokevan useammin positiivisia tunteita opetuskäytänteestä riippumatta. Vaikuttaa, että hyvin koulussa menestyvät peruskoulun oppilaat kokisivat opetuksen ainakin osittain vastaavan omia tarpeitaan. Luokkatasolla analyysi nosti kuitenkin esille ennen kaikkea sosiaalisten opetusmenetelmien innostavuuden ja kontekstuaalisten työtapojen negatiivisen yhteyden oppilaiden positiivisiin tunnekokemuksiin. Yleisesti arviointitutkimuksen kysymyssarjoja tulisi määräajoin tarkastella tieteellisessä tutkimuksessa nousseiden teorioiden näkökulmasta, kehittää kyselyt mittaamaan laajempia kokonaisuuksia ja edistää aineistojen käyttökelpoisuutta myös tieteelliseen tutkimukseen.

3.7 Lähteet

Asparouhov, T., Hamaker, E. L., & Muthén, B. (2018). Dynamic structural equation models. Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 25(3), 359–388. https://doi.org/10.1080/10705511.2017.1406803

Bieg, M., Goetz, T., Sticca, F., Brunner, E., Becker, E., Morger, V., & Hubbard, K. (2017). Teaching methods and their impact on students' emotions in mathematics: An experience-sampling approach. ZDM Mathematics Education 49, 411–422. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0840-1

Cohen, S. (2013). States of denial: Knowing about atrocities and suffering. John Wiley & Sons.

De Corte, E., Depaepe, F., Op 't Eynde, P., & Verschaffel, L. (2011). Students' self-regulation of emotions in mathematics: An analysis of meta-emotional knowledge and skills. ZDM Mathematics Education, 43, 483–495. https://doi.org/10.1007/s11858-011-0333-6

De Vuyst, H. J., Dejonckheere, E., Van der Gucht, K., & Kuppens, P. (2019). Does repeatedly reporting positive or negative emotions in daily life have an impact on the level of emotional experiences and depressive symptoms over time? Plos one, 14(6), e0219121. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0219121

Dowker, A., Sarkar, A., & Looi, C. Y. (2016). Mathematics anxiety: what have we learned in 60 years? Frontiers in psychology, 7, 508. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00508

Eccles, J. S., & Wigfield, A. (2020). From expectancy-value theory to situated expectancy-value theory: A developmental, social cognitive, and sociocultural perspective on motivation. Contemporary Educational Psychology, 61, Article 101859. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2020.101859

Elliot, A. (2007). A conceptual history of the achievement goal construct. Teoksessa A. Elliot & C. Dweck (toim.), Handbook of competence and motivation (ss. 52–72). Guilford Press.

Elliott, E. S., & Dweck, C. S. (1988). Goals: An approach to motivation and achievement. Journal of Personality and Social Psychology, 54(1), 5–12. https://doi.org/10.1037/0022-3514.54.1.5

Eronen, L., & Toikka, S. (2021). Alkuopetusikäisen valmius reflektoida matemaattisessa ongelmanratkaisutilanteessa. FMSERA Journal, 4 (1), 1–15. https://erepo.uef.fi/handle/123456789/24754

Eronen, L., Portaankorva-Koivisto, P., & Hietalahti, K. (2021). Opettajaopiskelijoiden näkemyksiä omista valmiuksistaan matematiikka-ahdistusta kokevan oppilaan kohtaamisessa: Prospective teachers' views their readiness to face math anxiety in the classroom. LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education, 9(1), 313–335. https://doi.org/10.31129/LUMAT.9.1.1463

Eteläpelto, A., Vähäsantanen, K., & Hökkä, P. (2015). How do novice teachers in Finland perceive their professional agency? Teachers and Teaching, 21(6), 660–680. https://doi.org/10.1080/13540602.2015.1044327

Farchi, M., Levy, T. B., Gershon, B. B., Hirsch-Gornemann, M. B., Whiteson, A., & Gidron, Y. (2018). The SIX Cs model for immediate cognitive psychological first aid: From helplessness to active efficient coping. International Journal of Emergency Mental Health and Human Resilience, 20(2), 1–12. https://doi.org/10.4172/1522-4821.1000395

Federici, R., & Skaalvik, E. (2013). Students' Perceptions of Emotional and Instrumental Teacher Support: Relations with Motivational and Emotional Responses. International Education Studies, 7(1), 21–36. https://doi.org/10.5539/ies.v7n1p21

Fennema, E., & Sherman, J. A. (1976). Fennema-Sherman mathematics attitude scales: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by females and males. Journal for Research in Mathematics Education, 7(5), 324–326. https://doi.org/10.2307/748467

Filippello, P., Harrington, N., Costa, S., Buzzai, C., & Sorrenti, L. (2018). Perceived parental psychological control and school learned helplessness: The role of frustration intolerance as a mediator factor. School Psychology International, 39(4), 360–377. https://doi.org/10.1177/0143034318775140

Gläser-Zikuda, M., Fuß, S., Laukenmann, M., Metz, K., & Randler, C. (2005). Promoting students' emotions and achievement–Instructional design and evaluation of the ECOLE-approach. Learning and instruction, 15(5), 481–495. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2005.07.013

Goetz, T., Cronjaeger, H., Frenzel, A. C., Lüdtke, O., & Hall, N. C. (2010). Academic self-concept and emotion relations: Domain specificity and age effects. Contemporary Educational Psychology, 35(1), 44-58. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2009.10.001

Goldin, G. A., Epstein, Y. M., Schorr, R. Y., & Warner, L. B. (2011). Beliefs and engagement structures: Behind the affective dimension of mathematical learning. ZDM Mathematics Education 43, 547. https://doi.org/10.1007/s11858-011-0348-z

Greeno, J. G., & Gresalfi, M. S. (2008). Opportunities to learn in practice and identity. Teoksessa P. A. Moss, D. C. Pullin, J. P. Gee, E. H. Haertel, & L. J. Young (toim.), Assessment, equity, and opportunity to learn (ss. 170–199). Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511802157.009

Gresalfi, M., Martin, T., Hand, V., & Greeno, J. (2009). Constructing competence: An analysis of student participation in the activity systems of mathematics classrooms. Educational Studies in Mathematics, 70(1), 49–70. https://doi.org/10.1007/s10649-008-9141-5

Hallquist, M. N., & Wiley, J. F. (2018). MplusAutomation: An R Package for Facilitating Large-Scale Latent Variable Analyses in Mplus." Structural Equation Modeling, 25(4), 621–638. https://doi.org/10.1080/10705511.2017.1402334

Hannula, M. S. (2002). Attitude towards mathematics: Emotions, expectations and values. Educational Studies in Mathematics 49, 25–46. https://doi.org/10.1023/A:1016048823497

Hannula, M. S. (2012). Exploring new dimensions of mathematics-related affect: Embodied and social theories. Research in Mathematics Education, 14(2), 137–161. https://doi.org/10.1080/14794802.2012.694281

Hannula, M. S. (2015). Emotions in problem solving. Teoksessa S. Cho (toim.), Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_16

Hannula, M. S. (2018). Young learners' mathematics-related affect: A commentary on concepts, methods, and developmental trends. Educational Studies in Mathematics, 100, 309–316. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9865-9

Hannula, M. S., Bofah, E., Tuohilampi, L., & Metsämuuronen, J. (2014). A longitudinal analysis of the relationship between mathematics-related affect and achievement in Finland. Teoksessa S. Oesterle, P. Liljedahl, C. Nicol, & D. Allan (toim.), Proceedings of the Joint Meeting 3—249 of PME 38 and PME-NA 36, Vol. 3, 249–256.

Hidi, S., & Renninger, K. A. (2006). The Four-Phase Model of Interest Development. Educational Psychologist, 41(2), 111–127. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4102_4

Holm, M. E. (2020). Matematiikan tunteiden mittarin teoreettinen tarkastelu edustavassa suomalaisten nuorten aineistossa. Helsingin yliopisto. http://hdl.handle.net/10138/313394

Huang, C. (2011). Achievement Goals and Achievement Emotions: A Meta-analysis. Educational Psychology Review, 23, 359. https://doi.org/10.1007/s10648-011-9155-x

Huhtala, S., & Janhonen, S. (2022). Motivoidaan opiskelijoita ja karkotetaan matikka-ahdistusta: Ammatillisen matematiikan arkea. LUMAT-B: International Journal on Math, Science and Technology Education, 7(2), 123–133. https://urn.fi/urn:nbn:fi:hulib:editori:lumatb.v7i2.1810

IBM (2020). IBM SPSS Statistics for Windows. Version 27.0. IBM Corp.

Julin, S., & Rautopuro, J. (2016). Läksyt tekijäänsä neuvovat. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten arviointi 9. vuosiluokalla 2015. Julkaisut 20:2016. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. https://karvi.fi/wp-content/uploads/2016/04/KARVI_2016.pdf

Kashdan, T. B., Weeks, J. W., & Savostyanova, A. A. (2011). Whether, how, and when social anxiety shapes positive experiences and events: A self-regulatory framework and treatment implications. Clinical psychology review, 31(5), 786–799. https://doi.org/10.1016/j.cpr.2011.03.012

Ketonen, E. E., Dietrich, J., Moeller, J., Salmela-Aro, K., & Lonka, K. (2018). The role of daily autonomous and controlled educational goals in students' academic emotion states: An experience sampling method approach. Learning and Instruction, 53, 10–20. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2017.07.003

Kizilgunes, B., Tekkaya, C., & Sungur, S. (2009). Modeling the relations among students' epistemological beliefs, motivation, learning approach, and achievement. The Journal of educational research, 102(4), 243–256. https://doi.org/10.3200/JOER.102.4.243-256

Koskinen, R. (2016). Mielekäs oppiminen matematiikan opetuksen lähtökohtana: Systemaattinen analyysi Journal for Research in Mathematics Education aikakauslehden artikkelien pohjalta. Tutkimuksia 379. Käyttäytymistieteellinen tiedekunta. Helsingin yliopisto. http://hdl.handle.net/10138/160172

Koskinen, R., & Pitkäniemi, H. (2020). Matematiikan opetus mielekkään oppimisen edistämisessä: Integratiivista mallia kohti. Ainedidaktiikka, 4(1), 79–98. https://doi.org/10.23988/ad.82548

Lazarides, R., & Buchholz, J. (2019). Student-perceived teaching quality: How is it related to different achievement emotions in mathematics classrooms? Learning and Instruction, 61, 45–59. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2019.01.001

Liljedahl, P., & Hannula, M. S. (2016). Research on Mathematics-Related Affect: Examining the structures of affect and taking the social turn. Teoksessa Á. Gutiérrez, G. C. Leder, & P. Boero (toim.), The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: The Journey Continues (ss. 417–446). Sense.

Lin, W., Yin, H., Han, J., & Han, J. (2020). Teacher–Student Interaction and Chinese Students' Mathematics Learning Outcomes: The Mediation of Mathematics Achievement Emotions. International Journal of Environmental Research and Public Health, 17(13), 4742. https://doi.org/10.3390/ijerph17134742

Lohbeck, A., Nitkowski, D., & Petermann, F. (2016). A control-value theory approach: Relationships between academic self-concept, interest, and test anxiety in elementary school children. Child Youth Care Forum 45, 887–904. https://doi.org/10.1007/s10566-016-9362-1

Lord, F. M., Novick, M. R., & Birnbaum, A. (1968). Statistical Theories of Mental Test Scores. Addison-Wesley Publishing Company.

MacLeod, A. K., & Byrne, A. (1996). Anxiety, depression, and the anticipation of future positive and negative experiences. Journal of Abnormal Psychology, 105(2), 286. https://doi.org/10.1037/0021-843X.105.2.286

Mainhard, T., Oudman, S., Hornstra, L., Bosker, R. J., & Goetz, T. (2018). Student emotions in class: The relative importance of teachers and their interpersonal relations with students. Learning and Instruction, 53, 109–119. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2017.07.011

Metsämuuronen, J. (2012). Challenges of the Fennema-Sherman Test in the International Comparisons. International Journal of Psychological Studies, 4(3), 1–22. http://www.ccsenet.org/journal/index.php/ijps/article/view/16904/12480

Metsämuuronen, J. (toim.) (2013). Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012. Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Opetushallitus.

Metsämuuronen, J. (2017). Oppia ikä kaikki: Matemaattinen osaaminen toisen asteen koulutuksen lopussa 2015. Julkaisut 1:2017. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J., & Nousiainen, S. (2023). Yleiset menetelmäratkaisut matematiikan oppimistulosten arvioinnissa vuonna 2021. Teoksessa J. Metsämuuronen & S. Nousiainen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 21–82). Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Mikolajczak, M., Petrides, K. V., & Hurry, J. (2009). Adolescents choosing self-harm as an emotion regulation strategy: The protective role of trait emotional intelligence. British Journal of Clinical Psychology, 48(2), 181–193. https://doi.org/10.1348/014466508X386027

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Goh, S., & Cotter, K. (toim.). (2016). TIMSS 2015 encyclopedia: Education policy and curriculum in mathematics and science. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/encyclopedia/181–193

Muthén, L. K. & Muthén, B. O. (2017). Mplus User's Guide. 8. laitos. Muthén & Muthén.

Nurmi, J. E., Salmela-Aro, K., & Koivisto, P. (2002). Goal importance and related achievement beliefs and emotions during the transition from vocational school to work: Antecedents and consequences. Journal of Vocational Behavior, 60(2), 241–261. https://doi.org/10.1006/jvbe.2001.1866

OECD (2019), PISA 2018 Assessment and Analytical Framework. PISA, OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/b25efab8-en.

OPH (2014). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. Määräykset ja ohjeet 2014:96. Opetushallitus. https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf

Op 't Eynde, P., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2006). Accepting Emotional Complexity: A Socio-Constructivist Perspective on the Role of Emotions in the Mathematics Classroom. Educational Studies in Mathematics, 63, 193–207. http://dx.doi.org/10.1007/s10649-006-9034-4

Pahljina-Reinić, R., & Kolić-Vehovec, S. (2017). Average personal goal pursuit profile and contextual achievement goals: Effects on students' motivation, achievement emotions, and achievement. Learning and Individual Differences, 56, 167–174. https://psycnet.apa.org/doi/10.1016/j.lindif.2017.01.020

Pekrun, R. (2006). The control-value theory of achievement emotions: Assumptions, corollaries, and implications for educational research and practice. Educational psychology review, 18(4), 315–341. https://doi.org/10.1007/s10648-006-9029-9

Pekrun, R. (2014). Emotions and learning. Educational practices series, 24(1), 1–31. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000227679

Pekrun, R., Elliot, A. J., & Maier, M. A. (2009). Achievement goals and achievement emotions: Testing a model of their joint relations with academic performance. Journal of Educational Psychology, 101(1), 115–135. https://doi.org/10.1037/a0013383

Pekrun, R., Goetz, T., Frenzel, A. C., Barchfeld, P., & Perry, R. P. (2012). Measuring emotions in students' learning and performance: The achievement emotions questionnaire (AEQ). Contemporary Educational Psychology 36, 36–48. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2010.10.002

Pekrun, R., Goetz, T., Titz, W., & Perry, R. P. (2002). Academic emotions in student's self-regulated learning and achievement: A program of qualitative and quantitative research. Educational Psychologist, 37(2), 91–105. https://doi.org/10.1207/S15326985EP3702_4

Pekrun, R., & Perry, R. P. (2014). Control-value theory of achievement emotions. Teoksessa R. Pekrun & L. Linnenbrink-Garcia (toim.), International handbook of emotions in education (ss. 130–151). Routledge.

Pekrun, R., & Stephens, E. J. (2010). Achievement Emotions: A Control-Value Approach. Social and Personality Psychology Compass, 4, 238–255. https://doi.org/10.1111/j.1751-9004.2010.00259.x

Peterson, C. (2010). Learned helplessness. Teoksessa The Corsini Encyclopedia of Psychology. Wiley Online Library. https://doi.org/10.1002/9780470479216.corpsy0500

Rautopuro, J. (toim.) (2013). Hyödyllinen Pakkolasku. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2012. Koulutuksen seurantaraportit 2013:3. Opetushallitus.

Rodrigues, K. J. (2012). It does matter how we teach math. Journal of Adult Education 41(1), 29–33.

Salonen, R. V. (2023). Tunteiden mittaaminen matematiikan arvioinnissa—Tunnemittari, uskomukset ja kontrolli–arvo-teoria. Teoksessa J. Metsämuuronen & S. Nousiainen (toim.), Matematiikkaa COVID19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 173–189). Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Schneider, B. (2006). In the moment: The benefits of the experience sampling method. Teoksessa M. Pitt-Catsouphes, E. E. Kossek, & S. Sweet, The Work and Family Handbook (ss. 469–488). Routledge.

Schukajlow, S., Rakoczy, K., & Pekrun, R. (2017). Emotions and motivation in mathematics education: theoretical considerations and empirical contributions. ZDM Mathematics Education 49, 307–322. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0864-6

Trigueros, R., Aguilar-Parra, J. M., Lopez-Liria, R., Cangas, A. J., González, J. J., & Álvarez, J. F. (2020). The role of perception of support in the classroom on the students' motivation and emotions: The impact on metacognition strategies and academic performance in math and English classes. Frontiers in Psychology, 10, 2794. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.02794

Tuohilampi, L., & Giaconi, V. (2013). Minäkäsitys, motivaatio sekä tunteet matematiikkaan liittyen: kolmasluokkalaisten vertailua Suomessa ja Chilessä. Teoksessa M. Hähkiöniemi, H. Leppäaho, P. Nieminen, & J. Viiri (toim.), Proceedings of the 2012 Annual Conference of Finnish Mathematics and Science Education Research Association: Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimusseuran konferenssijulkaisu 2012 (ss. 117–128). (Research / University of Jyväskylä, Department of Teacher Education; No. 90). Jyväskylän yliopisto. http://urn.fi/URN:ISBN:978-951-39-5393-5

Ullman, J. B., & Bentler, P. M. (2012). Structural equation modeling. Teoksessa I. B. Weiner, J. A. Schinka, & W.F. Velicer (toim.), Handbook of Psychology, Vol. 2. Research Methods in Psychology IV: Data analysis issues. 2. laitos.. Wiley. https://doi.org/10.1002/9781118133880.hop202023

Vermunt, J. K., & Magidson, J. (2004). Latent class analysis. Teoksessa M. Lewis-Beck, A. Bryman, & T. F. Liao (toim.), The Sage encyclopedia of social sciences research methods (ss. 549–553). Sage.

Vilhunen, E., Tang, X., Juuti, K., Lavonen, J., & Salmela-Aro, K. (2021). Instructional Activities Predicting Epistemic Emotions in Finnish Upper Secondary School Science Lessons: Combining Experience Sampling and Video Observations. Teoksessa O. Levrini, G. Tasquier, T. G. Amin, L. Branchetti, M. Levin (toim.), Engaging with Contemporary Challenges through Science Education Research. Contributions from Science Education Research, vol 9 (ss. 317–329). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-74490-8_25

Villavicencio, F. T., Bernardo, A. B. I. (2016). Beyond Math Anxiety: Positive Emotions Predict Mathematics Achievement, Self-Regulation, and Self-Efficacy. The Asia-Pacific Education Researcher 25, 415–422. https://doi.org/10.1007/s40299-015-0251-4

Wang. Z., Lukowski, S. L., Hart, S. A., Lyons, I. M., Thompson, L. A., Kovas, Y., Mazzocco, M. M., Plomin, R., & Petrill, S. A. (2015). Is math anxiety always bad for math learning? The role of math motivation. Psychological Science, 26(12),1863–1876. https://doi.org/10.1177/0956797615602471

Williams, K. H., Childers, C., & Kemp, E. (2013). Stimulating and enhancing student learning through positive emotions. Journal of Teaching in Travel & Tourism, 13(3), 209–227. https://doi.org/10.1080/15313220.2013.813320

Williams-Johnson, M., Cross, D., Hong, J., Aultman, L., Osbon, J., & Schutz, P. (2008). "There are no emotions in math": How teachers approach emotions in the classroom. Teachers College Record, 110(8), 1574–1610. https://doi.org/10.1177/016146810811000801

Liite 1. Opetuskäytänteiden faktorirakenne

TAULUKKO A1. Opetuskäytänteiden faktoroinnin lataukset

Oppitunneilla…	Yksilöä huomioiva	Kontekstu-aalinen	Sosiaali-nen
kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä	0,698	-0,044	-0,037
oppilaat neuvovat toisiaan (auttavat)	0,603	-0,126	-0,17
olen tehnyt annetut kotitehtävät sovitulla tavalla	0,494	-0,089	-0,079
opettaja ottaa huomioon opetukseen liittyvät oppilaiden ideat ja toiveet	0,458	0,229	-0,078
opiskellaan itsenäisesti oman oppimispolun mukaisesti	0,448	0,172	0,06
opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä	0,002	0,718	-0,058
sovelletaan matematiikan taitoja arkielämän tilanteisiin	-0,15	0,708	-0,043
tehdään projektitöitä	0,059	0,533	-0,214
opiskellaan ryhmissä ja pareittain	0,215	0,511	0,038
pohditaan, onko tehtävän vastaus järkevä	0,02	-0,012	-0,834
oppilaat selittävät muille, miten ovat tehneet tehtävät / oppilaat esittävät muille ratkaisujaan	0,029	0,062	-0,61
oppilaat asettavat itselleen tavoitteita ja arvioivat edistymistään	0,193	0,225	-0,431

TAULUKKO A2. Opetuskäytänteiden faktoroinnin korrelaatiomatriisi

	Yksilöä huomioiva	Kontekstuaalinen	Sosiaalinen
Yksilöä huomioiva	1		
Kontekstuaalinen	0,306	1	
Sosiaalinen	-0,623	-0,402	1

4

Matematiikassa heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden erityiskysymyksiä

Jari Metsämuuronen, Karvi
Marja Holm, Terveyden ja hyvinvoinnin laitos
Pekka Räsänen, Oppimisanalytiikan keskus, Turun yliopisto

4

- Koulutusjärjestelmä kykenee tunnistamaan melko hyvin heikoimmin suoriutuvat oppilaat, ja heille joko annetaan matala arvosana tai heille tehdään tehostetun ja erityisen tuen päätös. Heikoimmin suoriutuneista oppilaista 47 % on yleisen tuen varassa.
- Heikosti suoriutuneiden oppilaiden osaaminen on merkittävästi matalammalla tasolla kuin keskiosaajilla; he prosessoivat helppojakin numeerisia ongelmia merkittävästi pidempään kuin keskiosaajat. Numeeristen taitojen ja suoritusnopeuden perusteella heikosti suoriutuneet oppilaat ovat tyypillisesti 6. luokan tasolla ja kolmasosa sijoittui tätä alemmalle tasolle.
- Heikosti suoriutuvien tyttöjen matematiikka-ahdistus on suurempi kuin poikien, ja tyttöjen tunteet matematiikan yhteydessä ovat negatiivisempia kuin poikien.
- Vain noin puolet opettajista ilmaisi, että tuen piirissä olevat saavat riittävästi tukea erityisopettajalta. Heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden ryhmästä lähes puolet on yleisen tuen piirissä.

4.1 Johdanto

Heikosti suoriutuvien oppilaiden erityiskysymyksiä on tutkittu niin kansallisesti kuin kansainvälisestikin verrattain paljon. Kansallisesti muiden muassa Niilo Mäki -instituutti on ollut aktiivinen ja julkaissut jo pitkään kansainvälisesti arvioiden merkittävää tutkimusta oppimiseen liittyvistä haasteista ja oppimisvaikeuksien mekaniikasta. Myös Turun yliopistoon perustettu oppimisanalytiikan keskus (TRILA) on ollut aktiivinen viime vuosien aikana. Kansallisissa oppimistulosarvioinneissa matematiikan osaamiseltaan heikoimmin suoriutuneiden oppijoiden matematiikkaan liittyviä kysymyksiä ovat koulun aloittaneiden osalta raportoineet Ukkola, Metsämuuronen ja Paananen (2020) ja Metsämuuronen ja Ukkola (2022), kuudesluokkalaisten osalta Räsänen, Närhi ja Aunio (2010) ja yhdeksäsluokkalaisten osalta Räsänen ja Närhi (2013) sekä Metsämuuronen ja Suomilammi (2023).

Heikoimmin suoriutuvien oppijoiden tutkiminen on perusteltua ei vain inhimillisesti yksilön näkökannalta, jotta voisimme auttaa heikosti suoriutuvia samaan parempia tuloksia ja menestymään opinnoissaan, vaan myös kansallisesti osaamisen laskutendenssin katkaisemiseksi. Karvi onkin esittänyt, että todennäköisesti tehokkain tapa saada kansallista osaamisen tasoa nousemaan, olisi tukea heikoimmin suoriutuvia oppilaita ja saamaan heidät lähemmäs kansallista keskiarvoa (näin mm. Metsämuuronen & Nousiainen, 2023; Ukkola & Metsämuuronen, 2023; ks. myös Metsämuuronen, 2023a).

Matemaattisia vaikeuksia on lähestytty mm. kognitiivisesta, sosiaalisesta ja emotionaalisesta viitekehyksestä sekä käyttäytymiseen liittyvistä näkökulmista (mm. Geary ym., 2008; Holm, 2020; Passolunghi, 2011; Wu ym., 2014). Tämän artikkelin tematiikkaan liittyy esiin kaksi heikosti suoriutuvien oppilaiden näkökannalta merkittävää tai mielenkiintoista osa-aluetta: matematiikan oppimisvaikeudet eli dyskalkulia ja siihen liittyvät mekanismit sekä heikkoon osaamiseen liittyvät akateemiset tunteet eli emootiot.

4.1.1 Matematiikan oppimisvaikeuksiin liittyvää keskustelua

Matematiikan oppimisvaikeuksia eli dyskalkuliaa koskevaa tutkimusta on paljon. Viimeaikaista kirjallisuutta käsittelevät esimerkiksi Hellstrand ym. (2023) ja Räsänen kollegoineen (2021). Tutkimusten perusteella tiedetään, että dyskalkulian taustalla on aivotoiminnallisia tekijöitä. Eri matemaattiset osataidot näyttävät häiriintyvän erilaisista aivotoiminnallisista erilaisuuksista. Rakenteellisia poikkeamia pienipainoisina syntyneiden aivoissa ovat kuvanneet ensimmäisenä Isaacs ja Stone (2001) ja Turnerin syndrooma-lapsilla Molko kollegoineen (2003). Molemmat tutkimusryhmät havaitsivat geneettistä alkuperää olevaa kehityksellistä dyskalkuliaa, mikä näkyi aivojen ulomman osan, korteksin ohentumana aivojen päälaen lohkolla (parietaalialueilla). Niilo Mäki -instituutin tutkimusryhmä puolestaan kuvasi ensimmäisenä toiminnallista poikkeamaa päälaenlohkolla tavanomaisilla lapsilla, joilla oli dyskalkulia, mutta ei lukemisen häiriötä ja joilla älykkyysosamäärä oli normaalin rajoissa (Price ym., 2008). Olennaista on, että fysiologiset poikkeamat eivät välttämättä kerro syy-seuraussuhteesta. Emme varmuudella voi sanoa, että poikkeama aiheuttaa osaamattomuuden, vaan voi olla myös niin, että osaamattomuus aikaansaa poikkeamaa. Todennäköisesti kyse on molemmista suunnista.

Aivotoiminnalliset rakenteelliset ja toiminnalliset erot eivät ole toisiaan pois sulkevia ilmiöitä, vaan voidaan puhua matemaattisen prosessoinnin poikkeamien “kirjosta”, jossa raja prosessoinnin vaikeuden ja normaalivariaation välillä on vaikea määritellä yksikäsitteisesti. Kansainvälisissä tutkimuksissa matemaattiseksi oppimisvaikeudeksi laskettava raja vaihtelee paljon. Joissain kansainvälisesti hyvin suoriutuvissa maissa kuten Suomessa ja Singaporessa noin 2–3 prosentilla väestöstä on arveltu olevan matemaattisia oppimisvaikeuksia (näin varhemmin mm. Räsänen & Ahonen, 1995). Uudemmassa Suomea koskevassa tutkimuksessa arvioitiin taitojen kehityksen perusteella, että noin kuudella prosentilla väestöstä olisi matemaattisia oppimishäiriöitä (Zhang ym., 2020). FUNA-aineistossa (n > 18 000) puolestaan havaittiin, että alimmassa 5 prosentissa aineistoa päällekkäistyvät vahvasti ryhmät, joissa oli sekä laskemisen vaikeuksia että lukujen prosessoinnin vaikeuksia (Hellstrand ym., 2023). Hyvä arvaus siis on, että kansallisesti edustavassa aineistossa heikoimmin suoriutuvalla 5–6 prosentilla oppilaista olisi dyskalkuliaan liittyviä haasteita; yleisesti oppimisvaikeuskirjallisuudessa arvio asetetaan 5–7 prosentin tasolle. Vuoden 2018 PISA-tutkimuksessa noin 27 % osallistuneista USA:laisista nuorista ei päässyt alimmalle hyväksyttävälle tasolle (taso 2, ”*minimum levels of proficiency in mathematics*”; OECD, 2018a). Vastaava luku Kiinan suurissa kaupungeissa oli 2 %, Singaporessa 7 % ja Suomessa 15 % (OECD, 2018b).

Osaamisen perusteella ei ole olemassa absoluuttista rajaa, jonka perusteella voidaan sanoa, että jollakulla olisi oppimisvaikeuksia. PISA-tulosten perusteella ”heikoksi” luokiteltava suomalainen nuori (alle 10% aineistosta) on useimmissa maissa keskitasoinen oppilas. Huomataan myös, että matematiikassa myös heikosti suoriutuvat oppilaat oppivat, mikäli heitä opetetaan tehokkaasti. Tällöin jokaisessa mittarissa mitataan oppilaan osaamisen lisäksi opetusjärjestelmän ja opettajien osaamista ja tehokkuutta.

Vuoden 2021 perusopetuksen päättövaiheen matematiikan oppimistulosarvioinnissa heikoimmin suoriutuneet oppilaat tekivät toiminnallisen laskutaidon diagnostisen standardoidun testin (FUNA, 2023; Räsänen ym., 2021; Hellstrand, 2023) mahdollisen dyskalkulian arvioimiseksi. Tämän testin ("FUNA-testi") ominaisuuksia käsitellään tuonnempana.

4.1.2 Akateemisiin tunteisiin liittyvää keskustelua

Toinen tämän artikkelin kannalta kiinnostava tutkimussuuntaus liittyy heikosti suoriutuvien oppilaiden akateemisiin tunteisiin, uskomuksiin ja asenteisiin ja näihin linkittyviin toiminnanohjauksen haasteisiin. Akateemisilla tunteilla tarkoitetaan koulun oppiaineiden yhteydessä koettua emootioita kuten nautintoa, ylpeyttä, vihaa, ahdistusta, häpeää, toivottomuutta tai tylsyyttä (Holm, 2020). Toiminnanohjaukseen liittyviä teemoja ovat mm. kyky suunnata, kontrolloida ja koordinoida käytöstään, jotka heikosti suoriutuvilla oppilailla voivat ilmetä esimerkiksi ongelmana suunnata tarkkaavaisuuttaan tai suunnitella tehtäviä etukäteen. Tunteet ja toiminnanohjaus linkittyvät toisiinsa Pekrunin kontrolli–arvo-teoriassa (*control-value theory*; Pekrun, 2006; Pekrun ym., 2002, 2009), jota Karvin aineistojen yhteydessä ovat tutkineet aiemmin Salonen (2023) ja toisessa tämän kirjan artikkelissa Salonen, Haataja ja Hannula (2023) ja muissa kansallisissa aineistoissa mm. Holm kollegoineen (2017, 2020).

Pekrunin viitekehyksessä akateemiset tunteet jaetaan yhtäältä positiivisiin ja negatiivisiin ja toisaalta passivoiviin ja aktivoiviin (Pekrun & Perry, 2014). Positiivisia aktivoivia tunteita ovat mm. kiinnostuneisuus ja innostuneisuus ja vastaavasti positiivisia passivoivia tunteita tyytyväisyys, onnistuneisuus ja varmuus. Negatiivinen aktivoiva tunne on esimerkiksi vihaisuus ja negatiivisia passivoivia tunteita ahdistuneisuus ja pettyneisyys. Osa tunteista, kuten avuttomuuden kokemus voi olla osittain aktivoiva ja osittain passivoiva. Farchi ym. (2018) mukaan avuttomuuden tunne voi sijoittua aktivoivien tunteiden joukkoon, koska avuttomuuden voidaan ajatella olevan reaktio tekemisestä ja opetussisällöstä johtuvaan akuuttiin stressiin. Toisaalta Filippello ym. (2018) ja Peterson ym. (2010) näkevät avuttomuuden olevan tunnetilana passivoiva, koska avuttomuus voi olla opittua ja saattaa johtaa luovuttamiseen ja aiheuttaa koulutehtävien välttämistä ja huonompia oppimistuloksia. Karvin tunnemittarin rakenneanalyysissa avuttomuus luokiteltiin aktivoivaksi tunteeksi (ks. tarkemmin Salonen, 2023; Salonen ym., 2023).

Heikosti suoriutuneiden oppilaiden akateemisia emootioita tarkastellaan Karvissa kehitetyn tunnemittarin avulla. Mittarin ominaisuuksia ovat käsitelleet Metsämuuronen ja Nousiainen (2023), Salonen (2023) sekä Salonen ja kollegat (Salonen ym., 2023).

4.1.3 Akateemisiin uskomuksiin ja asenteisiin liittyvää keskustelua

Akateemisia uskomuksia, asennoitumista tai suhtautumista voidaan mitata monella tavalla ja monesta viitekehyksestä käsin. Karvin oppimistulosarviointien yhteydessä asennoitumista on tarkasteltu kolmesta näkökulmasta Fenneman ja Shermanin mittarin pohjalta (Fennema & Sherman, 1976; ks. Metsämuuronen, 2012). Näistä matemaattinen minäkäsitys ("olen hyvä matematiikassa") on ensisijaisesti uskomusmittari ja matematiikasta pitäminen ("pidän matematiikasta") ja käsitys matematiikan hyödyllisyydestä ("matematiikasta on minulle hyötyä") ovat perinteisemmin asennemittareita; Salonen kollegoineen (2023) kutsuu näitä kaikkia uskomuksiksi. Kutakin asenneulottuvuutta mitattiin viidellä väitteellä. Karvin vuodesta 2001 asti systemaattisesti käyttämä asennemittari on muunnos alkuperäisestä: mittarin dimensioita on rajattu, sanamuotoja on yksinkertaistettu ja asteikkona käytetään 5-portaista Likertin asteikkoa alkuperäisen 4-portaisen sijaan (ks. perusteluista Metsämuuronen, 2012). Näiden kolmen Fenneman ja

Shermanin mittariin perustuvan dimension lisäksi arvioinneissa on usein tarkasteltu myös matematiikka-ahdistusta, jota mitataan kolmella osiolla.

Uskomuksista ehkä tutkituin on matemaattinen minäkäsitys (*self-efficacy*) eli se, kuinka matemaattisesti kyvykäs oppilas kokee olevansa. Minäkäsitykseen liittyvää teoreettista ja empiiristä keskustelua on käyty laajasti ainakin 1970-luvulta lähtien (Bandura, 1977, 1994; Pajares, 1996). Viimeaikaista kirjallisuutta käsittelevät mm. Wilde ja Hsu (2019), Cohen, Rahimi ja Zilka (2019) ja Lehikko (2021). Esimerkiksi Wilde ja Hsu (2019) havaitsivat, että oppijat, joilla on matala minäkäsitys, tekivät useammin negatiivisia vertailuja itsensä ja esimerkkinä annetun informaation välillä. Vastaavasti oppijat, joilla oli korkea minäkäsitys, hyötyivät tällaisesta informaatiosta.

Kansallisissa arvioinneissa matemaattisen minäkäsityksen on uskomus- ja asennedimensioista toistuvasti raportoitu olevan voimakkaimmin yhteydessä matematiikan osaamiseen (mm. Metsämuuronen, 2017; Metsämuuronen & Tuohilampi, 2014; Tuohilampi & Hannula, 2013). Tuohilampi ja Hannula (2013) havaitsivat, että osaaminen selitti paremmin minäkäsitystä kuin minäkäsitys osaamista. Tämä voi olla helposti selitettävissä käytetyllä mittaristolla ja sen sanamuodoilla. Kun väitteenä on: ”olen hyvä matematiikassa”, ja jos oppilas vastaa että ”täysin samaa mieltä” (5), niin taustalla on todennäköisesti todenmukainen käsitys itsestä osaajana. Toisin sanoen, se, että on hyvä matematiikassa, vaikuttaa siihen, kuinka hyväksi itsensä kokee, mutta päinvastainenkin on tietenkin mahdollista. Poikien käsitys itsestä matematiikan osaajana on positiivisempi kuin tyttöjen, kun verrataan osaamiseltaan saman tasoisia oppilaita. Tämä on havaittu 3. luokalla (Ukkola & Metsämuuronen, 2023), 6. luokalla (Niemi, 2008), 9. luokalla (Julin & Rautopuro, 2016; Tuohilampi & Metsämuuronen, 2013) sekä toisella asteella lukiossa (Metsämuuronen & Tuohilampi, 2017; Niemi ym., 2021) ja ammatillisessa koulutuksessa (Metsämuuronen & Salonen, 2017).

4.2 Tutkimuskysymykset

Tässä artikkelissa tarkastellaan vuoden 2021 arvioinnissa heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden osaamista, uskomuksia, asenteita ja tunteita viiden tutkimuskysymyksen näkökulmista:

1. Kuinka heikoimmin suoriutuvat oppijat suoriutuivat arvioinnissa yleisesti?
2. Mitä tiedetään heikoimmin suoriutuvista oppijoista diagnostisen FUNA-testin perusteella?
3. Miten heikoimmin suoriutuneiden oppijoiden osaaminen näkyy taitotason kuvausten näkökulmasta?
4. Kuinka akateemiset asenteet ja tunteet ilmenevät heikoimmin suoriutuvilla oppijoilla?
5. Kuinka tukitoimet kohdentuvat ja onnistuvat heikoimmin suoriutuneilla oppijoilla?

Kysymyksiin 1, 4 ja 5 vastataan arvioinnin ensimmäisessä vaiheessa kootun, varsinaisen aineiston avulla. Kysymykseen 2 vastataan arvioinnin toisessa vaiheessa tehdyn diagnostisen FUNA-testin avulla. Kysymystä 3 lähestytään yhtäältä erillisen ”helpon kokeen” avulla, joka muodostettiin laskemalla yhteen kaikkein helpoimpia tehtäviä eri tehtäväsarjoista ja toisaalta matematiikan yleisen viitekehyksen (Metsämuuronen, 2018) näkökulmasta. Osittain kysymyksiin 1 ja 3 liittyvää keskustelua on käyty jo aiemmin (Metsämuuronen & Suomilammi, 2023), jota tässä yhteydessä tarkennetaan kaikkein heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden osalta.

4.3 Menetelmät

4.3.1 Aineiston yleistä kuvausta

Aineistoon liittyvää yleistä menetelmällistä keskustelua käyvät Metsämuuronen ja Nousiainen (2023) eikä tätä toisteta tässä yhteydessä. Lyhyesti todetaan, että otos (*n* = 12 481) on kansallisesti kattava ositteiden ollessa kieliryhmät (suomi/ruotsi), geografiset alueet (aluehallintoviranomaisten muodostamat AVI-alueet) ja kuntaryhmät (kaupunki/taajama/maaseutu). Ruotsinkielisistä kouluista on otostettu pieni yliedustus, jotta heistä voidaan tehdä tarkempaa analyysia. Käytetyt mittarit ovat valideja mittaamaan perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (OPH, 2014) kuvattuja matematiikan opetuksen tavoitteita, ja mittareiden reliabiliteetit ovat korkeita uskottavien johtopäätösten tekemiseen.

Arvioinnin seitsemässä mittariversiossa syntyneet pistemäärät saatettiin toistensa kanssa yhteismitallisiksi eli pistemäärät vertaistettiin IRT-mallituksella. Pistemäärät vertaistettiin myös tässä artikkelissa käsiteltävän ”helpon” tehtäväsarjan sekä aiemmin tehtyjen 9. luokan mittausten kanssa. Vertaistuksessa vuoden 1998 keskitasoinen oppilas sai pistemääräkseen 500 ja vuoden 2021 pistemäärät suhteutuvat tähän lukuun. Keskimääräinen osaaminen vuoden 2021 aineistossa oli 452 pistettä (keskihajonta 113,34 pistettä).

Arviointiaineisto on monella tavalla aiemmista matematiikan arviointiaineistoista poikkeava mm. siksi, että otoskoko on selvästi aiempaa suurempi ja että mittariversioita oli aiempaa useampi (seitsemän versiota ensimmäisessä vaiheessa ja kaksi toisessa vaiheessa). Osaamisen ääripäihin suunnattiin eriyttävät tehtäväsarjat niin, että ensimmäisen vaiheen perusteella osaamiseltaan parhaat oppilaat saattoivat osoittaa ns. ”vaikeassa” tehtäväsarjassa, kuinka pitkälle he pääsevät yhdeksän kouluvuoden matematiikan opintojen aikana (ks. artikkeli Niemi & Metsämuuronen, 2023). Osaamiseltaan heikoimpien suorituksia tehneet oppilaat tekivät toisessa vaiheessa standardoidun FUNA-testin.

4.3.2 Heikosti suoriutuneiden oppijoiden määrittely

Artikkelissa kuvataan heikoimmin suoriutuneita oppilaita kolmesta näkökulmasta. Yhtäältä keskustellaan keskimääräistä heikommin suoriutuneesta *populaatiosta*[7], jonka määrittelyä ovat aiemmin käsitelleet Metsämuuronen ja Suomilammi (2023). Vuoden 2021 aineisto oli jakautunut kolmeen populaatioon: keskiosaajiin (*n* = 5 169; 41,4 %) ja tätä heikommin (*n* = 3 251; 26,0 %) ja paremmin suoriutuneisiin oppilaisiin (n = 4 061; 32,5 %). Kaikki populaatiot menevät selvästi päällekkäin, mutta keskipopulaatiota heikommin suoriutuviin osaajiin kuuluivat tyypillisesti arvosanan 5, 6 tai 7 saaneita oppilaita ja paremmin suoriutuneisiin arvosanan 9 tai 10 saaneita oppilaita.

Toiseksi, tässä artikkelissa erityisenä tarkastelun kohteena ovat matematiikan kokeessa heikoimmin suoriutuneet oppilaat. Heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden määrittelemiseen käytettiin kahta kriteeriä samaan tapaan kuin matematiikan parhaimpien osaajien tapauksessa (ks. Niemi & Metsämuuronen, 2023). Ensiksi heikoimpien osaajien ryhmään valikoituivat oppilaat, joiden saama kokonaispistemäärä tehtäväsarjassa oli vähintään 1,5 keskihajontayksikköä matalammalla tasolla kuin koko otoksen keskiarvo. Kokeen keskiarvo oli 451,9 pistettä ja keskihajonta 113,34 pistettä. Heikoimpien osaajien korkeimmaksi pisterajaksi muodostui siis 281,9 pistettä. Hajontaan

[7] Termiä ”populaatio” käytetään tarkoituksellisesti; vaihtoehtoinen termi olisi ”ryhmä”. Termien ero syntyy siitä, että heikoimmin suoriutuvaan ”ryhmään” kuuluvat oppilaat voidaan erottaa paremmin suoriutuvasta ”ryhmästä” tarkasti. Sen sijaan heikosti suoriutuvien oppilaiden ”populaatioon” kuuluvat oppilaat muodostavat jakauman, joka menee osittain päällekkäin muiden ”populaatioiden” kanssa.

perustuvan rajauksen lisäksi heikoimpiin osaajiin kuuluvien oppilaiden matematiikan arvosanan oli oltava alle 8, 9 tai 10. Jälkimmäinen rajaus seuraa ensiksi siitä, että toisin kuin korkeita pistemääriä saaneiden oppilaiden ryhmässä, heikon pistemäärän voi saavuttaa, jos ei tee testausta tosissaan tai lopettaa kesken. Näin siis arvosanan 8, 9 tai 10 saanut oppilas saattaa tehdä omaan tasoonsa nähden poikkeuksellisen heikon suorituksen, mikäli esimerkiksi jättää testin kesken. Oppilaita, jotka alittivat ylärajaksi määrätyn pisterajan, mutta arvosanatieto puuttui, oli kaksi. Heidät laskettiin mukaan heikoimmin suoriutuvien ryhmään.

Heikoimmiksi suoriutujiksi luokittui 603 oppilasta (4,8 % koko otoksesta; Taulukko 1). Näille vertailuryhmänä käytetään keskitason osaajien ryhmää. Tähän ryhmään kuuluvien oppilaiden pistemäärä oli enintään 0,5 hajonnan päässä kokeen keskiarvosta riippumatta kouluarvosanasta. Keskitason osaajien (n = 1 490; 11,9 % koko otoksesta) kokonaispistemäärä kokeessa oli 395,2–508,6 pistettä. Viiden oppilaan arvosanaa ei ollut tiedossa.

TAULUKKO 1. Heikoimpien osaajien arvosanajakauma koko aineistossa

	Lopullinen päättöarvosana							
	ei tietoa	4	5	6	7	8	9	yhteensä
heikoimmat osaajat (< 282, arvosana ≤ 7)	2	2	129	317	153			603
keskiosaajat (395–509)	5			14	268	975	228	1 490

Kolmanneksi, arvioinnin ensimmäisen vaiheen suorituksen perusteella valittiin kaikista kouluista kaksi tai kolme arvosanan 5, 6 tai 7 saanutta, *heikosti* suoriutunutta oppilasta diagnostiseen FUNA-testiin. Näille vertailuryhmäksi valittiin keskitasoisesti suoriutuneita arvosanan 8 saaneita oppilaita. Valinnassa oli kuitenkin kolme liikkuvaa tekijää, joiden vuoksi ryhmät poikkeavat hieman edellä kuvatusta. Ensiksi alkuperäisessä valintavaiheessa ei vielä tiedetty oppilaiden kokonaisosaamista; tämä varmentui vasta, kun opettajat olivat pisteittäneet tuottamis- ja perustelutehtävät. Toiseksi tässä vaiheessa ei vielä tiedetty oppilaan mahdollisesta yksilöllistetystä matematiikan opetussuunnitelmasta; nämä oppilaat jäivät perusotoksen ulkopuolelle ja heitä koskevia tuloksia raportoidaan erillisesti. Kolmanneksi arvosanaa koskeva tieto oli joululta 2020 (viimeinen vahvistettu arvosana), ja arvosana saattoi muuttua päättöarvosanaa annettaessa.

FUNA-testiin osallistuneiden keskiosaajien osaamisen alarajaksi määriteltiin 0,5 × keskihajontapistettä alle keskiarvon kuten edellä (395 pistettä), mutta heikommin suoriutuneiden oppilaiden osaamisen ylärajaksi asetettiin 395 pistettä aiemman 282 sijaan. Tämä siksi, että ei ollut tarpeen jättää pois yhtäkään heikommin suoriutunutta opiskelijaa, vaikka lopullinen kokonaisosaaminen tulikin lähelle keskitasoa. Tätä ryhmää nimitetään FUNA-testin yhteydessä ”heikosti suoriutuneet”, ja osa tähän ryhmään luokittuneista oppilaista luokittui myös ”heikoimmin suoriutuneiksi” edellä kuvattujen kriteerien mukaisasti. Ei myöskään ollut tarpeen jättää ulkopuolelle niitä keskiosaajiksi luokittuneita oppilaita, joiden osaaminen ylitti edellä asetetun rajan 0,5 × keskihajontapistettä yli keskiarvon (> 509). Näitä oppilaita oli FUNA-otoksessa kaikkiaan 26. Korkeimmillaan osaaminen FUNA-aineistossa oli 535 pistettä, mikä jää selvästi matalammaksi kuin parhaimmin suoriutuneiden oppilaiden alaraja (622; ks. Niemi & Metsämuuronen, 2023).

Kaikkiaan FUNA-testiin valituista 967 oppilaasta 123 (12,7 %) ei osallistunut testiin. Poisjääneistä 62,6 prosenttia tuli heikommin suoriutuneiden ryhmästä; osalla opettajista oli vaikeuksia motivoida heikosti suoriutuneita oppilaita vielä jatkamaan arvioinnin toiseen vaiheeseen. Lisäksi osoittautui, että FUNA-testiin osallistuneista 65:lle oli yksilöllistetty matematiikan oppimäärä. Nämä oppilaat eivät kuulu perusotokseen, ja heidät mainitaan erikseen, kun heitä käsitellään.

Näin lopullisessa FUNA-otoksessa oli 788 oppilasta, joista 345 heikosti suoriutuneiden oppilaiden ryhmässä ja 434 keskiosaajien ryhmässä (Taulukko 2).

TAULUKKO 2. Heikosti suoriutuneiden oppilaiden arvosanajakauma FUNA-aineistossa

	Lopullinen päättöarvosana							
	4	5	6	7	8	9	10	Yhteensä
heikosti suoriutuneet (< 395)	1	101	180	59	10	3		354
keskiosaajat (>395)		3	15	79	224	102	11	434

4.3.3 FUNA-testi

FUNA-DB-testi (*Functional Numeracy Assessment Dyscalculia Battery*; FUNA, 2023) eli tässä lyhyemmin FUNA-testi on kouluikäisten lasten ja nuorten matemaattisia perustaitoja mittaava seulontatesti. FUNA-testissä huomio on sellaisissa opetusmenetelmistä ja oppimääristä riippumattomissa perustaidoissa, jotka ovat osoittautuneet olevan yhteydessä myöhempään matemaattiseen oppimiseen. Mikäli osaaminen näissä perustaidoissa on erittäin heikkoa, kyseessä *voi* olla dyskalkulia.

FUNA-testissä matemaattisia perustaitoja mitataan kuudella osatestillä: lukujen vertailu, luvun ja määrän vastaavuus, lukusarjat, yhteenlaskut yksinumeroisilla luvuilla, vähennyslaskut yksinumeroisilla luvuilla sekä yhteen- ja vähennyslaskut moninumeroisilla luvuilla. Näistä lukujen vertailu sekä luvun ja määrän vastaavuus mittaavat lukukäsitteen hallintaa ja loput laskusujuvuutta. Testissä on yhteensä 346 osiota, joista kukin testattava saa ratkaistavakseen vain osan; tehtävät pitää pystyä ratkaisemaan tietyssä ajassa. Näistä lukukäsitteen hallintaa kuvaavat lukujen vertailu (F1.1; ”valitse mahdollisimman nopeasti ja tarkasti kahdesta luvusta suurempi”) ja luvun ja määrän vastaavuus (F1.2; ”arvioi mahdollisimman nopeasti ja tarkasti, vastaavatko näytölle ilmestyvät luku ja lukumäärä toisiaan”) perustuvat vastauksen nopeuteen. Näiden osalta pistemäärät kuvataan tehokkuusindekseinä (oikeiden vastausten reaktioajan mediaani jaettuna oikeiden vastausten prosenttiosuudella) niin, että mitä pienempi pistemäärä, sitä parempi tulos. Laskusujuvuutta kuvaavat lukusarjat (F2.1; ”mikä luku tulee seuraavaksi”; aikaa kolme minuuttia), yksinumeroiset yhteen ja vähennyslaskutehtävät (F3.1, F3.2; aikaa kaksi minuuttia) ja moninumeroiset laskutehtävät (F3.3; aikaa kolme minuuttia) kuvataan perinteisinä summapisteinä. Ymmärrettävästi tehtävät ovat keskitasoiselle yhdeksännen luokan oppilaalle helppoja ja kuvaavat vain numerotaidon sujuvuutta. Pistemäärään vaikuttaa oleellisesti taitojen automatisoituminen ja testiin osallistumisen intensiteetti: mitä nopeammin oikeita vastauksia pystyy antamaan ja haluaa antaa, sitä korkeampia pistemääriä testattavat saavat. Koska eri dimensioiden alkuperäiset pistemäärät poikkeavat toisistaan eikä niitä voida suoraan verrata, tässä artikkelissa käsitellään standardipisteitä ja standardoinnin avulla mallitettua ns. matemaattista vuosiluokkaa.

Yleisesti ottaen FUNA-mittarin reliabiliteetti on ollut korkeampi vaativammissa laskusujuvuutta mittaavilla osatesteillä (9. luokan oppilailla Guttmanin λ_4 = 0,94–0,99) ja tätä matalampi, joskin riittävän korkea uskottavien johtopäätösten tekemiseen yksinkertaisemmissa lukukäsitteen hallintaa mittaavissa osatesteissä (λ_4 = 0,85–0,87). Testin validiteettitarkasteluja käsittelevät Hellstrand ym. (2023), tyttöjen ja poikien välisiä eroja Räsänen ym. (2021) ja matemaattisten vuosiluokkien raja-arvoja FUNA-käsikirja (FUNA, 2023).

Vaikka FUNA-testi on yleisesti ottaen erotteleva, on hyödyllistä tietää myös, kuinka hyvin testi pystyy erottelemaan vuoden 2021 otoksen oppilaat toisistaan. Kokonaispistemäärien ja matemaattisen vuosiluokan kokonaisarvion osalta reliabiliteetteja käsillä olevassa otoksessa voidaan karkeasti arvioida osatestien ja kokonaistuloksen avulla. Koska sekä 9. luokalle standardoitu kokonaispistemäärä että tähän liittyvät osatestien summat ilmaistaan standardipisteinä, theta-kertoimen (Armor, 1974; Kaiser & Caffrey, 1965) kaava on soveltuva reliabiliteetin estimoimiseen (ks. perusteluja Metsämuuronen, 2022a, 2022c), vaikka yleensä theta-kerrointa käytetään pääkomponenttipistemuuttujan reliabiliteetin arvioimiseen. Laskennassa ajatellaan, että summa on muodostunut kuudesta laaja-asteikollisesta ”osiosta”. Jos kaavassa käytetään perinteistä tulomomenttikorrelaatiokerrointa (R), reliabiliteetin estimaatiksi tulee $\rho_{\mathrm{THR}} = 0{,}896$, mutta arvo ovat deflatoitunut eli mekaanisista syistä liian matala. Jos R:n sijaan käytetään dimensiokorjattua Somersin deltaa (D_2; Metsämuuronen, 2020) tai dimensiokorjattua Goodman–Kruskal gammaa (G_2; Metsämuuronen, 2021), deflaatiokorjatut estimaatit ovat $\rho_{\mathrm{THD2}} = \rho_{\mathrm{THG2}} = 0{,}926$. Deflaatiokorjauksessa käytetyt D_2 ja G_2 sopivat deltaa ja gammaa paremmin tilanteeseen, jossa osatesteissä enemmän kuin 3 kategoriaa (ks. keskustelu mm. Metsämuuronen, 2021, 2022d, 2022e). Vastaavasti matemaattista vuosiluokkaa tarkasteltaessa reliabiliteettien estimaatit ovat $\rho_{\mathrm{THR}} = 0{,}893$, $\rho_{\mathrm{THD2}} = 0{,}925$ ja $\rho_{\mathrm{THG2}} = 0{,}928$. Laskenta kuvataan liitteessä 1. Thetan kaava antaa reliabiliteetista konservatiivisen estimaatin; omegan ja rhon (maximal reliability) kaavaa käytettäessä estimaatit olisivat jonkin verran korkeammat (0,92–0,96).

4.3.4 ”Helppo” tehtäväsarja

Arviointiaineiston perusteella muodostettiin ns. ”helppojen” osioiden summa laskemalla yhteen ne tehtävät, joissa vähintään 76–80 % oppilaista antoi oikean ratkaisun. Teknisenä rajana oli *item response theory* (IRT) -mallinnuksen kautta vertaistetun vaikeustasoparametrin arvo $B \leq -1{,}000$. Aiemmissa paperi-kynä-testeissä tämän tasoisiin tehtäviin antoi oikean ratkaisun yli 80 % oppilaista ja digitaalisissa testeissä 76–79 % oppilaista. Tehtävistä 15 on julkaistu (Metsämuuronen & Nousiainen, 2023).[8] Tehtävät sisältävät yksinkertaisia matemaattisten termien muistamistehtäviä, päässälaskuna suoritettavan kahden desimaalin vähennyslaskun, jossa on kymmenylitys, päättelytehtävän, jossa on laskettava kolmella jaollisten lukujen todennäköisyys, sekä perinteisiä yksinkertaisia sievennys-, prosentti- ja funktiotehtäviä sekä polynomin ratkaisutehtävän (ks. tarkemmin Metsämuuronen & Nousiainen, 2023). Vaikka tehtävät olivat helppoja 9. luokkalaisille, ne eivät olleet triviaalin helppoja.

Versiokohtaiset reliabiliteettien alarajat vaihtelevat $\alpha = 0{,}731–0{,}804$, mutta nämäkin ovat deflatoituneita.[9] Tämä on tyypillistä testeille, jotka ovat kohdejoukossa helppoja tai vaikeita (ks. keskustelua Metsämuuronen, 2022a, 2023b). Deflaatiokorjattuina alarajat vaihtelevat versioittain $\alpha_D = 0{,}884–0{,}908$ ja $\alpha_G = 0{,}907–0{,}923$ (Metsämuuronen & Nousiainen, 2023).

4.3.5 Uskomus-, asenne- ja tunnemittarit

Uskomus-, asenne- ja tunnemittareiden reliabiliteetteja ja rakennetta on kuvattu toisaalla (Metsämuuronen, 2009, 2012; Metsämuuronen & Nousiainen, 2023; Salonen, 2023, Salonen ym. 2023) eikä näitä toisteta tässä yhteydessä. Todetaan vain, että oppilaiden matematiikkaan liittyviä uskomuksia (matemaattista minäkäsitystä) ja asenteita (matematiikasta pitämistä, matematiikan kokemista hyödyllisenä ja matematiikkaa kohtaan koettua ahdistusta) mitattiin 5-vaihtoehtoisilla

[8] Julkaistuista osioista ”helppoon” tehtäväsarjaan kuuluivat tehtävät 3, 8.1, 8.3, 8.4, 8.5, 9, 10, 11.1, 11.2, 12.1, 12.3, 14, 16.2, 19, ja 20 (ks. Metsämuuronen & Nousiainen, 2023). Eri tehtäväsarjoissa helppoja tehtäviä oli vaihtelevasti siten, että tehtäväsarjakohtaiset osioiden määrät ja maksimipistemäärät vaihtelivat välillä 16–23.

[9] Deflaatiokorjaus, joka käyttää alfan laskukaavaa ja jossa kaavaan sisään rakennettu tulomomenttikorrelaatiokerroin (*R*) korvataan vakaammalla Somersin deltalla (*D*; α_D), on hyvin konservatiivinen. Jos *R* korvataan Goodmanin–Kruskalin gammalla (*G*; α_G), estimaatti on liberaalimpi kuin α_D:n tuottama, mutta silti konservatiivisempi kuin esimerkiksi käyttämällä omegan tai thetan kaavaa pohjana (ks. edellä FUNA-testin yhteydessä; ks. tarkemmin Metsämuuronen, 2022a, 2023b)

Likert-asteikollisilla muuttujilla. Kolme ensin mainittua osa-aluetta kuuluvat Fennema–Sherman-asennemittarin (*Fennema–Sherman attitude scale*, FSAS) pohjalta rakennettuun Karvin vakiomittaristoon (ks. muutokset ja perustelut FSAS:in nähden Metsämuuronen, 2012). Kutakin osa-aluetta mitataan viidellä osiolla. Negatiivisesti tulkittavat osiot on käännetty summatessa positiivisiksi ja asiaa tarkastellaan keskiarvomuuttujien avulla. Näiden reliabiliteetit ovat perinteisesti olleet korkeahkoja. Koko aineistossa matemaattisen minäkäsityksen summan reliabiliteetin alaraja on α = 0,830, matematiikasta pitämisen summan alaraja on α = 0,885, hyödylliseksi kokemisen summan alaraja on α = 0,861. Matematiikka-ahdistusta koskevia väitteitä oli kolme ja summan erotteluvoima jää matalammaksi kuin kolmen ensin mainitun osamittarin (α = 0,688 ja deflaatiokorjattuna α_{D2} = 0,715 ja α_{G2} = 0,794). Laskenta kuvataan liitteessä 2.

Akateemisia tunteita mitattiin arviointia varten kehitetyllä mittarilla, jossa oli viisi negatiivista ja viisi positiivista tunnekuvausta. Oppilaan tuli arvioida, kuinka usein kokee vastaavaa tunnetta, kun hän ajattelee matematiikkaa. Vaihtoehdot olivat *ei lainkaan* (0), *harvoin* (1), *joskus* (2), *usein* (3) ja *lähes aina* (4). Emootiomittareiden deflaatiokorjatut reliabiliteetit ovat korkeita (positiiviset tunnetilat 0,937–0,963 ja negatiiviset tunnetilat 0,902–0,940; ks. tarkemmin Metsämuuronen & Nousiainen, 2023). Huomataan kuitenkin, että jos negatiivisen tunnetilan muuttujat käännetään positiivisiksi ja lasketaan yhteen positiivisten muuttujien kanssa—kuten usein tehdään asennetyyppisissä testeissä—näin syntyvän kokonaismittarin reliabiliteetti on matalampi kuin kummankaan osa-mittarin reliabiliteetti (0,874—0,930). Tämä ei ole tyypillistä, ja kertonee siitä, että positiivisten ja negatiivisten emootioiden samanaikainen kokeminen on mahdollista. Kokonaisaineistossa oppilaista, jotka ilmaisivat olevansa *lähes aina* ”varmoja” matematiikan suhteen, 10 prosenttia ilmaisi olevansa myös *lähes aina* ”epävarmoja”. Vastaavasti oppilaista, jotka ilmaisivat, että *eivät koskaan* olleet ”varmoja”, 21 prosenttia ei koskaan kokenut olevansa myöskään ”epävarma”. (Metsämuuronen & Nousiainen, 2023.)

4.3.6 Menetelmät

Artikkelissa käytetään pääsääntöisesti perinteisiä keskilukuja kuten keskiarvoa, mediaania ja moodia sekä hajontalukuja kuten keskihajontaa ja varianssia kuvaamaan aineistoa ja tuloksia. Analyyseissa käytetään yleisesti käytössä olevia tilastollisia menetelmiä. Regressioanalyysin variaatioista käytössä on logistinen regressioanalyysi (LRA), luokitteluanalyyseista *Decision tree* -analyysi (DTA) ja varianssianalyysin variaatioista yksi- ja kaksisuuntainen ANOVA *general linear modeling* -ympäristössä (GLM). Mikäli analyysin yhteydessä ei kerrota testisuuretta, se on *F*-testi. Yleisesti ottaen tekstiä tiivistetään niin, että saatetaan sanoa, että ”ero on merkitsevä (p < 0,001)” ilman, että testisuuren arvoa ja vapausasteita mainitaan. Varsinainen testisuure ei ole ensisijainen tilastollisen päätöksenteon kannalta.

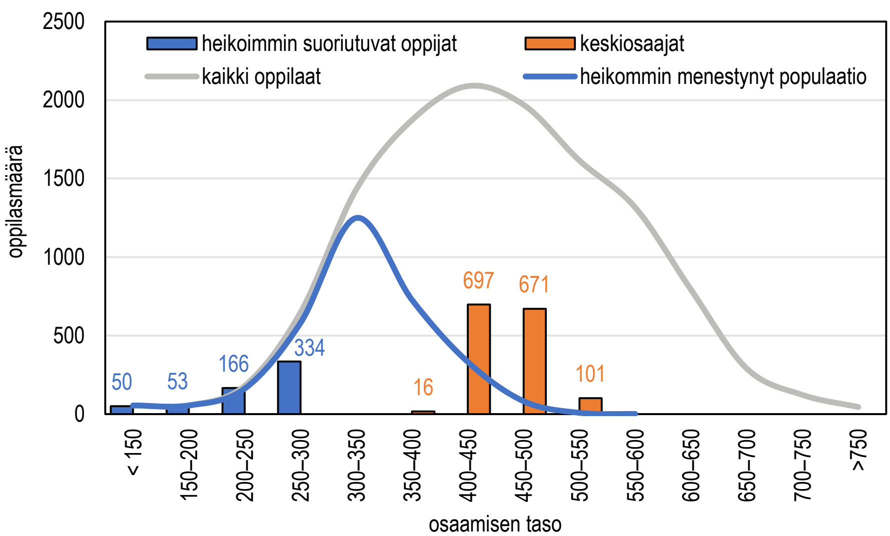
Efektikoon ensisijainen mitta on Cohenin f, joka soveltuu F-testin yhteyteen ja toissijaisena Cohen h, jota käytetään binomitestin yhteydessä suhteellisten osuuksien eron merkittävyyden arvioinnissa. Perinteiset vertailuarvot f:lle on seuraavat: jos f < 0,10, äärimmäisten ryhmien välinen ero on pieni tai triviaalin pieni, jos f ≈ 0,2 – 0,3, ero on keskisuuri ja jos f = > 0,4, ero on suuri. Jos f ≈ 0,2 tai tätä suurempi, tekstissä sanotaan, että ero on ”merkittävä”. Rajatapauksissa (esimerkiksi, jos f = 0,17) voidaan sanoa, että ero ”voi olla merkittävä”. Vastaavat arvot Cohen h:lle ovat samat kuin yleisemmin käytössä olevalla Cohenin d:lle: arvot h ≈ 0,4 tai tätä suurempi viittaavat merkittävään eroon ryhmien välillä.

Jos selitysaste tai tunnusluku tuntuivat intuitiivisesti liian matalalta, lasketaan tarkistuksen vuoksi myös deflaatiokorjattu arvo. Kun eri ryhmien otoskoot poikkeavat paljon toisistaan, efektikoon laskuissa käytetyt korrelaatiokertoimet *eta* ja *R* antavat liian matalia estimaatteja yhteyden suuruudesta eli ne ovat attenuoituneita tai deflatoituneita (ks. Metsämuuronen, 2022b). Tällöin korrelaatiokerroin ei saavuta täyttä vaihteluväliä −1:n ja +1:n väliltä, vaan saattaa vaihdella korkeintaan erimerkiksi arvojen −0,6 ja +0,6 välillä. Metsämuurosen (2022b) ehdottamassa deflaatiokorjauksessa havaittua korrelaatio (Cohenin *f*:n yhteydessä eta-kerroin) suhteutetaan maksimaaliseen mahdolliseen korrelaation arvoon, joka kyseisten muuttujien välillä voidaan aineistossa saavuttaa. Maksimaalinen korrelaatio saavutetaan, kun annetaan muuttujien korreloida sen jälkeen, kun molemmat muuttujat on järjestetty suuruusjärjestykseen toisistaan riippumatta. Esimerkiksi luvussa 4.4.3 huomataan, että heikosti suoriutuneiden oppilaiden ryhmässä havaittu eta saa arvon η_{obs} = 0,3755 eikä se voi saavuttaakaan suurempaa arvoa kuin η_{max} = 0,6465. Deflaatiokorjattu etan neliö lasketaan kaavalla $\eta_{DC}^2 = (\eta_{obs}/\eta_{max})^2 = (0,3755/0,6465)^2 = 0,3373$. Vastaavasti deflaatiokorjattu Cohenin *f* lasketaan kaavaan sijoittamalla $f_{DC} = \sqrt{\left(\eta_{DC}^2/\left(1-\eta_{DC}^2\right)\right)} = \sqrt{\left(0,3373/\left(1-0,3373\right)\right)} = 0,7135$.

4.4 Heikosti suoriutuneiden oppilaiden osaamisen erityispiirteitä

4.4.1 Heikoimmin suoriutuneiden osaaminen koko arvioinnissa

Matematiikassa heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden ryhmässä (n = 603; 4,8 % koko otoksesta) osaamisen keskiarvo oli 233 pistettä (keskihajonta 66,95 pistettä), kun se keskiosaajien ryhmässä oli 453 pistettä (kh. 31,67 pistettä). Ero keskiarvoissa on merkitsevä (p < 0,001) ja erittäin suuri tai jopa suurempi kuin ”valtava” (f = 2,20).[10] Tämä tietenkin seuraa siitä, että ryhmät on valittu toisensa poissulkeviksi nimenomaan osaamisen perusteella. Kokonaisuutena arvioiden heikoimmin suoriutuneet oppilaat edustavat aiemmin mallitetun, keskiarvoa heikommin suoriutuneiden populaation alinta segmenttiä (Kuvio 2).



KUVIO 2. Heikoimmin suoriutuneiden oppijoiden ryhmä koko arvioinnissa

---

10 Sawilowsky (2009) ehdottaa termiä ”*huge*”, ”valtava”, kun Cohenin *d* ylittää rajan 2,00. Cohenin *f* on noin puolet Cohenin *d*:n arvosta. Jos Cohenin *d* = 2,0 katsotaan ”valtavaksi”, karkeasti arvioiden *f* = 1,0 on vastaavasti ”valtava”. Cohenin *f*:n arvo 2,2 on siis huomattavasti suurempi kuin ”valtava”.

Pojilla heikko suoriutuminen on yleisempää kuin tytöillä

Pojilla heikko suoritus matematiikassa oli jossain määrin tyttöjä yleisempää. Tämä on ennustettavaa aiempien tulosten perusteella: miesten osuus erilaisten ilmiöiden kuten älykkyyden ja osaamisen ääripäissä on suurempaa kuin naisten osuus (mm. Baye & Monseur, 2016; Johnson ym., 2008; O'Dea ym., 2018). Sama ilmiö havaittiin jo kouluun tulon vaiheessa (Ukkola ym., 2020). Tässä aineistossa heikoimmiksi osaajiksi luokittuneista oppilaista poikia oli 57 prosenttia ja tyttöjä 43 prosenttia (Taulukko 3). Ero osuuksissa on tilastollisesti merkitsevä (binomitodennäköisyys, bin $p < 0{,}001$) ja jossain määrin merkittävä (Cohen $h = 0{,}27$). Matematiikassa heikoimmin suoriutuneista oppilaista kolmasosa (32,4 %) sai tehostettua tukea ja viidesosa (20,5 %) erityistä tukea. Huomataan siis, että heikoimmin suoriutuneista nuorista lähes puolet (47,1 %) oli yleisen tuen piirissä, vaikka ainakin osa heistä mitä ilmeisimmin tarvitsisi yleistä tukea vahvempaa tukea. Joka viidennellä (21,0 %) matematiikassa heikoimmin suoriutuneista oppilaalla oli suomi toisena kielenä. Tämä oli merkitsevästi (bin $p < 0{,}001$) ja merkittävästi ($h = 0{,}42$) yleisempää kuin matematiikassa keskitasoisesti suoriutuneiden oppilaiden ryhmässä.

TAULUKKO 3. Matematiikassa heikoimmin ja keskitasoisesti suoriutuneet oppijat

	Matematiikassa heikoimmin suoriutuvat (n = 603) % (n)	Matematiikassa keskitasoisesti suoriutuvat (n = 1 485) % (n)
Tyttö	**43,3 (261)**	**53,6 (796)**
Poika	**56,7 (342)**	**46,4 (689)**
Yleinen tuki	47,1 (275)	93,8 (1 394)
Tehostettu tuki	32,4 (189)	4,6 (69)
Erityinen tuki	20,5 (120)	1,5 (22)
Suomi toisena kielenä	21,0 (125)	5,5 (82)

Muistetaan, että eri arvioiden mukaan Suomessa oppilaista noin 5–6 prosentilla ikäluokasta saattaa olla matemaattisia oppimishäiriöitä (Hellstrand ym., 2023; Zhang ym., 2020) ja nämä todennäköisesti kuuluvat heikoimmin suoriutuneiden ryhmään. Kun kansallisesti edustavassa, laajassa aineistossa heikoimmin suoriutuneiksi luokittuneita on 4,8 prosenttia, voimme olettaa, että *jokaisella* heikoimmin suoriutuneiden ryhmään kuuluvalla olisi matemaattisia oppimisvaikeuksia. Voidaan kysyä, miten nämä oppilaat voidaan tunnistaa?

Heikoimmin suoriutuneet oppilaat kyetään tunnistamaan koulujärjestelmässämme

Logistinen regressioanalyysi (LRA) löytää 13 alimpaan populaatioon kuulumista ennustavien muuttujien joukosta (ks. Metsämuuronen & Suomilammi, 2023) kahdeksan muuttujaa, joilla pystytään profiloimaan heikoimmin suoriutuneiden oppijoiden ryhmään kuuluvat oppilaat 86 prosentin osuvuudella keskiosaajista (Taulukko 3). Analyysiin ei ole otettu mukaan arvosanatietoa, jonka mukaan ottaminen olisi nostanut luokittelun onnistumisen 94 prosenttiin ja mallin selitysasteen yli 80 prosentin. Arvosana on tietenkin ilmeinen selittävä tekijä, koska sitä alun perinkin käytettiin ryhmien erottelemiseksi toisistaan. Siksi mielenkiintoisempia ovat muut ennustetekijät. Näitä ovat tehostetun tai erityisen tuen päätös (10-kertainen riski kuulua heikoimmin suoriutuneiden ryhmään) sekä kuuluminen joustavaan perusopetukseen, pienryhmään tai erityisluokalle (6-kertainen riski). Kun muistetaan, että kaikilla oli myös matala arvosana, näyttää ilmeiseltä, että heikoimmin suoriutuvat oppijat kyetään tunnistamaan koulutusjärjestelmässämme, vaikka vain noin puolelle heistä tarjotaan tehostettua tai erityistä tukea.

Toisen tyyppisiä, ehkä varjoon jääviä riskitekijöitä ovat suomi tai ruotsi toisena kielenä (S2) status (9-kertainen riski) ja sosioekonomiseen taustaan linkittyvä kodin vähäinen sivistyskapasiteetti[11] (2-kertainen riski; ks. muuttujista tarkemmin Metsämuuronen & Nousiainen, 2023 tai Metsämuuronen, 2023a). Maahanmuuttotaustaisten oppilaiden haasteita ja heikomman osaamisen mekanismeja käsittelee toisaalla Metsämuuronen (2023a). Huomataan kuitenkin, että vaikka kaikissa arvosanaryhmissä on maahanmuuttotaustaisia oppilaita, ja osa heistä suoriutuu selvästi paremmin kuin ei-maahanmuuttotaustaiset oppilaat, heistä on huomattava yliedustus heikompia arvosanoja saaneista oppilaista.

TAULUKKO 3. heikoimmin suoriutuneiden ryhmään sijoittuvien oppilaiden ennustaminen

Muuttujat[1,2]	B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)	1/Exp(B)
Vakio	0,22	0,37	0,36	1	0,547	1,25	
Kolmiportaisen tuen taso tehostettu tai erityinen tuki (Dummy)	2,29	0,20	134,80	1	<,001	9,84	
S2-status (Dummy)	2,18	0,27	63,71	1	<,001	8,88	
Erikoisluokka Jopo, pienryhmä, erityisluokka (Dummy)	1,82	0,45	16,25	1	<,001	6,17	
SES Kodin kulttuuriresurssit. Kotonani on… (mm. taide-esineitä, musiikki-instrumentteja) 0–1 viidestä (Dummy)	0,86	0,17	27,22	1	<,001	2,36	
Negatiivinen tunnetila (1 = ei koskaan, 2 = harvoin, 3 = joskus, 4 = usein, 5 = lähes aina)	0,18	0,08	5,35	1	0,021	1,20	
Positiivinen tunnetila (1 = ei koskaan, 2 = harvoin, 3 = joskus, 4 = usein, 5 = lähes aina)	-0,76	0,10	64,06	1	<,001	0,47	2,14
Peruskoulun jälkeen Lukio, lyhyt matematiikka (Dummy)	-1,59	0,20	63,84	1	<,001	0,20	4,90
Peruskoulun jälkeen Lukio, pitkä matematiikka (Dummy)	-2,89	0,34	73,61	1	<,001	0,06	17,86
selitysaste	Nagelkerke R^2			oikein ennustettu			
	0,584			86,2 %			

1 Muuttujat valittu heikommin suoriutuvien oppilaiden populaatiota selittävistä tekijöistä (ks. Metsämuuronen & Suomilammi, 2023)

2 Logistinen regressioanalyysi, Conditional forward -ratkaisu; selitettävänä sijoittuminen heikoimmin suoriutuvien oppilaiden ryhmään (kun vaihtoehtona on sijoittua keskiosaajien ryhmään); muuttujat järjestetty ”riski”-tekijän mukaan (Exp(B))

Taulukosta 3 huomataan myös, että jos oppilas suunnittelee menevänsä lukioon, tämä tapahtuu todennäköisemmin keskiosaajien ryhmässä kuin heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden ryhmässä. Keskiosaajien ryhmään kuulumista ennustaa selkeästi lukion pitkän matematiikan opintoihin suuntautuminen (18-kertainen ”riski”) ja jossain määrin myös lyhyen matematiikan suuntautumisvaihtoehto (5-kertainen ”riski”).

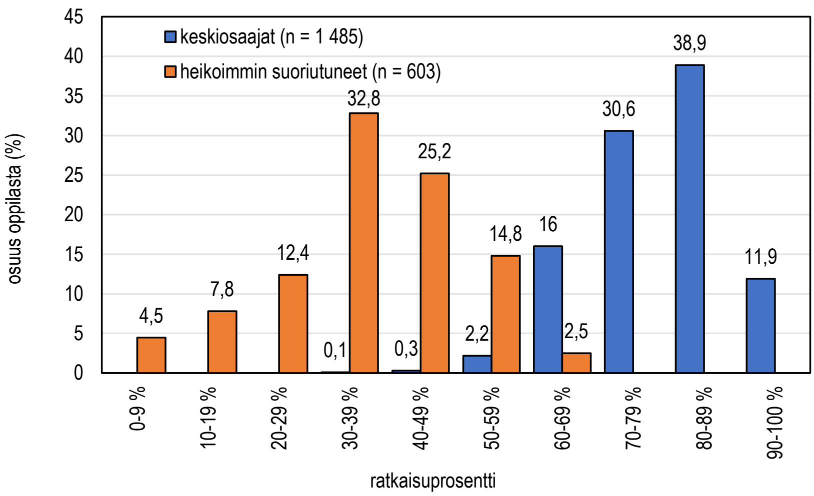
11 Termiä ”sivistyskapasiteetti” käytetään toisessa syventävistä raporteista (Metsämuuronen, 2023a). Termi liittyy kodin kulttuuriresursseihin liittyvien elementtien kuten esimerkiksi taide-esineiden, musiikki-instrumenttien ja kirjallisuuden useuteen lapsen kotona. Matala ”sivistyskapasiteetti” viittaa siihen, että kotona vain harvoja kulttuurielementtejä tai ei yhtäkään.

4.4.2 Kuinka heikoimmin suoriutuvat oppijat suoriutuivat kaikkein helpoimmista tehtävistä

Arvioinnin tehtävistä muodostettiin ns. ”helppo” tehtäväsarja, jonka avulla vertailtiin heikosti suoriutuneiden osuuksia eri vuosien matematiikan päättövaiheen arvioinneissa (Metsämuuronen & Suomilammi, 2023). Tehtäväsarjaan valittiin tehtäviä, joissa vähintään 75 prosenttia oppilaista sai oikean vastauksen. Tehtävät olivat siis yleisesti ottaen erittäin helppoja 9. luokan oppilaille.

Heikoimmin suoriutuneet oppilaat saivat kaikkein helpoimmista tehtävistä oikein vain noin kolmasosan

Heikoimmin suoriutuneet oppilaat ratkaisivat näistä eri tehtäväsarjojen helpoimmista tehtävistä keskimäärin 37 prosenttia oikein. Keskiosaajat ratkaisivat 79 prosenttia. Ero on merkittävä tai ”valtava” (f = 1,74), mikä näkyy myös siinä, että ryhmien jakaumat eivät juuri kohtaa toisiaan (Kuvio 3).



KUVIO 3. Heikoimmin suoriutuneiden ja keskiosaajien ratkaisuprosenttijakaumat helpossa tehtäväsarjassa

Helppojen tehtävien näkökulmasta erilaisten oppilasryhmien välillä ei ole merkittävää eroa

Heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden ryhmässä sukupuolten välillä ei ole merkitsevää eroa ratkaisuprosenteissa (p = 0,428) eikä myöskään kolmiportaisen tuen tasoilla (p = 0,659). Myöskään maahanmuuttotaustaisten ja ei-maahanmuuttotaustaisten oppilaiden välillä ei ole eroa heikoimpien oppijoiden ryhmässä (Taulukko 4).

TAULUKKO 4. Matematiikassa heikoimmin ja keskitasoisesti suoriutuneiden oppijoiden erot kaikkein helpoimmissa tehtävissä

	Heikoimmin suoriutuvat ratkaisuprosentti (n)	Keskiosaajat ratkaisuprosentti (n)
Tyttö	38,3 (261)	78,5 (796)
Poika	35,4 (342)	80,5 (689)
Yleinen tuki	37,0 (275)	79,4 (1 394)
Tehostettu tuki	36,6 (189)	78,8 (69)
Erityinen tuki	35,8 (120)	78,6 (22)
Suomi toisena kielenä (S2)-status	36,1 (125)	76,9 (82)
Ei S2-statusta	36,8 (470)	79,5 (1 403)

Helpon tehtäväsarjan tehtävät eivät olleet diagnostisia siinä mielessä, että emme tiedä, kuinka matalaa osaaminen heikoimmin suoriutuvassa ryhmässä on. Tiedämme vain, että osaaminen on erittäin heikkoa yhdeksännen vuosiluokan opetussuunnitelmatasoon nähden. Osa tässä tarkastelluista, heikoimmin suoriutuneista oppilaista (n = 164) ja keskiosaajista (n = 223) osallistui myös FUNA-testiin, jossa käytössä oli myös hyvin yksinkertaisia diagnostisia tehtäviä. Tämän avulla voidaan arvioida tarkemmin, millä numerotaidon alueilla mahdollisia haasteita esiintyy enemmän kuin keskiosaajilla, ja minkä vuosiluokan osaamista heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden osaaminen vastaa.

4.4.3 FUNA-testin antamaan lisätietoa heikoimmin suoriutuneista oppijoista

Diagnostisessa FUNA-testissä matemaattisia perustaitoja mitataan kuudella osatestillä: lukujen vertailu (F1.1), luvun ja määrän vastaavuus (F1.2), lukusarjat (F2.1), yhteen- ja vähennyslaskut yksinumeroisilla luvuilla (F3.1 ja F3.2) sekä yhteen- ja vähennyslaskut moninumeroisilla luvuilla (F3.3). Dimensiot F1.1 ja F1.2 kuvaavat lukukäsitteen hallintaa ja F2.1–F3.3 laskusujuvuutta. Tulokset kuvataan kahdella tavalla. Yhtäältä ikäkausikohtaisina standardipisteinä, missä 0 viittaa keskimääräiseen osaamiseen kullakin dimensiolla. Tällöin negatiivinen pistearvo viittaa keskitasoa heikompaan suoritukseen ja positiivinen pistearvo keskitasoa parempaan suoritukseen. Toisaalta osaamista kuvataan matemaattisen vuosiluokan avulla: minkä vuosiluokan tasoista osaamista oppilas osoitti standardoidussa FUNA-testissä. Osa heikosti suoriutuvien ryhmästä kuuluu myös edellä määriteltyyn heikoimmin suoriutuvien ryhmään (n = 164).

Heikosti suoriutuneiden oppilaat prosessoivat helppojakin numeerisia ongelmia merkittävästi pidempään kuin keskiosaajat

Vertailuryhmänä toimivien keskiosaajien lukukäsitteen hallinta on ikäkauteen nähden keskitasoa (pojilla –0,02 ja tytöillä +0,04), mutta laskusujuvuuden osalta pojat ovat merkitsevästi (p < 0,001) ja merkittävästi (f = 0,24) parempia kuin tytöt (+0,33 vs. +0,04; Taulukko 5). Tähän nähden heikoimmin suoriutuneet oppilaat suoriutuvat FUNA-testin helpoissa tehtävissä merkitsevästi (p < 0,001) ja merkittävästi heikommin sekä lukukäsitteet hallinnassa (f = 0,45) että laskusujuvuudessa ja kokonaispistemäärässä (f > 0,63). Ryhmien välinen ero on noin yhden keskihajonnan suuruinen. Heikosti suoriutuneet oppilaat siis prosessoivat helppojakin numeerisia ongelmia merkittävästi pidempään kuin keskiosaajat. Ero ryhmien välillä on suurimmillaan lukusarjojen osa-alueella (heikoimmin suoriutuvien ryhmässä –0,67 ja keskiosaajilla +0,33; ero 1,00 standardipistettä) ja pienimmillään luvun ja määrän vastaavuuden osa-alueella (−0,61 vs. +0,00; ero 0,61 standardipistettä). Ryhmien välinen ero konkretisoituu tuonnempana, kun tarkastellaan oppilaiden matemaattista vuosiluokkaa.

TAULUKKO 5. Matematiikassa heikoimmin ja keskitasoisesti suoriutuneiden oppijoiden erot FUNA-testissä

	keskiarvot (standardipiste)[1]				keskihajonnat			
	heikosti suoriutuneet		keskiosaajat		heikosti suoriutuneet		keskiosaajat	
osa-alue	**poika**	**tyttö**	**poika**	**tyttö**	**poika**	**tyttö**	**poika**	**tyttö**
F1.1 lukujen vertailu	-0,64	-0,70	0,05	0,05	1,034	1,078	0,691	0,697
F1.2 luvun ja määrän vastaavuus	-0,68	-0,51	-0,06	0,05	0,967	0,853	0,642	0,644
F2.1 lukusarjat	-0,55	-0,85	0,48	0,19	0,977	0,780	0,780	0,618
F3.1 yhteenlaskut yksinumeroisilla luvuilla	-0,46	-0,66	0,39	0,17	0,974	0,733	0,720	0,633
F3.2 vähennyslaskut yksinumeroisilla luvuilla	-0,47	-0,62	0,42	0,15	0,853	0,607	0,696	0,552
F3.2 yhteen- ja vähennyslaskut moninumeroisilla luvuilla	-0,52	-0,78	0,50	0,18	0,929	0,709	0,668	0,650
Lukukäsitteen hallinta yhteensä	-0,75	-0,68	-0,02	0,04	0,962	0,953	0,682	0,683
Laskusujuvuus yhteensä	-0,57	-0,98	0,43	0,08	0,846	0,684	0,776	0,693
Koko testi	-0,69	-1,05	0,33	0,05	0,838	0,746	0,767	0,696

[1] Pisteet on standardoitu 9. vuosiluokan oppilaiden tasolle

Heikosti suoriutuneiden oppilaiden osaaminen on keskimäärin kuudennen luokan tasolla

FUNA-testin standardeista voidaan suurehkon, joskin alaluokille painottuneen aineiston (n > 18 000) perusteella sanoa, kuinka eri vuosiluokkien oppilaat keskimäärin suoriutuvat testissä. Pistemäärien perusteella voidaan siis karkeasti arvioida, minkä vuosiluokan tyypillistä tasoa kunkin oppilaan osaaminen vastaa. Ensimmäinen huomio on, että heikosti suoriutuneiden ryhmä näyttää olevan keskimäärin kolme vuosiluokkaa jäljessä keskiosaajien ryhmää; heikosti suoriutuneessa ryhmässä matemaattinen vuosiluokka sijoittuu keskimäärin vuosiluokilla 6–7, kun se keskiosaajilla sijoittuu vuosiluokalle 10 (Taulukko 6). Tytöt ovat jopa neljä vuosiluokkaa jäljessä keskiosaajia. Mediaaniosaamisen näkökannalta ero näyttää vieläkin suuremmalta: sekä poikien että tyttöjen mediaaniosaaminen pyöristyy 6 vuosiluokkaan (vaikka eroa onkin lähes kokonainen vuosiluokka), ja keskiosaajien ryhmän pojilla mediaani sijoittuu 11. luokalle ja tytöillä 10 luokalle.[12]

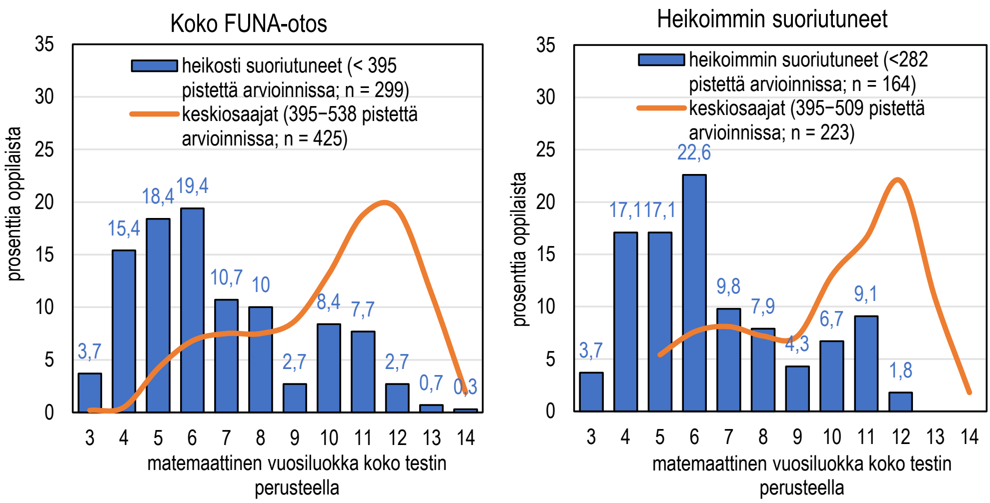
[12] Se, että keskiosaajien matemaattinen ikä asettuu ”lukiotasolle”, lienee kattoefektistä johtuvaa; lukiotasoisetkaan oppilaat eivät ehkä saisi testissä parempia tuloksia kuin 9. luokan keskiosaajat. Ilmiö näkyy selvimmin lukusarjatehtävissä, jossa osa heikosti suoriutuneiden ryhmäänkin kuuluvista oppilaista on laskennallisesti ”yliopistotasolla” (vuosiluokalla 19). Muistetaan, että FUNA-testin otoksessa on ollut mukana vain vuosiluokkien 3–9 oppilaita ja näistä 8. ja 9. vuosiluokan oppilaiden osuus on ollut verrattain pieni (ks. FUNA, 2023). Ei siis tiedetä, kuinka toisen asteen opiskelijat aidosti pärjäisivät testissä. FUNA-testissä vuosiluokka on mallitettu matemaattisesti ja ennuste on jatkettu 9. luokalta myös ylemmille luokille. Ylempiä luokkia koskeva ennuste ei siis ole yhtä tarkka kuin alaluokkia koskeva ennuste.

TAULUKKO 6. Matematiikassa heikosti ja keskitasoisesti suoriutuneiden oppijoiden keskimääräinen matemaattinen vuosiluokka

	heikosti suoriutuneet		keskiosaajat	
osa-alue	poika (vaihteluväli; mediaani)	tyttö (vaihteluväli; mediaani)	poika (vaihteluväli; mediaani)	tyttö (vaihteluväli; mediaani)
F1.1 lukujen vertailu	7 (1,4–12,7; 7,1)	7 (0,6–12,0; 7,4)	10 (3,0–12,9; 10,5)	10 (2,3–12,8; 10,8)
F1.2 luvun ja määrän vastaavuus	8 (2,3–14,0; 7,3)	8 (3,4–12,3; 8,2)	9 (3,1–12,4; 9,9)	10 (3,7–12,8; 10,5)
F2.1 lukusarjat	7 (1,3–13,5; 6,7)	6 (1,8–12,9; 4,8)	11 (1,3–14,2; 12,1)	10 (2,3–13,7; 11,0)
F3.1 yhteenlaskut yksinumeroisilla luvuilla	8 (1.0–19,0; 6,8)	7 (1,0–17,0; 5,8)	13 (3,0–19,0; 14,3)	12 (3,4–18,9; 13,2)
F3.2 vähennyslaskut yksinumeroisilla luvuilla	7 (1,1–16,6; 5,9)	6 (1,2–14,9; 5,1)	12 (1,6–16,8;12,5)	10 (2,3–15,8; 11,3)
F3.2 yhteen- ja vähennyslaskut moninumeroisilla luvuilla	7 (1,5–14,6; 6,0)	6 (1,5–13,9; 5,0)	12 (2,4–15,7; 12,5)	10 (1,8–15,3; 11,7)
Lukukäsitteen hallinta yhteensä	7 (2,8–12,4; 7,4)	8 (2,8–11,7; 7,8)	9 (3,0–12,6; 10,1)	10 (2,8–12,6; 10,3)
Laskusujuvuus yhteensä	7 (1,8–14,5; 6,6)	6 (2,1–12,7; 5,2)	11 (3,6–14,9; 11,6)	10 (2,8–13,9; 10,5)
Koko testi	7 (2,7–13,5; 6,4)	6 (2,7–12,2; 5,7)	10 (3,6–14,1; 10,9)	10 (3,3–13,1; 10,1)

Kolmannes heikoista oppilaista on numeeristen taitojen osalta alle 6. vuosiluokan tasolla

Toinen huomio liittyy osaamisen jakautumiseen. Heikosti suoriutuneiden oppilaiden osaaminen on mediaanitietona vuosiluokalla 6,4 ja niinpä heikosti suoriutuneista oppilaista puolet on tätä alemmalla tasolla (Kuvio 4). Heikommin suoriutuneiden oppilaiden tyypillisin matemaattinen vuosiluokka on 6. luokka, mutta tätä alemmalle tasolla jää kolmannes kaikista ryhmään kuuluneista oppilaista (31,6 %). Huomataan kuitenkin, että sekä heikoimmin suoriutuneet oppilaat että keskiosaajat jakautuvat kahteen ryhmään. Molemmissa ryhmissä pienempi osa oppilaista suoriutuu testistä ryhmäänsä nähden poikkeavasti: heikosti suoriutuneessa ryhmässä viidennes oppilaista (19,8 %) sai tuloksen, joka vastasi yhdeksättä vuosiluokkaa korkeampaa osaamista ja vastaavasti keskiosaajien ryhmässä viidennes oppilaista (19,1 %) sai tuloksen, joka oli kahdeksatta vuosiluokkaa alempaa osaamista vastaava. Sama ilmiö näkyy myös, kun tarkastellaan kaikkein heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden osajoukkoa FUNA-testiin osallistuneista (ks. Kuvio 4). Hyvää suoritusta ei voi tehdä sattumalta. Näyttää siltä, että heikompien osaajien ryhmässä korkean FUNA-testituloksen saaneiden oppilaiden osaaminen on tosiasiallisesti korkeampi, kuin mitä he osoittivat varsinaisessa arvioinnissa. Tällä on tietenkin vaikutusta edellä esitettyyn heikosti suoriutuvien oppilaiden keskiarvoon. Tässä mielessä mediaani ja mooditieto onkin uskottavampi kuvaamaan osaamisen tason keskittyneisyyttä kuin keskiarvotieto.



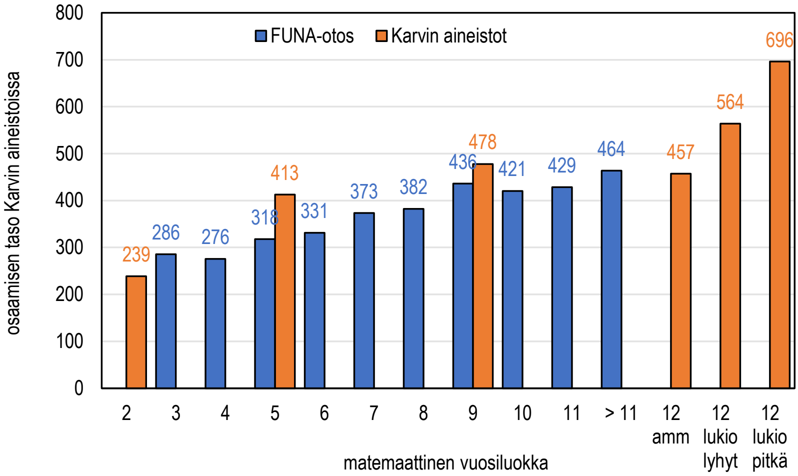
KUVIO 4. Matemaattinen vuosiluokka FUNA-testin perusteella

FUNA-testi mittaa numerotaitoa, mutta heikostikin suoriutuva 9. luokan oppilas osaa muutakin

Kolmas näkökulma FUNA-testiin, vuosiluokkatarkasteluun ja heikosti suoriutuneiksi luokittuneiden oppilaiden osaamiseen kirjoon 9. luokan lopussa saadaan siitä, että FUNA-testin tulos voidaan yhtäältä kytkeä koko arvioinnissa osoitettuun osaamiseen ja toisaalta aiempaan, vuonna 2015 päättyneeseen pitkittäisarviointiin, jossa samoja oppilaita seurattiin 3. luokan alusta (Huisman, 2006) toisen asteen loppuvaiheeseen asti (Metsämuuronen, 2017).

Nyt käsiteltävä aineisto kertoo päättövaiheen osaamisesta vuonna 2021. Tätä ennen Karvissa toteutettiin seuranta-arviointi, jossa 3. luokan alussa (eli tosiallisesti 2. luokan lopussa) saatu aineisto vertaistettiin 6. luokan alun (eli 5. luokan lopun aineistoon), 9. luokan lopun aineistoon ja toisen asteen lopun aineistoihin ammatillisissa oppilaitoksissa ja lukioissa. Vuoden 2021 päättövaiheen aineistoa sekä aiempia vuosien 1998 ja 2012 päättövaiheiden arviointeja yhdistämällä 2. luokan lopun aineistossa keskiosaaminen on 239 pistettä, 5. luokan lopun aineistossa keskiosaaminen on 413 pistettä ja 9. luokan lopun aineistossa 478 pistettä (Kuvio 5). Toisen asteen opiskelijoiden osaaminen poikkeaa selvästi koulutusvalintojen mukaan. Ammatillisen koulutuksen opiskelijoiden keskiosaaminen oli 437 pistettä, lukiossa lyhyen matematiikan oppimäärän suorittaneiden ja ylioppilaskokeessa läpäisseiden opiskelijoiden keskiosaaminen oli 564 pistettä ja lukiossa pitkän matematiikan oppimäärän suorittaneiden ja kirjoittaneiden keskiosaaminen oli 696 pistettä.

Kun verrataan FUNA-testin ehdottamaa matemaattista ikää, huomataan, että Karvin aineistoissa keskimääräinen osaamisen taso arvioiduilla vuosiluokilla on selvästi korkeampi kuin mitä FUNA-testi esittää. FUNA-testissä siis alemmalla osaamisen tasolla ”pääsee” ylemmälle luokalle kuin Karvin aineistoissa. Muistetaan, että FUNA-testi mittaa hyvin alkeellisia numeeris-matemaattisia taitoja ja niissä ilmeneviä haasteita. Karvin tehtäväsarjoissa osaamista mitataan laaja-alaisemmin. Tosiasiallisesti heikosti suoriutuva oppilas osaa siis muutakin kuin ratkaista yksinkertaisia numeerisia ongelmia. Huomataan myös FUNA-testistöön liittyvä mahdollinen kattovaikutus: on epäselvää, saisivatko parhaatkaan lukion pitkän matematiikan opiskelijat juuri parempia tuloksia aritmetiikkaan liittyvissä yksinkertaisissa ongelmissa kuin 9. luokan keskiosaajat.



KUVIO 5. FUNA-testin ja Karvin aineistojen arvio oppilaiden osaamisesta matemaattisella vuosiluokalla

Tehostetun ja erityisen tuen piirissä olevat oppilaat eivät poikkea toisistaan matemaattisen vuosiluokan suhteen

Tarkastellaan lopuksi matemaattista vuosiluokkaa kolmiportaisen tuen ryhmissä ja suomi tai ruotsi toisena kielenä (S2) opiskelevien ryhmässä (Taulukko 7). Yleisen tuen piirissä olevien, heikosti suoriutuneiden oppilaiden ryhmään kuuluvaan oppilaiden mediaaniosaaminen (7,1) on 3,5 vuosiluokkaa alempana kuin keskiosaajien ryhmässä (10,6). Nämä oppilaat ovat keskimäärin kuitenkin merkitsevästi korkeammalla matemaattisella vuosiluokalla kuin tehostetun tuen (5,6), erityisen tuen (5,2) tai yksilöllistyn matematiikan opetussuunnitelman mukaan opiskelleet oppilaat (4,8). Ero ääriryhmien välillä on merkittävä heikosti suoriutuneiden ryhmässä (f = 0,41 ja deflaatiokorjattuna f_{DC} = 0,71) mutta ei keskiosaajien ryhmässä (f = 0,05 ja deflaatiokorjattuna f_{DC} = 0,07).

TAULUKKO 7. Matematiikassa heikosti ja keskitasoisesti suoriutuneiden oppijoiden keskimääräinen matemaattinen vuosiluokka erilaisissa oppilasryhmissä

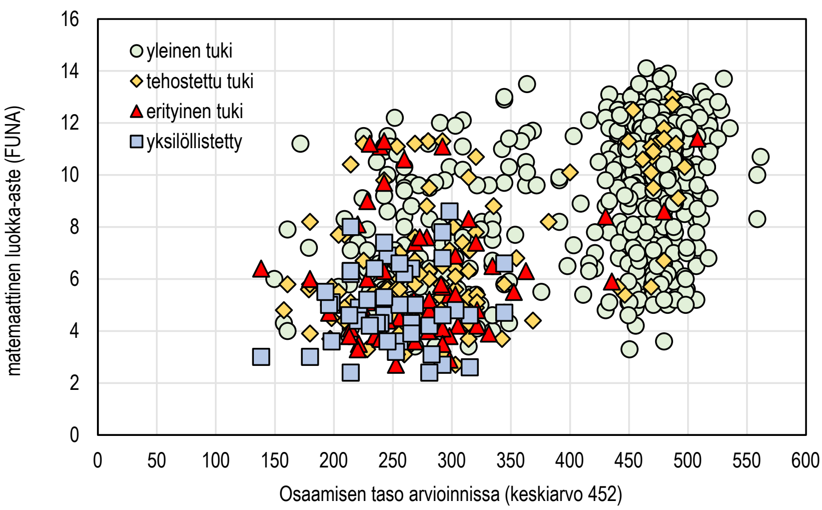
erityisryhmä	heikosti suoriutuneet keskiarvo (vaihteluväli; mediaani)	keskiosaajat keskiarvo (vaihteluväli; mediaani))
yleinen tuki (n = 145 + 395)	7,5 (3,4–13,5; 7,1)	10,0 (3,0–14,1; 10,6)
tehostettu tuki (n = 99 + 21)	6,0 (2,7–11,3; 5,6)	10,0 (5,4–13,0; 10,7)
erityinen tuki (n = 53 + 4)	5,9 (2,7–11,3; 5,2)	8,6 (5,9–11,4; 8,5)
yksilöllistetty (n = 47 + 0)	5,0 (2,4–8,6; 4,8)	
Ei S2-statusta (n = 257+ 408)	6,7 (2,7–13,5; 6,0)	10,0 (3,6–14,1; 10,6)
S2 status (n = 41 + 17)	6,4 (2,9–11,5; 6,0)	9,2 (3,3–13,2; 10,9)

Maahanmuutto- ja ei-maahanmuuttotaustaisten oppilaiden välillä ei ole lainkaan eroa matemaattisen vuosiluokan suhteen, kun sitä tarkastellaan keskilukujen näkökannalta. Tämä on huomattavaa, sillä tulos viittaisi siihen, että maahanmuuttotaustaisten oppilaiden yliedustus heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden ryhmässä ei seuraa matematiikkavaikeuksista vaan jostain muusta. Testin kieleen liittyvät haasteet ovat tällöin varteen otettava selitys heikommalle suoritukselle arvioinnissa. Näitä tarkastelee toisaalla Metsämuuronen (2023a).

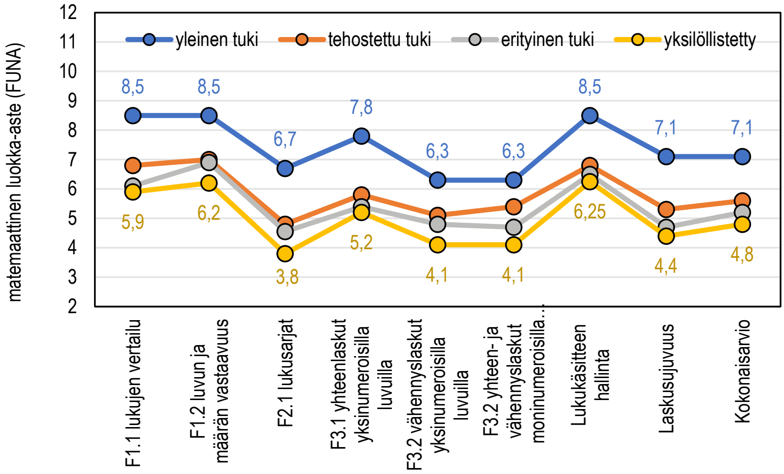
Kaikilla kolmiportaisen tuen eri tasoilla osaaminen vaihtelee paljon

Kolmiportaisen tuen eri tasoilla oppilaat ovat saattaneet numeerisissa perustehtävissä saavuttaa hyvin vaihtelevia matemaattisen vuosiluokan tasoja. Yleisopetuksen piirissä olevat oppilaat ovat saattaneet saavuttaa minkä hyvänsä vuosiluokkatason vuosiluokan 3 ja 14 välillä samoin tehostetun tai erityisen tuen piirissä olleet oppilaat vuosiluokan 3 ja 13 välillä (Kuvio 6). Yksilöllistetyn oppimäärän mukaan opiskelevien oppilaiden matemaattinen luokkataso vaihtelee selkeästi vähiten—vuosiluokkien 3 ja 8 välillä.

Heikosti suoriutuneiden oppilaiden ryhmässä kaikissa kolmiportaisen tuen ryhmissä suhteellisen hyvin hallittiin yksinkertaisia lukukäsitteen hallintaan liittyviä tehtäviä, mutta laskusujuvuuteen liittyvät tehtävät olivat selvästi haasteellisempia (Kuvio 7). Laskusujuvuuden osalta yhteenlaskut yksinumeroisilla luvuilla hallittiin suhteellisesti parhaiten ja tähän nähden vähennyslaskut yksinumeroisilla luvuilla olivat haasteellisempia. Sama havaittiin aiemmin myös koulutulokkaita koskevassa aineistossa: keskitasoiset oppilaat hallitsivat helposti yhteenlaskuja lukualueella 1–10, mutta eivät vähennyslaskuja eivätkä kymmenen ylityksiä (Ukkola ym. 2020).

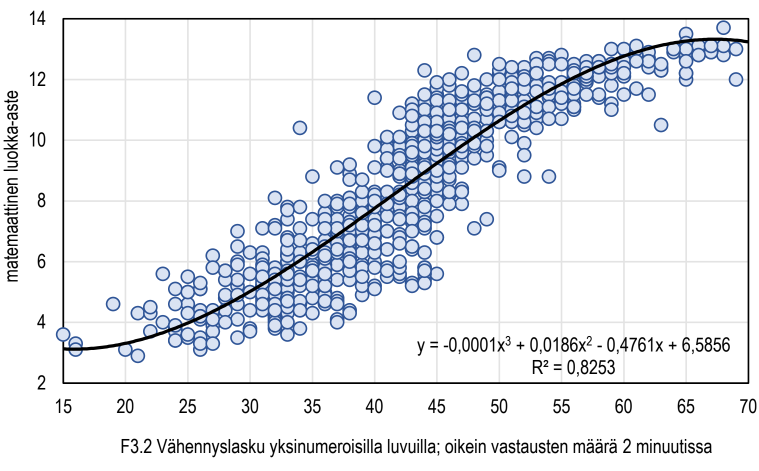


KUVIO 6. Osaamisen taso ja matemaattinen vuosiluokka kolmiportaisen tuen tasoilla



KUVIO 7. Osaamisen profiilit ja matemaattinen vuosiluokka kolmiportaisen tuen tasoilla

Asiaan liittyvänä yksityiskohtana voidaan mainita, että yksittäisistä FUNA-testin osatesteistä vähennyslaskut yksinumeroisilla luvuilla ennustavat parhaiten sekä kokonaisosaamisen että matemaattisen vuosiluokan (epälineaarinen $R^2 = 0{,}825$; Kuvio 8).[13]



KUVIO 8. Vähennyslaskut yksinumeroisilla luvuilla ja ennuste vuosiluokasta

[13] Kuviossa 8 näkyy kolmannen asteen yhtälön kaava, jolla vuosiluokka voidaan ennustaa melko hyvin, kun tiedetään yksinumeroisten vähennyslaskujen osatestin kokonaispistemäärä. Malli ei toimi, mikäli pisteitä on vähemmän kuin 15 tai enemmän kuin 70. Tarkemman ennusteen antaa 3-parametrisesta IRT-mallista tuttu logistinen kaava $y = c + (\gamma - c) \times \left(1 - 1 \big/ \left\{1 + e^{a(\theta - b)}\right\}\right)$, missä *c* on alin vuosiluokka ($c = 3$), γ on karkea ”yläasymptootti” ($\gamma = 13{,}6$), *a* on käyrän kulmakerroin (empiirisesti $a = 0{,}13$), *b* on pistemäärän keskiarvo ($b = 41{,}67$), theta on meitä kiinnostava pistemäärä testissä ja *e* eli eksponentti on Nepierin luku. Karvin aineistoon sovitettu käyrä on siis muotoa $y = 3.0 + (13.6 - 3.0) \times \left(1 - 1 \big/ \left\{1 + e^{0{,}13(\theta - 41{,}67)}\right\}\right)$, mikä toimii myös pistemäärää 15 pienemmillä ja pistemäärää 70 suuremmilla testipisteen arvoilla. Tämän mallin selitysaste on $R^2 = 0{,}835$.

4.4.4 Mitä heikoimmin suoriutuvat oppijat osaavat?

Edeltävästä tiedetään, että noin kolmasosa heikosti suoriutuneista oppilaista ei ole saavuttanut kuudennen luokan oppilaiden tyypillistä osaamisen tasoa numeerisissa perustehtävissä. Tämä näkyy sekä FUNA-testiä varten poimitussa otoksessa että koko aineiston perusteella poimitussa kaikkein heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden joukossa. Jotta voisi arvioida millainen on kaikkein heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden matemaattinen taso, tarkastellaan asiaa matematiikan yleisen viitekehyksen (*Common Framework in Reference of Mathematics*, CFM; Metsämuuronen, 2018) näkökannalta. Aiemmin viitekehystä on käytetty myös keskitasoa heikomman populaation tarkastelussa (Metsämuuronen & Suomilammi, 2023) sekä kaikkein heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden tarkastelussa koulun tulovaiheen tarkentavissa analyyseissa (Metsämuuronen & Ukkola, 2022). Viitekehystä käytetään toisaalla luvussa 5 myös parhaiden oppijoiden tason tarkastelussa (Niemi & Metsämuuronen, 2023).

CFM seuraa taitotasojen nimitysten osalta pitkälti kielten arvioinnissa käytettävän CEF-luokittelun (*Common European Framework of reference for languages* (CEF; https://www.coe.int/en/web/common-european-framework-reference-languages) nimisysteemiä. FUNA-testiin valitut helpot numeeriset alkeistehtävät tehtävät heijastavat alimmille tasoille A1.1 (Alkeistason alkeisvaihe), A1.2 (Alkeistason kehittyvä osaaminen) ja A1.3 (Toiminnallinen alkeistaso) määriteltyjä sisältöjä ja osittain näitä alkeellisempaakin taitoa, eräänlaista A0-tasoa, jossa esimerkiksi tunnistetaan numeroita lukualueella 1–10. Vastaavasti edellä kuvattu ”helpon” tehtäväsarjan tehtävät heijastavat osittain taitotasolle A1.3 ja pääasiallisesti taitotasoille A2.1 (Kehittyvä perustaso) ja A2.2 (Toiminnallinen perustaso) määriteltyjä osaamisen sisältöjä (Taulukko 8; ks. kuvauksista tarkemmin Metsämuuronen, 2018; Metsämuuronen & Suomilammi, 2023).

TAULUKKO 8. Tiivistetyt tasokuvaukset matematiikan yleisessä viitekehyksessä tasoille A1.1–A2.2 (Metsämuuronen, 2018)

Taso	Tiivistetty kuvaus osaamisen tasosta “Tällä tasolla oppilas…”
A1.1 Alkeistason ensimmäinen vaihe	• tuntee numerot lukualueella 1–100, mutta niiden käyttö matemaattisissa operaatioissa on hyvin rajallinen; ymmärtää yksinkertaisten ja tuttujen osuuksien kuten puolikkaan, kolmasosan ja neljäsosan merkityksen jokapäiväisissä tilanteissa • tunnistaa kaksiulotteisia perusmuotoja (ympyrä, neliö, kolmio) ja niiden kolmiulotteiset vastineet (pallo, laatikko ja pyramidi). • pystyy ilmaisemaan rajallisesti matemaattisia ilmaisuja kuten numeroiden järjestyksen • tietää numeroiden merkityksen määrän ilmaisemisessa ja järjestyksessä; osaa kirjoittaa numerot • matemaattisesti formuloitujen merkintöjen osaaminen on erittäin rajallista • ei hallitse desimaaleja eikä negatiivisia lukuja; ei tunne kerto- ja jakolaskua operaatioina
A1.2 Alkeistason kehittyvä osaaminen	• osaa käyttää luonnollisia lukuja lukualueella 1–100 • osaa käyttää matemaattisia perusoperaatioita yhteen- ja vähennyslasku • tuntee tasoon ja kolmiulotteisiin kappaleisiin liittyviä perusmuotoja kuten neliö, kolmio, ympyrä, piiri ja kuutio • ymmärtää nollan käsitteen • ei hallitse kerto- ja jakolaskua • ei pysty arvioimaan saadun tuloksen järkevyyttä • ei osaa jatkaa numerosarjaa
A1.3 Toiminnallinen alkeistaso	• osaa käyttää sujuvasti luonnollisia numeroita alueella $-\infty$ - $+\infty$ • tuntee ja ymmärtää desimaalijärjestelmän paikkajärjestelmänä ja osaa sitä käyttää • ymmärtää yhteen- vähennys-, kerto ja jakolaskun ja osaa käyttää niitä arkielämän tilanteissa • ymmärtää rationaalilukujen käsitteen • tunnistaa yksikertaisten tasokuvioiden ominaisuuksia ja yhdenmukaisuuksia, osaa arvioida kappaleen kokoa • ei hallitse luonnollisten lukujen potensseja eikä osaa jakaa numeroita tekijöihin • ei osaa laskea suhteellisia osuuksia, prosentteja, eikä pysty muodostamaan yksinkertaisia arkielämään liittyviä yhtälöitä ja ratkaisemaan niitä • ei osaa käyttää Pythagoraan teoreemaa suorakulmaisen kolmion osien ratkaisemisessa • ei osaa muuntaa mittatuloksia
A2.1 Kehittyvä perustaso	• käyttää suhdetta, prosentin laskemista ja muita laskentamenettelyjä ratkaistakseen ongelmia arkielämässä vastaan tulevissa tilanteissa • pystyy muodostamaan yksinkertaisen yhtälön ja ratkaisemaan sen joko algebrallisesti tai päättelemällä ratkaistakseen ongelmia arkielämässä vastaan tulevissa tilanteissa • osaa laskea piirin, alueen ja tilavuuden • ymmärtää todennäköisyyden ja satunnaisuuden merkityksen arkielämän tilanteissa • tietää, kuinka koordinaattipisteet määrätään koordinaatistoon • ei osaa käyttää potensseja ja juuria • ei osaa määrittää frekvenssejä eikä keskikuluja annetusta aineistosta • ei osaa etsiä lineaarisen funktion nollakohtia

Taso	Tiivistetty kuvaus osaamisen tasosta “Tällä tasolla oppilas…”
A2.2 Toiminnallinen perustaso	• hallitsee potenssilaskun perusteet ja pystyy kytkemään sen kertolaskuun • hallitsee neliön (toisen potenssin) ja sen yhteyden käytännön tilanteisiin • löytää samanlaiset, yhteneväiset (kongruentit) ja symmetriset muodot ja pystyy näiden avulla tutkimaan kahden kulman ominaisuuksia yksinkertaisessa tilanteessa • lukee erilaisia taulukoita ja diagrammeja ja pystyy määrittämään frekvenssit, keskiarvot, mediaanin ja moodin annetusta aineistosta • tietää, kuinka etsiä lineaarisen funktion nollakohta • ei osaa ratkaisemaan ensimmäisen asteen epäyhtälöitä, potenssiyhtälöitä eikä potenssifunktioita • ei hallitse ympyrään liittyvää geometriaa, sini- ja kosinilauseita, analyyttistä geometriaa eikä vektoreita • ei hallitse derivaattoja, integraaleja eikä trigonometrisia funktioita

On ilmeistä, että kaikki aineiston 9. luokan oppilaat tuntevat numerot lukualueella 1–10 ja osaavat käyttää niitä yksinkertaisissa aritmeettisissa operaatioissa. Karvin koulutulokkaille tehdyn arvioinnin perusteetta tiedetään, että keskitasoiset oppilaat osasivat jo *kouluun tullessaan* yksinkertaisia laskutoimituksia lukualueella 1–10 ja heikoimmatkin osasivat arvioida ”kummassa on enemmän”, mutta kymmenylitykset eivät suurimmalta osalta onnistuneet (Ukkola & Metsämuuronen, 2019; Ukkola, Metsämuuronen, & Paananen, 2020). Tässä mielessä jokainen, heikoimminkin suoriutuvat yhdeksännen luokan oppilaat, on saavuttanut ainakin taitotason A1.2.

Taso A1.3 näyttää olevan jakokohta heikoimmin suoriutuvien ja keskiosaajien välillä. Tällä tasolla oppilas pystyy ilmaisemaan jo järjestyksiä ja ymmärtää hyvin määrän ja numeron vastaavuuden ja pystyy laskemaan luonnollisilla luvuilla luontevasti; näitä testattiin FUNA-testillä ja kaikki saivat joitain pisteitä kaikista osa-testeistä. Tällä tasolla keskeinen termi on ”sujuvuus”: ”osaa käyttää *sujuvasti* luonnollisia lukuja lukualueella $-\infty$ - $+\infty$”. Näyttää siltä, että tässä syntyy ero heikoimpien oppilaiden ja keskiosaajien välillä. Ero paremmin suoriutuviin tulee laskennan nopeudessa: heikosti suoriutuvien oppilaiden prosessointinopeus on keskiosaajiin nähden merkittävästi hitaampaa yksinkertaisissakin numeerisissa tehtävissä.

Jos laskennan sujuvuutta käyttää kriteerinä, näyttää siltä, että kaikkein heikoimmat oppilaat jäävät tasolle A1.2, jolla jako- ja kertolaskut ovat haasteellisia, arvioidun tuloksen järkevyyttä on vaikea arvioida ja jolla ei välttämättä osata sujuvasti jatkaa numerosarjoja (ks. tarkemmin Metsämuuronen, 2018). Tätä ylemmällä tasolla A1.3 ei käsitteiden osalta hallita vielä esimerkiksi luonnollisten lukujen potensseja, luvun hajottamista tekijöihin tai funktioon liittyviä käsitteitä (ks. Metsämuuronen & Suomilammi, 2023). Matemaattisten operaatioiden osalta tällä tasolla ei pystytä käyttämään suhteellisia osuuksia, prosenttilaskuja tai yksinkertaisiakaan yhtälöitä, kolmikulmaiseen kolmioon liittyviä laskuja ja niiden sovelluksia, eikä todennäköisyyteen liittyviä laskuja arkielämän tilanteissa eteen tulevien ongelmien ratkaisemisessa. Matemaattisen ajattelun osa-alueella tällä tasolla ei esimerkiksi kyetä arvioimaan väitteen totuudenmukaisuutta ennakkotietojen perusteella tai muuttamaan arkielämän ongelmaa matemaattiseen muotoon eikä arvioimaan tuloksen mielekkyyttä. Aiemmin arvioitiin (Metsämuuronen & Suomilammi, 2023), että noin 9 % yhdeksännen luokan oppilaista olisi jäänyt taitotasolle A1.3 tai sen alapuolelle eikä välttämättä selviydy yksikertaisistakaan prosenttilaskuista tai kykene arvioimaan saamiensa tulosten järkevyyttä.

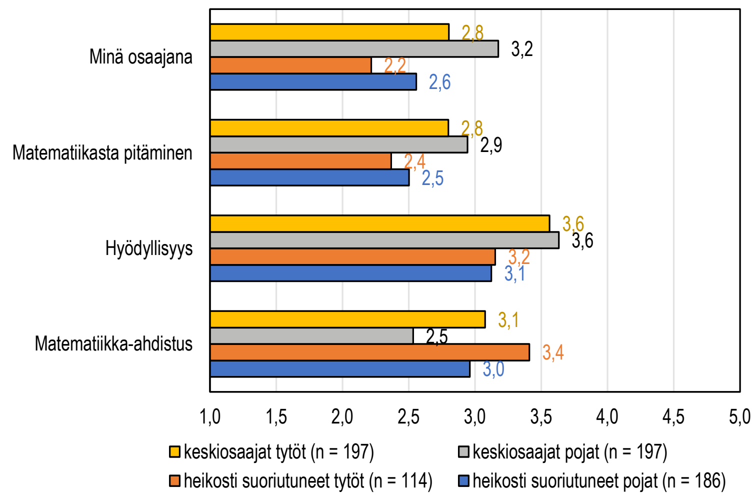
4.5 Heikosti suoriutuneiden oppilaiden uskomukset ja emootiot matematiikkaa kohtaan

4.5.1 Heikosti suoriutuneiden uskomukset

Oppilaiden matematiikkaan liittyviä uskomuksia ja asenteita—matemaattista minäkäsitystä (mm. ”olen hyvä matematiikassa”), matematiikasta pitämistä (mm. ”pidän matematiikan tunneista”), matematiikan kokemista hyödyllisenä (mm. ”tarvitsen matematiikkaa tulevissa opinnoissani”) ja matematiikkaa kohtaan koettua ahdistusta (mm. ”pelkään matematiikan kokeita”)—mitattiin 5-portaisilla Likert-asteikollisilla asennemuuttujilla. Negatiivisesti tulkittavat osiot on käännetty summatessa positiivisiksi ja asiaa tarkastellaan keskiarvomuuttujien avulla. Matematiikka-ahdistusta koskevia väitteitä oli kolme: ”Yrittäessäni tehdä matematiikan tehtäviä pääni tuntuu tyhjältä, enkä pysty ajattelemaan selkeästi”, ”Pelkään matematiikan kokeita”, ja ”Tulen levottomaksi matematiikan tehtäviä tehdessäni”.

Tyttöjen matematiikka-ahdistus on suurempi kuin poikien riippumatta tasoryhmästä

Heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden suhtautuminen matematiikkaan, sen hyödylliseksi kokeminen ja käsitys itsestä matematiikan osaajana ovat merkitsevästi ja merkittävästi negatiivisempia kuin keskiosaajien ryhmässä (p < 0,001; f = 0,22–0,34; Kuvio 9). Myös matematiikka-ahdistus on suurempaa heikoimmin suoriutuneiden ryhmässä, mutta tämän osalta ero ryhmien välillä ei ole selkeästi merkittävän suurta (f = 0,17). Kun asiaa tarkastellaan eri sukupuolten näkökannalta, pojat kokevat molemmissa tasoryhmissä itsensä merkittävästi osaavammiksi kuin tytöt (heikoimmin suoriutuneiden ryhmässä f = 0,19 ja keskiosaajien ryhmässä f = 0,25). Tytöt kokevat itsensä molemmissa ryhmissä merkittävästi ahdistuneemmaksi (heikoimmin suoriutuneiden ryhmässä f = 0,21 ja keskiosaajien ryhmässä f = 0,30). Tiedetään myös, että tytöt kokevat myös enemmän negatiivisia tunteita ajatellessaan matematiikkaa; tätä tarkastellaan tarkemmin seuraavassa luvussa.



KUVIO 9. Matematiikkauskomukset eri tasoisilla oppilailla

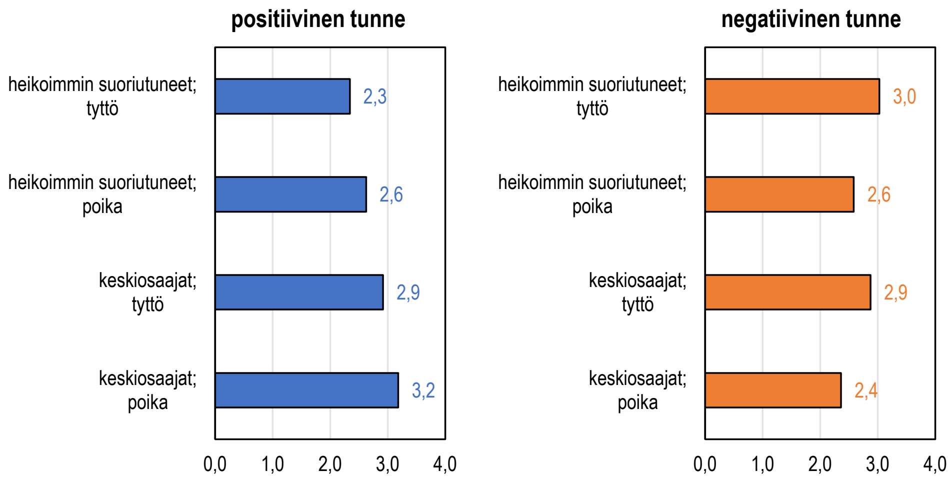
Heikoimmin suoriutuneilla tytöillä matematiikka-ahdistus ja kielteinen minäkäsitys ovat selvässä yhteydessä

Yleisesti ottaen matemaattinen minäkäsitys on merkitsevästi matalampi heikoimmin suoriutuneessa ryhmässä kuin keskiosaajien ryhmässä. Mahdollinen positiivinen piirre asiassa on se, että heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden käsitys itsestään matematiikan osaajana on realistinen: he tietävät itsekin, että eivät pärjää matematiikassa yhtä hyvin kuin luokkatoverinsa. Heikommin suoriutuneiden ryhmässä kiintoisa yksityiskohta on, että pojilla matemaattinen minäkäsitys ei ole lainkaan yhteydessä ahdistuneisuuteen (R = 0,09), mutta tytöillä se on sitä voimakkaasti (R = 0,61).

4.5.2 Heikosti suoriutuneiden oppilaiden tunteet matematiikkaa kohtaan

Matematiikassa heikoimmin suoriutuneiden tyttöjen tunteet ovat negatiivisempia kuin poikien

Matematiikassa heikoimmin suoriutuneet tytöt kokivat muihin tutkittaviin ryhmiin verrattuna vähiten positiivisia tunteita ja eniten negatiivisia tunteita (Kuvio 10). Molemmissa ryhmissä tyttöjen tunteet olivat keskimäärin kielteisempiä kuin poikien (p < 0,001). Positiivisten tunteiden osalta ero ei ole merkittävän suurtaääriryhmien välillä (f = 0,14–0,17), mutta negatiivisten tunteiden osalta ero on merkittävää (f = 0,19–0,28).

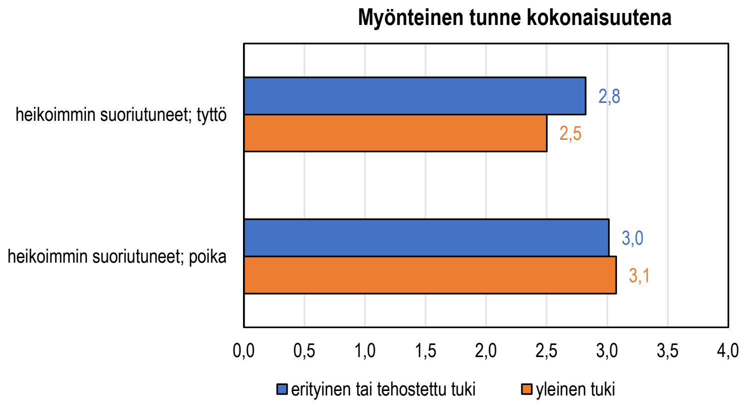


Positiivinen tunne = positiivisten tunteiden (innostunut, kiinnostunut, onnistunut, tyytyväinen ja varmuus) keskiarvo.
Negatiivinen tunne = negatiivisten tunteiden (viha, avuttomuus, ahdistus, pettymys ja epävarmuus) keskiarvo.

KUVIO 10. Positiiviset ja negatiiviset tunteet matematiikassa

Heikoimmin suoriutuneet tytöt saavat myönteisiä tunteita tehostetun ja erityisen tuen ryhmissä

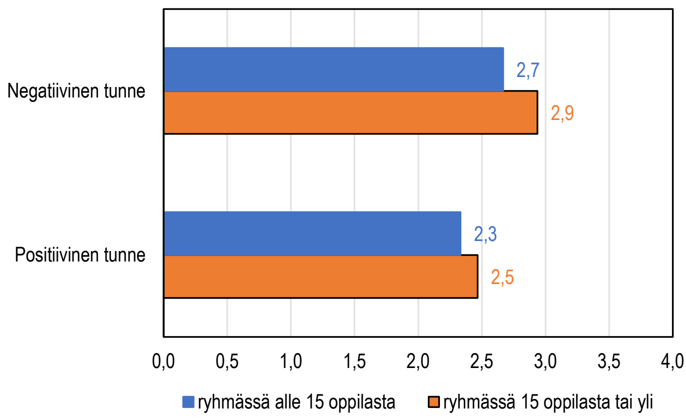
Tehostetun ja erityisen tuen saaminen oli heikosti suoriutuneilla tytöillä yhteydessä matematiikka kohtaan tunnettuihin myönteisiin tunteisiin (Kuvio 11). Matematiikassa heikosti suoriutuneet tytöt, jotka saivat tehostettua tai erityistä tukea, kokivat myönteisiä tunteita hieman enemmän kuin ne heikosti suoriutuvat tytöt, jotka eivät saaneet tukea. Vastaavaa eroa ei ole havaittavissa matematiikassa heikosti suoriutuneilla pojilla.



Myönteinen tunne = käännettyjen negatiivisten tunteiden (ei vihaa, ei avuttomuutta, ei ahdistusta, ei pettymystä ja ei epävarmuutta) ja positiivisten tunteiden (innostunut, kiinnostunut, onnistunut, tyytyväinen ja varmuus) keskiarvo.

KUVIO 11. Tehostetun tai erityisen tuen yhteys myönteiseen tunteeseen matematiikassa heikoimmin suoriutuvilla oppilailla

Suuri ryhmäkoko on yhteydessä matematiikassa heikoimmin suoriutuvien nuorten negatiivisiin tunteisiin (Kuvio 12). Matematiikassa heikoimmin suoriutuvat oppilaat tunsivat negatiivisia tunteita merkitsevästi joskaan eivät merkittävästi vähemmän oppilasmäärältään pienemmissä ryhmissä kuin suuremmissa (p = 0,044; f = 0,12). Eroja ei esiintynyt positiivisissa tunteissa. Tulos on samanlainen tytöillä ja pojilla.

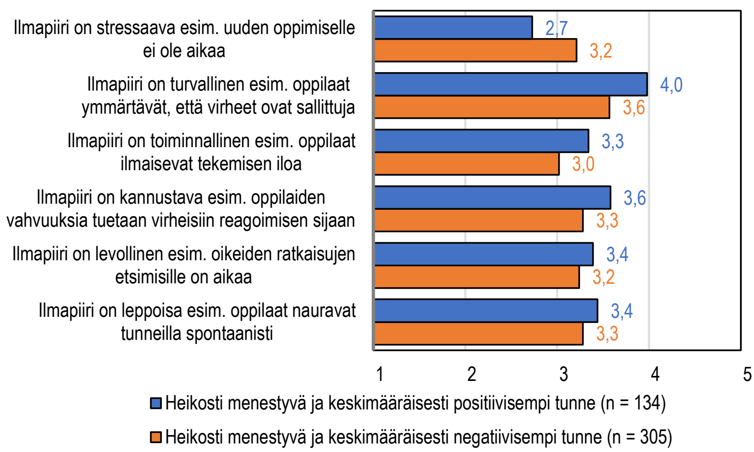


Negatiivinen tunne = negatiivisten tunteiden (viha, avuttomuus, ahdistus, pettymys ja epävarmuus) keskiarvo. Positiivinen tunne = positiivisten tunteiden (innostunut, kiinnostunut, onnistunut, tyytyväinen ja varmuus) keskiarvo.

KUVIO 12. Ryhmäkoon yhteys postitiivisiin ja negatiivisiin tunteisiin matematiikassa heikoimmin suoriutuneilla oppilailla

Luokan positiivinen ilmapiiri on yhteydessä positiivisiin tunteisiin

Luokan positiivinen ilmapiiri on yhteydessä matematiikassa heikoimmin suoriutuvien nuorten myönteisiin tunteisiin (Kuvio 13). Ne matematiikassa heikoimmin suoriutuvat oppilaat, joilla oli keskimääräistä enemmän positiivisia tunteita, kuvasivat luokan ilmapiiriä vähemmän stressaavaksi, toiminnallisemmaksi, turvallisemmaksi ja kannustavammaksi kuin ne oppilaat, joiden tunteet olivat negatiivisempia. Leppoisa ja levollinen ilmapiiri ei kuitenkaan tuonut esiin samanlaista eroa. Tulokset olivat samanlaisia tytöillä ja pojilla.

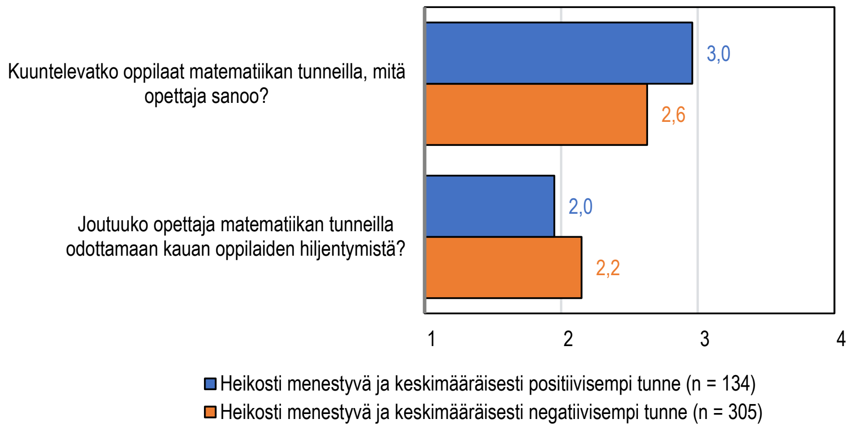


Keskimääräistä positiivisempi tunne = myönteinen tunne keskiarvon (M = 3,23) yläpuolella; keskimääräistä negatiivisempi tunne = myönteinen tunne keskiarvon alapuolella.

KUVIO 13. Luokan ilmapiirin yhteys tunteeseen matematiikassa heikoimmin suoriutuvilla oppilailla

Luokan työrauha on yhteydessä heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden positiivisiin tunteisiin

Työrauha oli yhteydessä matematiikassa heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden tunteisiin (Kuvio 14). Ne matematiikassa heikoimmin suoriutuneet oppilaat, joiden tunteet olivat keskimääräistä positiivisempia, kertoivat negatiivisemmin tuntevia oppilaita useammin, että luokassa kuunnellaan, mitä opettaja sanoo, ja heidän mielestään opettaja joutuu harvemmin odottamaan oppilaiden hiljentymistä. Tulokset olivat samanlaisia tytöillä ja pojilla.



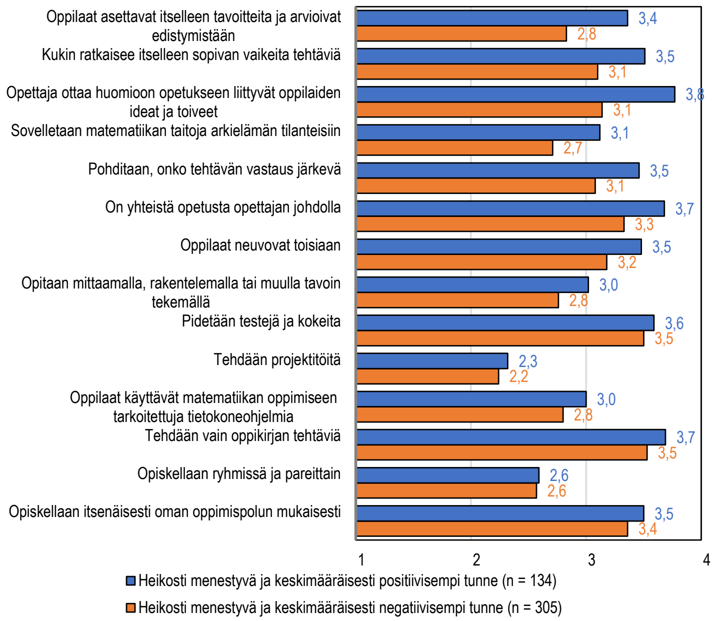
Keskimääräistä positiivisempi tunne = myönteisen tunteen keskiarvon (*M* = 3,23) yläpuolella; keskimääräistä negatiivisempi tunne = myönteisen tunteen keskiarvon alapuolella.

KUVIO 14. Työrauhan yhteys tunteisiin matematiikassa heikoimmin suoriutuneilla nuorilla

Pedagogiset ratkaisut ovat yhteydessä heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden positiivisiin tunteisiin

Pedagogiset ratkaisut olivat yhteydessä matematiikassa heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden tunteisiin (Kuvio 15). Jos matematiikassa heikoimmin suoriutuneilla oppilailla oli keskimääräistä positiivisempia tunteita, he arvioivat seuraavia asioita keskimäärin myönteisemmiksi kuin ne oppilaat, joiden tunteet olivat keskimääräistä negatiivisempia: oppilaat asettavat itselleen tavoitteita ja arvioivat edistymistään, kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä, opettaja ottaa huomioon opetukseen liittyvät oppilaiden ideat ja toiveet, sovelletaan matematiikan taitoja arkielämän tilanteisiin, pohditaan, onko tehtävän vastaus järkevä, luokassa on yhteistä opetusta opettajan johdolla, oppilaat neuvovat toisiaan ja opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä.

Merkittävää eroa ei tullut itsenäisessä opiskelussa, ryhmissä ja pareittain opiskelussa, vain oppikirjan tehtävien tekemisessä, testien ja kokeiden pitämisessä, tietokoneohjelmien käytössä, projektitöiden tekemisessä eikä testien ja kokeiden pitämisessä.



keskimääräistä positiivisempi tunne = myönteisen tunteen keskiarvon (*M* = 3,23) yläpuolella;
keskimääräistä negatiivisempi tunne = myönteisen tunteen keskiarvon alapuolella.

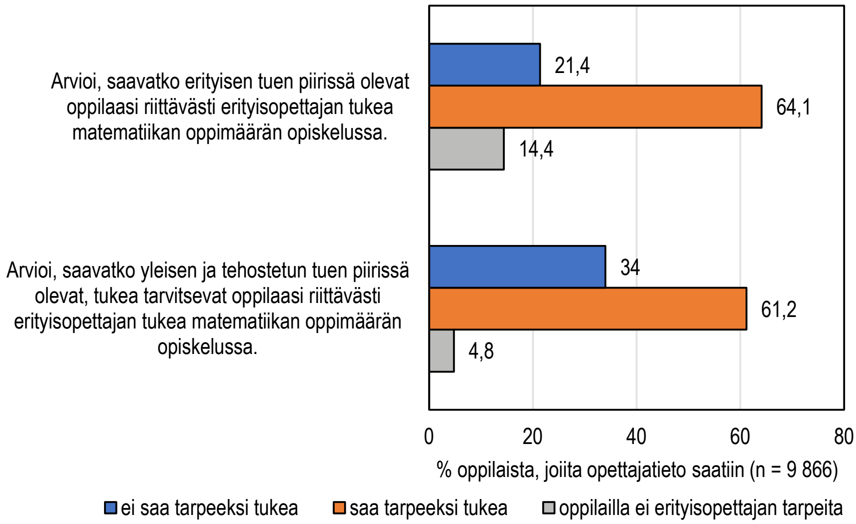
KUVIO 15. Opetustilanteen yhteys tunteisiin matematiikassa heikoimmin suoriutuneilla nuorilla

4.6 Matematiikassa heikosti suoriutuneet nuoret ja tukitoimet

Opettajien antamat tiedot yhdistettiin oppilasaineistoon, ja tässä luvussa opettajien antamia tietoja tarkastellaan oppilaiden aineistolla ”painotettuina”. Tietoa saatiin siis tietenkin vain niistä kouluista, joista opettaja vastasi tiedonkeruuseen, ja jokaisen opettajan vastaus painottuu hänen opettamiensa oppilaiden määrällä (yhteensä n = 9, 866). Valtaosassa kouluja saatiin opettajilta vastauksia, mutta kaikissa kouluissa kaikkia oppilaita ei saatu yhdistettyä suoraan yksittäiseen opettajaan, sillä joissain tapauksissa samoilla oppilailla oli useita opettajia. Tällöin useamman opettajan—useimmiten kahden—keskiarvoa painotetaan oppilas määrällä. Tekstissä asia voidaan tiivistää esimerkiksi muotoon ”30 % opettajista”, millä viittaa ”30 prosenttiin oppilaista, joiden opettaja on vastannut tietyllä tavalla”.

4.6.1 Opettajien saamat erityisopetusresurssit ovat riittämättömiä heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden tarpeisiin nähden

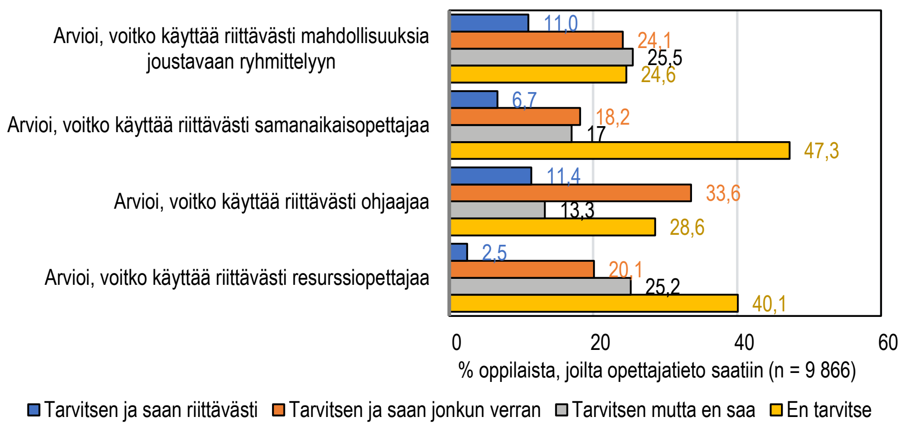
Opettajat arvioivat, että oppilaat eivät useinkaan saa riittävästi tukea erityisopettajalta (kuvio 16). Kolmannes (34 %) opettajista raportoi, että yleisen tai tehostetun tuen piirissä olevat oppilaat eivät saa riittävästi erityisopettajan tukea matematiikan oppimäärän opiskeluun. Joka viidennen opettajan mielestä erityisen tuen piirissä olevat oppilaat eivät saa tarvitsemaansa tukea. Vain noin puolet opettajista ajatteli, että tuen piirissä olevat saavat riittävästi tukea erityisopettajalta.



KUVIO 16. Opettajan arvio erityisopettajan tuen riittävyydestä tuen piirissä oleville oppilailla.

4.6.2 Tukitoimet ovat riittämättömiä heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden tarpeisiin nähden

Opettajien mielestä myös muiden tukitoimien käyttömahdollisuudet olivat usein riittämättömiä (kuvio 17). Jopa neljännes opettajista ilmoitti, että he eivät saa käyttää riittävästi resurssiopettajia eivätkä joustavaa ryhmittelyä. Opettajista noin 18 prosenttia ei oman ilmoituksensa mukaan voi käyttää riittävästi apunaan samanaikaisopettajaa, ja 13 prosenttia olisi kaivannut enemmän mahdollisuuksia käyttää apunaan ohjaajaa.



KUVIO 17. Opettajan arvio eri tukitoimien riittävyydestä

4.7 Keskeisiä tuloksia ja johtopäätöksiä

Tässä artikkelissa on tarkasteltu vuoden 2021 arvioinnissa heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden osaamista, uskomuksia ja tunteita. Vertailuryhmänä olivat keskiosaajat. Aineistoa lähestyttiin viidellä tutkimuskysymyksellä: (1) Kuinka heikoimmin suoriutuvat oppijat suoriutuivat arvioinnissa yleisesti? (2) Mitä tiedetään heikoimmin suoriutuvista oppijoista diagnostisen FUNA-testin perusteella? (3) Miten heikoimmin suoriutuneiden oppijoiden osaaminen näkyy käytännössä taitotason kuvausten näkökulmasta? (4) Kuinka akateemiset uskomukset ja tunteet ilmenevät heikoimmin suoriutuvilla oppijoilla? ja (5) Kuinka tukitoimet kohdentuvat ja onnistuvat heikoimmin suoriutuneilla oppijoilla?

Kysymyksen 1 osalta tiedetään, että heikoimmin suoriutuneista oppilaista suurempi osuus on poikia kuin tyttöjä ja että ryhmässä on yliedustus maahanmuuttotaustaisia oppilaita. Koska tähän ryhmään kuuluu 4,8 % otoksesta, on mahdollista, että heillä kaikilla on matemaattisia oppimisvaikeuksia, sillä on arvioitu, että Suomessa 5–7 prosentilla oppilaista saattaa olla dysleksia, mikä heijastuu heikkona suorituksena. Positiivinen tulos on, että järjestelmä kykenee tunnistamaan melko hyvin heikoimmin suoriutuvat oppilaat, ja heille joko annetaan matala arvosana tai heille tehdään tehostetun ja erityisen tuen päätös. Negatiivinen tulos on, että 47 % heikoimmin suoriutuneista oppilaista ei saa mahdollisesti tarvitsemaansa intensiivisempää tukea vaan he ovat yleisen tuen varassa. Vaikka varhaisten vuosien osaamista ei artikkelissa tarkasteltukaan, on ilmeistä, että heikosti suoriutuvien oppilaiden tukitoimia ei tule aloittaa vasta perusopetuksen yläluokilla tai päättövaiheessa. On järkevää aloittaa tukitoimet niin varhain kuin mahdollista.

Kysymyksen 2 osalta tiedetään, että heikosti suoriutuneiden oppilaiden osaaminen helpoissa numeerisissa tehtävissä on erittäin merkittävästi matalammalla tasolla kuin keskiosaajilla. Heikosti suoriutuneet oppilaat prosessoivat helppojakin numeerisia ongelmia merkittävästi pidempään kuin keskiosaajat. Näiden oppilaiden osaaminen on noin kolme–neljä vuosiluokkaa matalammalla tasolla kuin keskiosaajilla: mediaanivuosiluokka heikosti suoriutuneiden ryhmässä on pojilla 6,4 ja tytöillä 5,7 ja keskiosaajien ryhmässä pojilla 10,9 ja tytöillä 10,1. Kolmas osa oppilaista sijoittui numeerisen osaamisen näkökannalta vuosiluokille 3, 4 tai 5 eli varsin alkeelliselle matemaattiselle tasolle ottaen huomioon, että takana on yhdeksän vuotta matematiikan opintoja. Toisaalta huomattiin, että osa heikosti suoriutuneiksi luokittuneista oppilaista saa samantasoisia tuloksia kuin keskiosaajat keskimäärin. Hyvä suoritus ei ole sattumaa; FUNA-testin kaltaisissa testeissä hyvä suoritus aina viittaa korkeaan osaamiseen. On mahdollista, että heikompien osaajien ryhmässä korkean FUNA-testituloksen saaneiden oppilaiden osaaminen on tosiasiallisesti korkeammalla tasolla, kuin mitä he osoittivat varsinaisessa arvioinnissa. Edelleen havaittiin, että heikosti suoriutuneiden ryhmässä tehostetun ja erityisen tuen piirissä olevat oppilaat eivät poikkea toisistaan matemaattisen vuosiluokan suhteen; kaikilla kolmiportaisen tuen tasoilla oppilaat saattoivat sijoittua lähes mille vuosiluokkatasolle hyvänsä, vaikka keskimäärin taso on selvästi matalampi kuin keskiosaajien ryhmässä.

Jotta heikosti suoriutuville oppilaille voitaisiin tarjota aiempaa vahvempaa tukea riittävän varhain, matematiikan oppimisvaikeudet on järkevää pystyä diagnosoimaan mahdollisimman varhain samalla tavalla kuin mahdolliset luku- ja kirjoitusvaikeudet. Oikeanlaisella harjoittelulla ja laskusujuvuuden kehittämisellä voi olla oikeaan suuntaan vievä vaikutus, vaikka aineiston perusteella sitä ei voidakaan todentaa. Vaikka kaikissa osaamisryhmissä on maahanmuuttotaustaisia oppilaita, he ovat merkittävästi yliedustettuina heikoimpien oppilaiden ryhmässä. Tulosten mukaan kielestä riippumattomissa, puhtaasti matemaattisesti helpoissa tehtävissä maahanmuuttotaustaiset oppilaat suoriutuvat aivan yhtä sujuvasti (tai heikosti) kuin ei-maahanmuuttotaustaiset oppilaatkin; heillä ei siis ole useammin matematiikkavaikeuksia kuin ei-maahanmuuttotaustaisilla oppilaillakaan. Testin kieleen liittyvät haasteet ovat tällöin varteen otettava selitys heikommalle suoritukselle arvioinnissa. Jotta testissä suoriutuisi paremmin, tarvitaan matemaattisen harjoittelun rinnalle myös kielellistä tukea.

Kysymyksen 3 osalta tiedetään, että jos laskemisen sujuvuutta käytetään kriteerinä, monet ellei valtaosa heikon suorituksen tehneistä oppilaista sijoittuisi korkeintaan tasolla A1.2 tai A3.1 matematiikan yleisessä viitekehyksessä. Tasolla A1.3 oppilas osaa käyttää *sujuvasti* luonnollisia lukuja lukualueella alueella $-\infty$ - $+\infty$. Vaikka kaikki heikoimmatkin suoriutujat osaavat laskea yksinkertaisia yhteen ja vähennyslaskuja, operaatioiden sujuvuus saattaa laskea osaamisen tasolla A1.2. Tällä tasolla jako- ja kertolaskut ovat haasteellisia, arvioidun tuloksen järkevyyttä ei kyetä arvioimaan eikä välttämättä osata sujuvasti jatkaa numerosarjoja. Tässä tasolla ei välttämättä selviydytä yksikertaisistakaan prosenttilaskuista.

Kysymyksen 4 osalta tiedetään, että tyttöjen matematiikka-ahdistus on suurempi kuin poikien riippumatta tasoryhmästä. Tytöillä heikosti suoriutuneiden ryhmässä matematiikka-ahdistus on selkeässä yhteydessä kielteiseen matemaattiseen minäkäsitykseen. Pojilla nämä kaksi uskomustyyppiä eivät korreloi: erittäinkin ahdistunut poika saattaa kokea olevan matematiikassa kohtuullisen hyvä ja päinvastoin. Mahdollinen positiivinen piirre uskomuksissa ja erityisesti matemaattisesta minäkäsityksessä on se, että heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden käsitys itsestään matematiikan osaajana on realistinen: he tietävät itsekin, että eivät pärjää matematiikassa yhtä hyvin kuin luokkatoverinsa.

Mitä tulee akateemisiin tunteisiin, matematiikassa heikoimmin suoriutuneiden tyttöjen tunteet ovat negatiivisempia kuin poikien. Positiivinen tulos on, että tytöt kokevat myönteisiä tunteita tehostetun ja erityisen tuen ryhmissä. Vastaavaa ei ole havaittavissa matematiikassa heikosti suoriutuneilla pojilla. Näyttää siltä, että pieni ryhmäkoko voi vähentää heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden negatiivisia tunteita. Tähän viittaa se, että heikoimmin suoriutuvat oppilaat—sekä pojat että tytöt—tunsivat negatiivisia tunteita vähemmän oppilasmäärältään pienemmissä ryhmissä kuin suuremmissa. Vastaavasti; ne heikoimmin suoriutuvat oppilaat, joilla oli keskimääräistä enemmän positiivisia tunteita, kuvasivat luokan ilmapiiriä vähemmän stressaavaksi, turvallisemmaksi ja kannustavammaksi kuin ne nuoret, joiden tunteet olivat negatiivisempia. Tunteiden yhteydestä osaamiseen ja sen mahdollisesta yhteydestä on syytä saada lisää tietoa, sillä nämä saattavat olla yhteydessä kykyyn suunnata, kontrolloida ja koordinoida käytöstä, jotka heikosti suoriutuvilla oppilailla saattavat ilmetä ongelmana suunnata tarkkaavaisuutta tai suunnitella tehtäviä etukäteen.

Kysymyksen 5 osalta tiedetään, että vain noin puolet opettajista ilmaisi, että tuen piirissä olevat saavat riittävästi tukea erityisopettajalta. Neljännes opettajista ilmoitti, että he eivät saa käyttää riittävästi resurssiopettajia eivätkä joustavaa ryhmittelyä. Tämä on linjassa sen kanssa, että heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden ryhmästä lähes puolet on yleisen tuen piirissä, vaikka tarvetta voimakkaampaan tukeen ehkä olisi.

4.8 Lähteet

Armor, D. (1974). Theta reliability and factor scaling. Sociological Methodology, 5, 17–50. https://doi.org/10.2307/270831

Bandura, A. (1977). Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioral change. Psychological Review, 84(2), 191. https://doi.org/10.1037/0033-295X.84.2.191

Bandura, A. (1994). Self-efficacy. Wiley.

Baye, A. & Monseur, C. (2016). Gender differences in variability and extreme scores in an international context. Large-Scale Assessments in Education, 4(4), 1–16. https://doi.org/10.1186%2Fs40536-015-0015-x

Farchi, M., Levy, T. B., Gershon, B. B., Hirsch-Gornemann, M. B., Whiteson, A., & Gidron, Y. (2018). The SIX Cs model for immediate cognitive psychological first aid: From helplessness to active efficient coping. International Journal of Emergency Mental Health and Human Resilience, 20(2), 1–12. https://doi.org/10.4172/1522-4821.1000395

Fennema, E., & Sherman, J. A. (1976). Fennema-Sherman mathematics attitude scales: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by females and males. Journal for Research in Mathematics Education, 7(5), 324–326. https://doi.org/10.2307/748467

Filippello, P., Harrington, N., Costa, S., Buzzai, C., & Sorrenti, L. (2018). Perceived parental psychological control and school learned helplessness: The role of frustration intolerance as a mediator factor. School Psychology International, 39(4), 360–377. https://doi.org/10.1177/0143034318775140

FUNA (2023). FUNA-DB-käsikirja. Oppimisanalytiikan keskus, Turun yliopisto. https://www.oppimisanalytiikka.fi/ville/funa/manuals/funa-db-manual-fi/

Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Byrd-Craven, J. (2008). Development of number line representations in children with mathematical learning disability. Developmental Neuropsychology, 33, 277–299. https://doi.org/10.1080/87565640801982361

Greene, V. L., & Carmines, E. G. (1980). Assessing the reliability of linear composites. Sociological Methodology, 11,160–17. https://doi.org/10.2307/270862

Hellstrand, H., Holopainen, S., Korhonen, J., Räsänen, P., Hakkarainen, A., Laakso, M.-J. Laine, A. , & Aunio P. (2023). Arithmetic fluency and number processing skills in identifying students with mathematical learning disabilities. Preprint osoitteessa https://psyarxiv.com/jtk8c/

Holm, M. E. (2020). Executive functions and achievement emotions among adolescents: Mathematics difficulties, low mathematics performance, and special education support in mathematic. Kasvatustieteellisiä tutkimuksia 106. Helsingin yliopiston kasvatustieteellinen tiedekunta. https://helda.helsinki.fi/server/api/core/bitstreams/9fa771d7-eeee-4301-a7d7-7a371fb345f5/content

Holm, M. E., Hannula, M. S., & Björn, P. M. (2017). Mathematics-related emotions among Finnish adolescents across different performance levels. Educational Psychology, 37, 205–218. https://doi.org/10.1080/01443410.2016.1152354

Holm, M. E., Björn, P. M., Laine, A., Korhonen, J., & Hannula, M. S. (2020). Achievement emotions among adolescents receiving special education support in mathematics. Learning and Individual Differences, 79, article 101851. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2020.101851

Huisman, T. (2006). Luen, kirjoitan ja ratkaisen. Peruskoulun kolmasluokkalaisten oppimistulokset äidinkielessä ja kirjallisuudessa sekä matematiikassa. Oppimistulosten arviointi 7/2006. Opetushallitus. https://karvi.fi/app/uploads/2014/09/OPH_0906.pdf

Isaacs, M. L., & Stone, C. (2001). Confidentiality with minors: Mental health counselors' attitudes toward breaching or preserving confidentiality. Journal of Mental Health Counseling, 23(4), 342–356.

Johnson, W., Carothers, A., & Deary, I. J. (2008). Sex differences in variability in general intelligence: A new look at the old question. Perspectives on Psychological Science, 3(6), 518–531. http://dx.doi.org/10.1111/j.1745-6924.2008.00096.x.

Julin, S. & Rautopuro, J. (2016). Läksyt tekijäänsä neuvovat. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten arviointi 9. vuosiluokilla 2015. Julkaisut 20:2016. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. https://karvi.fi/wp-content/uploads/2016/04/KARVI_2016.pdf

Kaiser, H. F., & Caffrey, J. (1965). Alpha factor analysis. Psychometrika, 30, 1–14. https://doi.org/10.1007/BF02289743

Lehikko, A. (2021). Measuring self-efficacy in immersive virtual learning environments: A systematic literature review. Journal of Interactive Learning Research, 32(2), 125–146. https://www.learntechlib.org/primary/p/217720/.

Lord, F. M., Novick, M. R., & Birnbaum, A. (1968). Statistical Theories of mental test scores. Addison-Wesley Publishing Company.

Metsämuuronen, J. (2012). Challenges of the Fennema-Sherman test in the international comparisons. International Journal of Psychological Studies, 4(3), 1–22. https://doi.org/10.5539/ijps.v4n3p1

Metsämuuronen, J. (toim.) (2013). Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012. Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Opetushallitus. https://karvi.fi/wp-content/uploads/2013/09/OPH_0413.pdf

Metsämuuronen, J. (2017). Oppia ikä kaikki: Matemaattinen osaaminen toisen asteen koulutuksen lopussa 2015. Julkaisut 1:2017. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. (2018). Common framework for mathematics—Discussions of possibilities to develop a set of general standards for assessing proficiency in mathematics. International Electronic Journal of Mathematics Education, 13(2), 13–39. https://doi.org/10.12973/iejme/2693

Metsämuuronen, J. (2020). Dimension-Corrected Somers' D for the Item Analysis Settings. International Journal of Educational Methodology, 6(2), 277–317. https://doi.org/10.12973/ijem.6.2.297

Metsämuuronen, J. (2021a). Goodman–Kruskal gamma and dimension-corrected gamma in educational measurement settings. International Journal of Educational Methodology, 7(1), 95–118. https://doi.org/10.12973/ijem.7.1.95

Metsämuuronen, J. (2021b). Directional nature of Goodman–Kruskal gamma and some consequences. Identity of Goodman–Kruskal gamma and Somers delta, and their connection to Jonckheere–Terpstra test statistic. Behaviormetrika, 48, 283–307. http://dx.doi.org/10.1007/s41237-021-00138-8

Metsämuuronen, J. (2022a). Typology of deflation-corrected estimators of reliability. Frontiers in Psychology, 13:891959. http://dx.doi.org/10.3389/fpsyg.2022.891959

Metsämuuronen, J. (2022b). Artificial systematic attenuation in eta squared and some related consequences. Attenuation-corrected eta and eta squared, negative values of eta, and their relation to Pearson correlation. Behaviormetrika, 50, 27–61. https://doi.org/10.1007/s41237-022-00162-2

Metsämuuronen, J. (2022c). Attenuation-corrected reliability and some other MEC-corrected estimators of reliability. Applied Psychological Measurement, 46(8). https://doi.org/10.1177/01466216221108131

Metsämuuronen, J. (2022d). Effect of various simultaneous sources of mechanical error in the estimators of correlation causing deflation in reliability. Seeking the best options of correlation for deflation-corrected reliability. Behaviormetrika, 49, 91–130. https://doi.org/10.1007/s41237-022-00158-y

Metsämuuronen, J. (2022e). Rank–polyserial correlation: Quest for a “missing” coefficient of correlation. Frontiers in Applied Mathematics and Statistics, 8:914932. http://dx.doi.org/10.3389/fams.2022.914932

Metsämuuronen, J. (2022f). How to obtain the most error-free estimate of reliability? Eight sources of underestimation of reliability. Practical Assessment, Research, and Evaluation, PARE, 27(1), Art. 10. https://doi.org/10.7275/7nkb-j673

Metsämuuronen, J. (2023a). Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa III. Syventäviä analyyseja matematiikan 9. luokan arvioinnista keväällä 2021. Julkaisut 31:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. (2023b). Seeking the real reliability. Why the traditional estimators of reliability usually fail in achievement testing and why the deflation-corrected coefficients could be better options. Practical Assessment, Research, and Evaluation (PARE), 28, Article 10. https://scholarworks.umass.edu/pare/vol28/iss1/10

Metsämuuronen, J. & Nousiainen, S. (toim.) (2023). Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021. Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. & Salonen, V. (2017). Matematiikan osaamisen piirteitä ammatillisessa koulutuksessa 2015 ja pitkän ajan muutoksia. Julkaisuja 2:2017. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J., & Suomilammi, M. (2023). Kolmen kansallisen populaation keskeiset erottelevat piirteet sekä heikkojen ja parempien oppilaiden osaamisen rajapintatarkastelua. Teoksessa J. Metsämuuronen & S. Nousiainen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 127–172). Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. & Tuohilampi, L. (2014). Changes in achievement in and attitude toward mathematics of the Finnish children from grade 0 to 9—A longitudinal study. Journal of Educational and Developmental Psychology, 4(2), 145–169. https://doi.org/10.5539/jedp.v4n2p145

Metsämuuronen, J. & Tuohilampi, L. (2017). Matematiikan osaamisen piirteitä lukiokoulutuksen lopussa 2015. Julkaisuja 3:2017. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. & Ukkola, A. (2022). Rudimentary stages of the mathematical thinking and proficiency. Mathematical skills of low-performing pupils at the beginning of the first grade. LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education, 10(2), 56–83. https://doi.org/10.31129/LUMAT.10.2.1632

Molko, N., Cachia, A., Rivière, D., Mangin, J. F., Bruandet, M., Le Bihan, D., Cohen, L., & Dehaene, S. (2003). Functional and structural alterations of the intraparietal sulcus in a developmental dyscalculia of genetic origin. Neuron, 40(4), 847–858. https://doi.org/10.1016/s0896-6273(03)00670-6

Niemi, L. H. L., & Metsämuuronen, J. (2023). Matematiikassa parhaiten suoriutuneiden oppilaiden erityispiirteitä. Teoksessa J. Metsämuuronen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa IV. Opettajat ja poikkeuksellisen heikosti ja hyvin suoriutuneiden oppilaiden osaaminen ja akateemiset tunteet matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 128–154). Julkaisut 32:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Niemi, L. H. L., Metsämuuronen, J., Hannula, M. S., & Laine, A. (2021). Matematiikan parhaat osaajat lukion lopussa ja heidän matematiikka-asenteissaan tapahtuneet muutokset. LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education, 9(1), 804–843. https://doi.org/10.31129/LUMAT.9.1.1609

O'Dea, R. E., Lagisz, M., Jennions, M. D., & Nakagawa, S. (2018). Gender differences in individual variation in academic grades fail to fit expected patterns for STEM. Nature communications, 9(1), 3777. https://doi.org/10.1038/s41467-018-06292-0.

OECD (2018a). County Note: USA. OECD Publishing. https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_USA.pdf

OECD (2018b). County Note: Finland. OECD Publishing. https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_FIN.pdf

Passolunghi, M. C. (2011). Cognitive and emotional factors in children with mathematical learning disabilities. International Journal of Disability, Development & Education, 58, 61–73. https://doi.org/10.1080/1034912X.2011.547351

Pekrun, R. (2006). The control-value theory of achievement emotions: Assumptions, corollaries, and implications for educational research and practice. Educational psychology review, 18(4), 315–341. https://doi.org/10.1007/s10648-006-9029-9

Pekrun, R., Elliot, A. J., & Maier, M. A. (2009). Achievement goals and achievement emotions: Testing a model of their joint relations with academic performance. Journal of Educational Psychology, 101(1), 115–135. https://doi.org/10.1037/a0013383

Pekrun, R., Goetz, T., Titz, W., & Perry, R. P. (2002). Academic emotions in student's self-regulated learning and achievement: A program of qualitative and quantitative research. Educational Psychologist, 37(2), 91–105. https://doi.org/10.1207/S15326985EP3702_4

Pekrun, R., & Perry, R. P. (2014). Control-value theory of achievement emotions. Teoksessa R. Pekrun & L. Linnenbrink-Garcia (toim.), International handbook of emotions in education (ss. 130–151). Routledge.

Peterson, C. (2010). Learned helplessness. Teoksessa The Corsini Encyclopedia of Psychology. Wiley Online Library. https://doi.org/10.1002/9780470479216.corpsy0500

Räsänen, P., & Ahonen T. (1995). Arithmetic disabilities with and without reading difficulties: A comparison of arithmetic errors. Developmental Neuropsychology, 11(3), 275–295, https://doi.org/10.1080/87565649509540620

Räsänen, P., Aunio, P., Laine, A., Hakkarainen, A., Väisänen, E., Finell, J., Rajala, T., Laakso, M.-J., & Korhonen, J. (2021). Effects of gender on basic numerical and arithmetic skills: Pilot data from 3rd to 9th grade for a large-scale online dyscalculia screener. Frontiers in Education, 6:683672. https://doi.org/10.3389/feduc.2021.683672

Räsänen, P., & Närhi, V. (2013). Heikkojen oppijoiden koulupolku. Teoksessa J Metsämuuronen (toim.), Matematiikan oppimistulosten pitkittäisseuranta vuosina 2005–2012 (ss 173–230). Koulutuksen seurantaraportti 2013:4. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy.

Räsänen, P., Närhi, V., & Aunio, P. (2010). Matematiikassa heikosti suoriutuvat oppilaat perusopetuksen 6. luokan alussa. Teoksessa E. K. Niemi & J. Metsämuuronen (toim.), Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008 (ss. 165–204). Koulutuksen seurantaraportti 2010:2. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy.

Salonen, R. V. (2023). Tunteiden mittaaminen matematiikan arvioinnissa—Tunnemittari, uskomukset ja kontrolli–arvoteoria. Teoksessa J. Metsämuuronen & S. Nousiainen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 173–189). Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Salonen, R. V., Haataja, E. H. S., & Hannula, M. S. (2023). Tunteiden rooli yhdeksäsluokkalaisten matematiikan osaamisessa ja kokemuksissa matematiikan opetuksesta. Teoksessa J. Metsämuuronen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa IV. Opettajat ja poikkeuksellisen heikosti ja hyvin suoriutuneiden oppilaiden osaaminen ja akateemiset tunteet matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 53–83). Julkaisut 32:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Sawilowsky, S. (2009). New effect size rules of thumb. Journal of Modern Applied Statistical Methods, 8(2), 467–474. http://dx.doi.org/10.22237/jmasm/1257035100

Ukkola, A., & Metsämuuronen J. (2023). Matematiikan ja äidinkielen taidot alkuopetuksen aikana. Perusopetuksen oppimistulosten pitkittäisarviointi 2018–2020. Julkaisut 1:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Ukkola, A., Metsämuuronen, J. & Paananen, M. (2020). Alkumittauksen syventäviä kysymyksiä. Julkaisut 10:2020. Helsinki: Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Wilde, N., & Hsu, A. (2019). The influence of general self-efficacy on the interpretation of vicarious experience information within online learning. International Journal of Educational Technology in Higher Education 16, article 26. https://doi.org/10.1186/s41239-019-0158-x

Wu, S. S., Willcutt, E. G., Escovar, E., & Menon, V. (2014). Mathematics achievement and anxiety and their relation to internalizing and externalizing behaviors. Journal of Learning Disabilities, 47, 503–514. https://doi.org/10.1177/0022219412473154

Zhang, X., Räsänen, P., Koponen, T., Aunola, K., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2020). Early Cognitive Precursors of Children's Mathematics Learning Disability and Persistent Low Achievement: A 5-Year Longitudinal Study. Child Development, 91(1), 7–27. https://doi.org/10.1111/cdev.13123

Liite 1. FUNA-testin reliabiliteetti otoksessa

FUNA-testin yleinen erotteluvoima tai mittatarkkuus eli reliabiliteetti on kuvattu FUNA-käsikirjassa (FUNA, 2023). On hyödyllistä tietää myös, kuinka erotteleva testi on myös otoksessa; jos mittarin pistemäärät eivät kykene erottelemaan otokseen tulleita testattavia toisistaan, johtopäätösten tekeminen jää epävarmaksi.

Koska sekä 9. luokalle standardoitu kokonaispistemäärä että tähän liittyvät osatestien summat ilmaistaan standardipisteinä, perinteisistä kertoimista (alfa, theta, omega ja rho) theta-kertoimen (Armor, 1974; alun perin Kaiser & Caffrey, 1965) kaava on soveltuva reliabiliteetin estimoimiseen. Normaalisti theta-kerrointa käytetään pääkomponenttipistemuuttujan reliabiliteetin arvioimiseen. Thetan kaava on modifikaatio alfa-kertoimen kaavasta tilanteeseen, jossa sekä osiot että niistä muodostuva summa on standardoitu eli varianssit saavat arvon 1. Lukuun ottamatta tilannetta, että korrelaatiot ovat identtisiä (tau-ekvivalenssi), jolloin theta-kerroin antaa saman arvon kuin alfa, theta maksimoi alfa-tyyppisen reliabiliteetin arvon (Greene & Carmines, 1980). Metsämuuronen (2022a, 2022c) perustelee, miksi kerrointa voisi käyttää myös yleisenä kertoimena deflaatiokorjauksen yhteydessä. Thetan kaava on seuraava:

$$\rho_{TH} = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{1}{\sum_{i=1}^{k} \lambda_i^2}\right)$$

jossa perinteisesti λ viittaa ensimmäisen tai ainoan pääkomponentin latauksiin eli tulomomenttikorrelaatioihin (R) osioiden ja pääkomponenttipisteiden eli painotetun summan välillä.

Empiirisissä aineistoissa on havaittu, että summan muodostamisen periaate (painotettu tai painottamaton, standardoitu tai standardoimaton) ei ole oleellinen seikka reliabiliteetin estimoinnissa, kun asiaa tarkastellaan deflaatiokorjauksen näkökannalta (ks. Metsämuuronen, 2022f). Näin ollen mekanismi, jolla FUNA-testissä summamuuttujaan on päädytty, ei oleellisesti vaikuta reliabiliteetin arvoon, mikäli käytetään vakaita korrelaatiokertoimia R:n sijaan. Vakaita vaihtoehtoja on tutkinut mm. Metsämuuronen (2022d). Kun osion kategorioiden määrä kasvaa, muutoin hyväksi havaitut Somersin delta (D) ja Goodman–Kruskal gamma (G) antavat ilmeisiä aliarvioita osioiden ja summan välisestä yhteydestä. Siksi tässä yhteydessä deflaatiokorjauksessa käytetään dimensiokorjattuja versioita D_2 ja G_2 (Metsämuuronen, 2020, 2021a). Näistä D_2 on yleensä konservatiivisempi (ks. poikkeukset Metsämuuronen, 2021b), ja kaikkia neljää voidaan kutsua järjestys-polyseriaalisiksi tai järjestys-polykorisiksi korrelaatiokertoimiksi (Metsämuuronen, 2022e).

D_2 ja G_2 lasketaan D:n ja G:n perusteella seuraavilla muuntokaavoilla:

$$D_2 = D \times \left(1 + (1 - D) \times A\right) \text{ ja } G_2 = G \times \left(1 + (1 - G) \times A\right),$$

missä D ja G ovat havaitut delta ja gamma, ja A lasketaan osion kategorioiden määrän perusteella seuraavasti:

$$A = \left([\text{kategorioiden määrä} - 2] / [\text{kategorioiden määrä} - 1]\right)^3.$$

Thetan laskentaa varten tarvitaan osio-summa-korrelaatiot (R, D_2 ja G_2) ja näiden neliöt. Nämä on koottu ikäkausistandardoiduille pisteille Taulukkoon 1. Taulukossa 2 on vastaavat tiedot matemaattisen vuosiluokan thetan laskemista varten.

TAULUKKO 1. Laskennassa tarvittavat korrelaatiot ja muunnokset ikäkausistandardoiduille pisteille

	kategorioiden määrä	R	D	G	D_2	G_2	R^2	D_2^2	G_2^2
f1.1_9gs	656	0,632	0,459	0,459	0,706	0,706	0,399	0,499	0,499
f1.2_9gs	691	0,646	0,459	0,459	0,706	0,706	0,417	0,499	0,499
f2.1_9gs	25	0,852	0,711	0,711	0,892	0,892	0,726	0,795	0,795
f3.1_9gs	61	0,896	0,740	0,740	0,923	0,923	0,803	0,852	0,852
f3.2_9gs	64	0,906	0,769	0,769	0,938	0,938	0,821	0,880	0,880
f3.3_9gs	45	0,883	0,741	0,741	0,920	0,920	0,780	0,847	0,847
						Summa	3,946	4,372	4,372

TAULUKKO 2. Laskennassa tarvittavat korrelaatiot ja muunnokset matemaattiselle vuosiluokalle

	kategorioiden määrä	R	D	G	D_2	G_2	R^2	D_2^2	G_2^2
F1.1	107	0,611	0,464	0,469	0,706	0,711	0,373	0,498	0,506
F1.2	97	0,64	0,463	0,467	0,704	0,708	0,410	0,496	0,502
F2.1	25	0,842	0,712	0,718	0,892	0,896	0,709	0,797	0,803
F3.1	61	0,887	0,74	0,747	0,923	0,927	0,787	0,852	0,859
F3.2	64	0,916	0,768	0,776	0,938	0,942	0,839	0,880	0,887
F3.3	45	0,887	0,74	0,747	0,920	0,923	0,787	0,846	0,853
						Summa	3,904	4,367	4,409

Ikäkausistandardoitujen kokonaispisteiden osalta reliabiliteetin theta estimaatit saadaan kaavaan sijoittamalla seuraavasti:

$$\rho_{THR} = \frac{k}{k-1}\left(1-\frac{1}{\sum_{i=1}^{k} R_i^2}\right) = \frac{6}{6-1}\left(1-\frac{1}{3,946}\right) = 0,896$$

$$\rho_{THD_2} = \frac{k}{k-1}\left(1-\frac{1}{\sum_{i=1}^{k} D_{2i}^2}\right) = \frac{6}{6-1}\left(1-\frac{1}{4,372}\right) = 0,926$$

ja

$$\rho_{THG_2} = \frac{k}{k-1}\left(1-\frac{1}{\sum_{i=1}^{k} G_{2i}^2}\right) = \frac{6}{6-1}\left(1-\frac{1}{4,372}\right) = 0,926$$

.

Huomataan, että kaksi jälkimmäistä estimaattia ovat identtiset. Tämä on yksi poikkeuksista, joista keskustelee Metsämuuronen (2021b): kun jommassakummassa muuttujassa kaikki havainnot poikkeavat toisistaan, ei synny sidostuneita pareja muuttujien välillä, ja tällöin $D = G$. Vastaavat estimaatit matemaattisen vuosiluokan osalta saadaan seuraavasti:

$$\rho_{THR} = \frac{k}{k-1}\left(1-\frac{1}{\sum_{i=1}^{k} R_i^2}\right) = \frac{6}{6-1}\left(1-\frac{1}{3,904}\right) = 0,893$$
,

$$\rho_{THD_2} = \frac{k}{k-1}\left(1-\frac{1}{\sum_{i=1}^{k} D_{2i}^2}\right) = \frac{6}{6-1}\left(1-\frac{1}{4,367}\right) = 0,925$$
ja

$$\rho_{THG_2} = \frac{k}{k-1}\left(1-\frac{1}{\sum_{i=1}^{k} G_{2i}^2}\right) = \frac{6}{6-1}\left(1-\frac{1}{4,409}\right) = 0,928$$
.

Näiden osalta deltaan perustuva estimaatti on hieman konservatiivisempi kuin gammaan perustuva estimaatti. Huomataan, että otosta koskevat estimaatit ovat lähellä FUNA-testin yleisiä reliabiliteetin estimaatteja (0,85–0,99; ks. FUNA, 2023).

Liite 2. Matematiikka-ahdistus-mittarin reliabiliteetin estimointi

Kuten edellä FUNA-testin yhteydessä Liitteessä 1, matematiikka-ahdistusmittarin yhteydessä tarkastellaan myös deflaatiokorjausta. Tämä siitä syystä, että kolmen muuttujan kokonaisuus ei näytä ole erottelukyvyltään erityisen hyvä. Tarkistetaan, voiko matala reliabiliteetti johtua deflaatiosta. Osoittautuu, että deflaatiokorjattunakin reliabiliteetti jää matalahkoksi. Laskenta tehdään perinteisellä alfa-kertoimen laskukaavalla, joka voidaan esittää seuraavassa muodossa:

$$\rho_\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{k}\sigma_i^2}{\left(\sum_{i=1}^{k}(\sigma_i \times \rho_{iX})\right)^2}\right),$$

(mm. Lord, Novick, & Birnbaum, 1968), missä σ_i^2 viittaa osioiden variansseihin ja ρ_{iX} osion ja summan välisiin korrelaatioihin (R). Deflaatiokorjauksessa R:n sijaan käytetään jotain vakaampaa korrelaatiokerrointa. Tässä yhteydessä käytetään dimensiokorjattuja deltaa ja gammaa (D_2 ja G_2; ks. laskennasta Liite 1). Laskennassa tarvittavat tiedot on koottu Taulukkoon 1.

TAULUKKO 1. Laskennassa tarvittavat korrelaatiot ja muunnokset matematiikka-ahdistuksen osatekijöille

osio	kategorioiden määrä	osioiden varianssi σ_i^2	R	D_2	G_2	R x σ_i	D_2 x σ_i	G_2 x σ_i
AS1	5	1,575	0,805	0,820	0,862	1,010	1,029	1,082
AS2	5	1,796	0,758	0,769	0,814	1,016	1,031	1,091
AS3	5	1,530	0,794	0,809	0,852	0,982	1,001	1,054
Summa		4,901				3,008	3,060	3,227

Kaavaan sijoittamalla saadaan seuraavat estimaatit:

$$\rho_{\alpha R} = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{k}\sigma_i^2}{\left(\sum_{i=1}^{k}(\sigma_i \times R_{iX})\right)^2}\right) = \frac{3}{3-1}\left(1 - \frac{4,901}{(3,008)^2}\right) = 0,688,$$

$$\rho_{\alpha D_2} = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{k}\sigma_i^2}{\left(\sum_{i=1}^{k}(\sigma_i \times D_{2iX})\right)^2}\right) = \frac{3}{3-1}\left(1 - \frac{4,901}{(3,060)^2}\right) = 0,715$$

ja

$$\rho_{\alpha G_2} = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{k}\sigma_i^2}{\left(\sum_{i=1}^{k}(\sigma_i \times G_{2iX})\right)^2}\right) = \frac{3}{3-1}\left(1 - \frac{4,901}{(3,227)^2}\right) = 0,794.$$

Huomataan, että estimaatit eivät deflaatiokorjattuinakaan ole erittäin korkeita. Summa on kuitenkin riittävän erotteleva artikkelin tarkoitukseen nähden.

5

Matematiikassa parhaiten suoriutuneiden oppilaiden ominaispiirteitä

Laura H. L. Niemi, Kasvatustieteellinen tiedekunta, Helsingin yliopisto
Jari Metsämuuronen, Karvi

5

- Matematiikan parhaat osaajat eivät juurikaan eronneet demografisilta tiedoiltaan muista. Vaikka pojat olivat yliedustettuja parhaiden osaajien joukossa, parhaiten suoriutuneiden tyttöjen ja poikien osaaminen oli keskimäärin saman tasoista. Tyypillistä parhaille osaajille on, että he yrittävät ratkaista vaikeimmatkin tehtävät eivätkä jätä puuttuvia tietoja, vaikka eivät osaisikaan ratkaista tehtäviä.
- Vahvin parhaimpiin osaajiin luokittumista selittävä muuttuja oli se, mitä oppilas aikoo tehdä peruskoulun jälkeen. Erottelevana tekijänä oli se, aikooko oppilas valita pitkän matematiikan vai ei.
- Kaikkein vaikeimpien tehtävien kokonaispistemäärästä parhaat osaajat ratkaisivat keskimäärin 68 prosenttia, ja kaksi kolmasosaa parhaista osaajista sai vähintään 50 prosenttia maksimipistemäärästä lukion tehtäväsarjoihin valituista lyhyen matematiikan ylioppilaskoetehtävistä.
- Parhaiden osaajien asennoituminen matematiikkaan oli selvästi positiivisempaa kuin keskiosaajien, mutta tytöt kokivat voimakkaammin negatiivisia tunteita. Toisaalta parhaiten suoriutuneet tytöt pitivät poikiin nähden hieman enemmän matematiikasta ja kokivat matematiikan hyödyllisemmäksi.
- Parhaiden osaajien osalta toimivimmaksi koettu tapa eriyttää olivat ylöspäin eriytetyt tehtävät. Eriyttämisen keinot selittivät enemmän asennoitumista matematiikkaan kuin osaamista.

5.1 Johdanto

Vuoden 2021 oppimistulosarvioinnin tulokset osoittavat, että oppilaiden matematiikan osaaminen on eriytynyt entisestään. Kokonaisosaaminen ei jakaudu aiempien oppimistulosarviointien tapaan normaalisti vaan muodostuu selkeästi kolmesta populaatiosta: keskitason osaajien populaatiosta ja tätä heikommin ja paremmin suoriutuneiden oppilaiden populaatioista. Tässä artikkelissa tarkastellaan paremmin suoriutuneiden oppilaiden populaatiota ja siellä kaikkein parhaiten suoriutuneita oppilaita, ja selvitetään millaisia yksilöön ja ympäristötekijöihin liittyviä piirteitä heillä on ja millaiset taustatekijät erottavat heidät muista osaajista. Toisaalta etsitään vastauksia myös siihen, millainen osaamistaso parhaiden osaajien on mahdollista saavuttaa, ja miten heidän potentiaalinsa maksimaalista toteutumista voidaan tukea. Tätä tutkimusjoukkoa käsitellään ensi kertaa omana erityisryhmänään Karvin raporteissa. Tutkimusjoukon tarkastelusta tekee ainutlaatuisen myös se, että matematiikassa parhaiten suoriutuneille oppilaille teetettiin ensi kertaa oma erillinen testisarja.

Suomalainen koulutuspolitiikka nojaa vahvasti mahdollisuuksien tasa-arvon periaatteelle (Rawls, 1971), jonka tavoitteena on taata kaikille yhdenvertaiset oikeudet ja koulutusmahdollisuudet (mm. Rinne ym., 2018). Koulutuksellisen tasa-arvon myötä koulujärjestelmämme periaatteena on ollut pitää huolta heikommista oppilaista ja tukea niitä, joilla on oppimisvaikeuksia. Opinnoissaan heikosti suoriutuvien oppilaiden lisäksi tulisi kiinnittää huomiota myös opinnoissaan erinomaisesti suoriutuviin oppilaisiin ja niihin, joiden potentiaali ei pääse koko laajuudessaan toteutumaan. Yhteiskunnassa tarvitaan matematiikan vahvoja osaajia. Matemaattisluonnontieteellisillä aloilla on pulaa matematiikan huippuosaajista eikä korkeakouluista valmistu riittävästi osaajia teknologiateollisuuden tarpeisiin (Teknologiateollisuus, 2021).

Tässä artikkelissa lähdetään kiinnostuksesta tutkia, millainen taitotaso oppilaiden on mahdollista saavuttaa koulumatematiikassa yhdeksän ensimmäisen kouluvuoden aikana. Erinomaiseen menestykseen koulumatematiikassa saatetaan helposti liittää käsitys lahjakkuudesta, vaikka koulumenestyksen ja lahjakkuuden välinen suhde ei ole yksiselitteinen (mm. Uusikylä, 1994; ks. viimeaikaista keskustelua myös Niemi, 2022; Niemi ym., 2023). Matematiikassa menestyminen ei välttämättä edellytä matemaattista lahjakkuutta eikä toisaalta matemaattisesti lahjakas välttämättä saavuta huipputuloksia matematiikassa (mm. Brandl & Barthel, 2012; Szabo, 2015). Synnynnäisen lahjakkuuden sijaan matemaattiset taidot nähdään ominaisuutena, joka on kehitettävissä (mm. Leikin, 2014; 2018). Krutetskii (1976) näkee matemaattisen lahjakkuuden yhtäältä muodostuvan yksilöllisistä matemaattista taidoista, mikä mahdollistaa menestyksen matematiikan opinnoissa, mutta toisaalta oppijan sisäinen motivaatio ja opettajan rooli mielenkiinnon herättäjänä ovat keskeisiä matemaattisten taitojen tai osaamisen kehittymisessä (ks. keskustelu Niemi ym., 2023).

Matematiikassa erinomaisesti suoriutuvia oppilaita koskeva tutkimustieto on kansallisesti vähäistä. Hiltunen ja Nissinen (2018) ovat tutkineet matematiikan erinomaisia osaajia Suomen PISA 2015 -aineistossa, ja Niemi (2022) on Karvin pitkittäisaineistoon perustuvassa väitöstutkimuksessaan tutkinut, millaiset oppilaat kehittyvät perusopetuksen aikana matematiikan parhaiksi osaajiksi ja miten parhaiden osaajien osaaminen ja asenteet kehittyvät toisen asteen opintojen aikana. Oppilaan aikaisempi osaaminen, myönteiset asenteet matematiikkaa kohtaan sekä vanhempien koulutustaso selittävät parhaiten kehittymistä matematiikan parhaaksi osaajaksi perusopetuksen päättövaiheeseen tultaessa (Niemi ym., 2020). On kuitenkin huomioitava, että parhaaksi osaajaksi on mahdollista kehittyä keskitasoa heikommistakin lähtökohdista (Niemi ym., 2020; 2023). Kun tarkasteltiin lukiotasolla matemaattisesti edistyneempiä opiskelijoita, heille oli tyypillistä hallita ikäkauteen nähden epätyypillisiä ja kognitiivisesti haastavampia tehtäviä jo varhaisina kouluvuosina (Niemi ym. 2023).

Useat tutkimukset ovat osoittaneet, että oppilaat, joiden asenteet matematiikkaa kohtaan ovat myönteisiä, suoriutuvat matematiikassa muita oppilaita paremmin (mm. Else-Quest ym., 2010; Winheller, 2013). Erityisesti minäkäsityksen on esitetty selittävän osaamista muita matematiikkaan liittyviä asenteita paremmin (mm. Bryan ym., 2011; Jiang ym., 2014). Toisaalta osaamisen vaikutus minäpystyvyyteen on Suomessa PISA-aineistoon perustuvan kansainvälisen vertailuanalyysin mukaan yksi suurimmista (Williams & Williams, 2010). Niemen ja kollegoiden (2020) tutkimuksessa minäkäsitys oli merkittävä tekijä selittäessä, kuuluiko oppilas matematiikan parhaiden osaajien joukkoon yhdeksännellä vuosiluokalla. Erityisesti kuudennen luokan minäkäsityksen yhteys yhdeksännen luokan osaamistasoon oli suuri.

Useissa tutkimuksissa on havaittu sosioekonomisen taustan yhteys matematiikan oppimiseen, ja erinomaisesti suoriutuvat oppilaat tulevat keskimäärin korkeamman koulutustason perheistä (Hiltunen & Nissinen, 2018; Niemi ym., 2020; ks. myös Metsämuuronen, 2023a).

Sosioekonomisella taustalla on esitetty olevan yhteys myös oppilaan suoritusmotivaatioon (Välijärvi, 2017). Kotitaustan yhteys on voimistunut Suomessa 2010-luvulla (OECD, 2018), joskin kansallisissa aineistoissa maltillisesti (Metsämuuronen & Suomilammi, 2023).

Matematiikan taitojen kehittyminen ja motivaation ylläpitäminen vaativat yksilöllisten tarpeiden huomioimista opetuksessa. Oppilaalle tarjottujen mahdollisuuksien tulee vastata hänen potentiaaliaan (Leikin, 2014). Sopivilla haasteilla on havaittu olevan vaikutusta erityisesti motivaatioon (mm. Winner, 2000; Phillips & Lindsay, 2006). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (OPH, 2014) mukaan kaiken opetuksen pedagogisena lähtökohtana tulisi olla eriyttäminen, joka perustuu oppilaiden tarpeille ja mahdollisuuksille suunnitella itse opiskeluaan, valita erilaisia työtapoja ja edetä yksilöllisesti. Eriyttämällä tuetaan oppilaan itsetuntoa, motivaatiota ja turvataan oppimisen rauhaa (mts. 30). Mielekäs eriyttäminen taitotason mukaisesti parantaa asenteiden lisäksi myös oppilaan osaamistasoa (Metsämuuronen, 2017).

Eriyttämisen lisäksi oppimiseen voidaan vaikuttaa erilaisilla opetuksellisilla ratkaisuilla. Niemi ja kollegat (2021) ovat selvittäneet opetukseen liittyvien pedagogisten ratkaisujen (esim. joustava ryhmittely, työskentely pareittain tai ryhmissä) yhteyttä matematiikassa parhaiten menestyneiden oppilaiden osaamisen ja asenteiden kehittymiseen. Tulosten mukaan tällaisilla pedagogisilla ratkaisuilla ei ole vahvaa yhteyttä osaamisen kehittymiseen, mutta opetusratkaisujen yhteys myönteisten asenteiden ylläpitämisessä ja vahvistamisessa on merkityksellinen (Niemi ym., 2021).

5.2 Tutkimuskysymykset

Tässä artikkelissa tarkastellaan vuoden 2021 arvioinnissa matematiikan parhaiden oppilaiden osaamista, asenteita ja tunteita ja vastataan seuraaviin kysymyksiin:

1. Millaiset taustatekijät erottavat matematiikan parhaat osaajat muista?
2. Mille osaamistasolle matematiikan parhaat osaajat yltävät?
3. Miten akateemiset asenteet ja tunteet ilmenevät matematiikan parhailla osaajilla?
4. Millaiset eriyttämisen tavat ovat toimivia matematiikan parhaiden osaajien tukemisessa?

Kysymykseen 1 vastataan rekisteritietojen ja oppilaiden antamien taustatietojen avulla. Kysymykseen 2 vastataan arvioinnin toisessa vaiheessa tehdyn, ylöspäin eriytetyn ns. ”vaikean” tehtäväsarjan, eri tehtäväsarjoista kootun ns. ”ylioppilaskokeen” ja matematiikan yleisen viitekehyksen (Metsämuuronen, 2018) avulla. Käytettyjä tehtäväsarjoja kuvataan luvussa 5.3.2 and 5.3.3. Kysymykseen 3 vastataan Karvin asenteita mittaavan vakiomittarin ja uuden, akateemisia tunteita mittaavan kysymyssarjan avulla. Näitä käsitellään luvussa 5.2.4. Kysymykseen 4 vastataan opettajilta saatujen tietojen perusteella. Tiedot on yhdistetty oppilasaineistoon ja näin opettajien tieto on painotettu oppilaiden määrällä.

5.3 Menetelmälliset ratkaisut

Yleisiä menetelmällisiä ratkaisuja käsitellään tarkemmin erillisessä julkaisussa (Metsämuuronen & Nousiainen, 2023). Tässä yhteydessä käsitellään otosta ja parhaiten suoriutuneiden osaajien määrittelyä ja parhaiden osaajien tekemän erillisen vaikean tehtäväsarjan ominaisuuksia.

5.3.1 Otos ja parhaiden osaajien määrittely

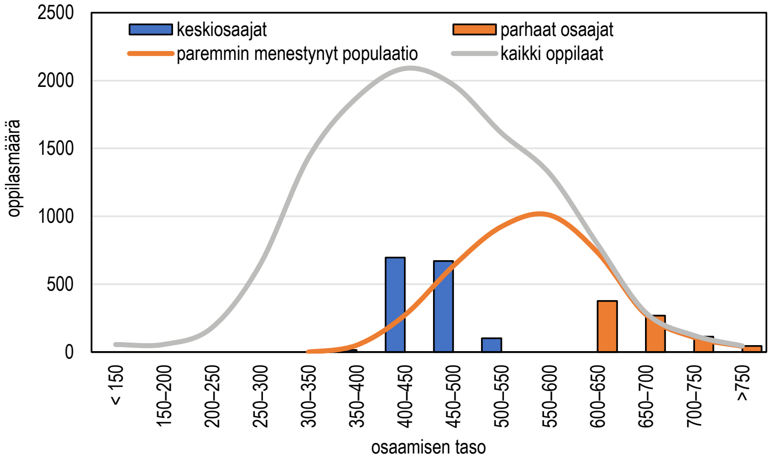
Tarkastelun kohteena ovat matematiikan kokeessa erinomaisesti suoriutuneet oppilaat, joita nimitetään matematiikan parhaiksi osaajiksi. Parhaiden osaajien määrittelemiseen käytetään kahta kriteeriä. Ensinnäkin tutkimusjoukkoon valikoituivat oppilaat, joiden saama kokonaispistemäärä 9. luokan kansallisesta kokeesta oli vähintään 1,5 hajontaa enemmän kuin koko otoksen keskiarvo. Kokeen keskiarvo oli 451,9 pistettä, joka on vertaistettu vuoden 1998 keskiarvoon. Parhaiden osaajien pisterajaksi muodostui 621,9 pistettä. Hajontaan perustuvan rajauksen lisäksi parhaisiin osaajiin kuuluvien oppilaiden matematiikan arvosanan oli oltava 9 tai 10. Oppilaita, jotka saavuttivat määrätyn pisterajan, mutta arvosanatieto puuttui, oli yhteensä 215. Heidät otettiin kuitenkin tutkimusjoukkoon mukaan. Parhaita osaajia oli yhteensä 804 (7,9 % koko otoksesta).

Vertailuryhmänä käytetään keskitason osaajia, jotka nimetään keskiosaajiksi. Tähän ryhmään kuuluvien oppilaiden pistemäärä oli enintään 0,5 hajonnan päässä kokeen keskiarvosta riippumatta arvosanasta. Keskiosaajien kokonaispistemäärä kokeessa oli 395,2–508,6 pistettä. Keskiosaajia tässä yhteydessä oli yhteensä 1490 (14,6 % koko otoksesta). Parhaisiin osaajiin ja keskiosaajiin kuuluvien oppilaiden osaaminen erosi erittäin merkittävästi toisistaan (Cohenin f = 2,8). Tämä tietenkin seuraa siitä, että ryhmät on valittu toisensa poissulkeviksi nimenomaan osaamisen perusteella.

On perusteltua käyttää keskiosaajien ryhmää vertailuryhmänä parhaille osaajille, kun etsitään tekijöitä, jotka erottavat parhaat osaajat muista. Keskitasoa heikommat osaajat rajattiin tarkastelusta pois tässä yhteydessä, koska osaamisen profiilit kaikkein heikoimmin osaajien ryhmässä poikkesivat oleellisesti parhaiden osaajien ryhmän profiileista (ks. Metsämuuronen, 2023a; ks. myös toinen artikkeli Metsämuuronen, Holm, & Räsänen, 2023 luvussa 4). Taulukossa 1 esitetään parhaiden osaajien, keskiosaajien ja koko otokseen kuuluvien oppilaiden kokeesta saatujen pistemäärien eroja. Kuviossa 1 esitetään, miten pistemäärät jakautuvat, kun oppilaat on ryhmitelty edellä esitettyjen kriteerien mukaan parhaisiin osaajiin ja keskitason osaajiin. Mukana ovat vertailun vuoksi myös kaikki muut oppilaat, jotka rajautuivat tarkastelun ulkopuolelle (jakaumien muodostumisesta ks. Metsämuuronen & Suomilammi, 2023).

TAULUKKO 1. Matematiikan parhaiden osaajien, keskiosaajien ja koko otoksen oppilaiden keskiluvut

	parhaat osaajat (n = 804)	keskiosaajat (n = 1 490)	koko otos (n = 12 481)
keskiarvo	668,3	452,8	451,9
minimi	623,3	398,1	-194,9
maksimi	1042,6	508,2	1042,6
keskihajonta	45,7	31,7	113,34



KUVIO 1. Osaamisen jakautuminen ja vertailuryhmät

Parhaiden osaajien menestystä selittäviä tekijöitä etsittiin useiden muuttujien joukosta, joihin kuului oppilaan taustatietoja (mm. jatko-opintosuunnitelmat, vanhempien koulutustausta, kodin tuki, matematiikan arvosana, asenteet, käsitykset opetuskäytänteistä), oppimisympäristöön liittyviä tekijöitä (mm. matematiikan valinnaiskurssit, matematiikan kokeeseen valmistautuminen, matematiikan tehtävien tekeminen, kouluviihtyvyys, koulukiusaaminen, opetusryhmän koko, työrauha) ja opettajan taustatietoja (mm. koulutus, oppimateriaali, arviot toimivista eriyttämisen keinoista).

5.3.2 ”Vaikea” tehtäväsarja ja sen ominaisuuksia

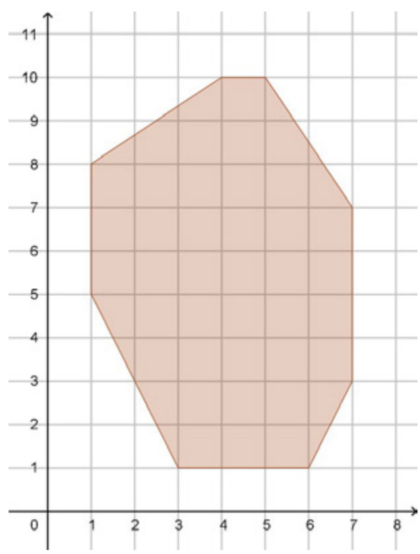
Arvioinnin toisessa vaiheessa kaikkein matalampia pistemääriä saaneet oppilaat osallistuivat alaspäin eriytettyyn, diagnostiseen FUNA-testiin. Vastaavasti kustakin koulusta kaikkein korkeimpia pistemääriä saaneet oppilaat osallistuivat ylöspäin eriytettyyn, lyhyehköön tehtäväsarjaan (myöhemmin ”vaikea tehtäväsarja”). Tässä yhteydessä tarkennetaan ylöspäin eriytetyn testin ominaisuuksia. Tarkemmin asiaa käsitellään menetelmäraportissa (Metsämuuronen & Nousiainen, 2023). Tarkoitus oli selvittää, kuinka pitkälle matematiikan taidoiltaan taitavimmat oppilaat ovat edenneet 9. luokan loppuun mennessä.

Vaikeaan tehtäväsarjaan oli koottu 13 vaativahkoa tehtävää, jotka yhtä lukuun ottamatta olivat samoja, joita oppilaat testin eri versioissa olivat jo edellisessä vaiheessa ratkaisseet. Ainakin jokin tehtävistä oli siis tuttu kullekin oppilaalle aiemmassa vaiheessa tehdyn tehtäväsarjan perusteella. Tehtävät edustivat laajasti eri sisältöalueita ja tavoitteita, ja valtaosa tehtävistä oli soveltavia siinä mielessä, että tehtävän aihepiiri haettiin arkielämästä (ks. tarkemmin Metsämuuronen & Nousiainen, 2023).

Erottelukyvyltään osiot eivät yllä läheskään koko aineiston tasolle. Tämä ei tietenkään ole yllätyksellistä, sillä testiin osallistuneet oli valikoitu niin, ettei heidän välillään ollutkaan juuri eroa, ja testattavia ei ollut tarkoituskaan pystyä erottelemaan toisistaan. Tästä kuitenkin seuraa suoraan se, että vaikean tehtäväsarjan mittarin reliabiliteetit olivat kauttaaltaan matalampia (deflaatiokorjattu α = 0,63–0,70; deflaatiokorjattu ω = 0,77–0,82) kuin varsinaisessa arvioinnissa käytetyissä tehtäväsarjoissa (deflaatiokorjattu α = 0,958–0,960; deflaatiokorjattu ω = 0,983–0,985).

5.3.3 ”Ylioppilaskoe”-tehtäväsarja ja sen ominaisuuksia

Toinen artikkelissa esiintyvä vaativa tehtäväsarja oli yhdistelmä eri tehtäväsarjoihin valituista ylioppilaskoetehtävistä. Kaikkiaan yhdeksän julkaistua ylioppilaskoetehtävää oli valittu lyhyen matematiikan oppimäärän tehtävistä. Näiden tiedettiin olevan ratkaistavissa 9. luokan opintojen perusteella. Tehtävien pisteitystä kuitenkin muutettiin vastaamaan Karvin tehtäväsarjoissa vakiintunutta käytäntöä niin, että saman osaamisen näyttämisestä moneen kertaan samassa tehtävässä ei palkita. Esimerkiksi syksyn 2018 tehtävä, jossa piti ratkaista ”muistolaatan” pinta-ala (ks. tarkemmin koko tehtävä Metsämuuronen & Nousiainen, 2023), oli ylioppilaskokeessa 6 pisteen tehtävä, mutta Karvin tehtäväsarjassa siitä sai vain 3 pistettä, koska tehtävässä ei tarvittu vähennyslaskun lisäksi kuin yhtä tietoa: kuinka lasketaan kolmion pinta-ala (Kuvio 2). Yksi piste tuli oikeasta ratkaisuperiaatteesta (esimerkiksi jakanut alueet kolmioihin), yksi välivaiheiden oikeista laskuista (koko pinta-alan lasku, kolmioiden pinta-alojen lasku ja vähennyslaskut) ja yksi oikeasta vastauksesta.



KUVIO 2. ”Muistolaatan” pinta-alan laskuun liittyvä kuva

”Ylioppilaskoe”-tehtäväsarjan keskimääräiset ratkaisuprosentit koko aineistossa vaihtelivat 4–36 (Taulukko 2). Yksittäiset tehtävät olivat siis oppilaille haasteellisia. Tehtävistä muodostettava summamuuttuja oli riittävän erotteleva johtopäätösten tekemiseen (α_D = 0,88 ja α_G = 0,92).[14]

14 Perinteinen alfakerroin on deflatoitunut eli sen arvo on mekaanisista syistä liian matala. Näin tapahtuu helposti, jos testi on hyvin helppo tai vaikea testattaville (ks. keskustelua osaamistestien yhdessä, Metsämuuronen, 2023b). Kaikkien versioiden keskimääräinen, otoskoolla painotettu alfa jaa alle arvon 0,60 (α = 0,55). Deflaatiokorjatut kertoimet *alfaD* ja *alfaG*, joissa alfa-kertoimen kaavaan sisältyvä epävakaa tulomomenttikorrelaatiokerroin (*R*) on korvattu vakaammalla Somersin deltalla (*D*) tai Goodmanin–Kruskalin gammalla (*G*; ks. Metsämuuronen, 2022a, 2022b), laskettiin käyttäen eri tehtäväsarjoista saatujen osio-summa-korrelaatioiden ja osiokohtaisten keskihajontojen keskiarvojen kaavoja

$\rho_{\alpha\_D} = \frac{k^+}{k^+-1}\left(1-\sum_{i=1}^{k}\bar{\sigma}_i^2 \Big/ \left(\sum_{i=1}^{k}\bar{\sigma}_i\bar{D}\right)^2\right)$ ja $\rho_{\alpha\_G} = \frac{k^+}{k^+-1}\left(1-\sum_{i=1}^{k}\bar{\sigma}_i^2 \Big/ \left(\sum_{i=1}^{k}\bar{\sigma}_i\bar{G}\right)^2\right)$, missä $\bar{\sigma}_i$ on osioiden keskimääräinen

keskihajonta ja $\bar{D}$ osioiden keskimääräinen *D* ja $\bar{G}$ osioiden keskimääräinen *G* yli kaikkien tehtäväsarjojen (ks. vastaavat kaavat omegalle ja thetalle Metsämuuronen, 2022c). Merkintä k^+ viittaa eri tehtäväsarjoissa käytettyjen, yksittäisten osioiden määrään (tässä yhteensä 9). Menettelyä perustelee Metsämuuronen (2022c) ja suomeksi Metsämuuronen ja Nousiainen (2023).

Koko aineistossa näiden tehtävien perusteella laskettu keskiosaaminen oli 483 pistettä (kh. 108,7 pistettä). Se, että keskipistemäärä on korkeampi kuin koko testissä (452), seuraa siitä, että ylioppilastehtävissä ei ollut lainkaan helppoja tehtäviä, joissa epäonnistuminen olisi osoittanut erittäin matalaa osaamista. Jos oppilas ei osannut yhtäkään tehtävää, hän sai ylioppilastehtäväsarjassa osaamisen tasokseen 330–372 pistettä riippuen tehtäväsarjasta. Vertailun vuoksi huomattakoon, että jos koko kokeessa ei saanut yhtään pistettä oikein, osaaminen jäi negatiiviseksi (> –194).

TAULUKKO 2. Tehtäväsarjoissa käytetyt ylioppilaskoetehtävät ja niiden ominaisuuksia koko aineistossa

					Erottelukyky[1]		
osio	sisältökuvaus	otoskoko[2]	maksimi-pistemäärä	ratkaisu-prosentti	D (keskiarvo)	G (keskiarvo)	keski-hajonta (keskiarvo)
1	lukujono ja sen määritelmä	12 481	1	24,0	0,730	0,829	0,829
2	lukujono ja sen määritelmä	1 445	1	18,3	0,792	0,864	0,864
3	lukujono ja sen määritelmä	12 481	1	34,3	0,791	0,888	0,888
4	lukujono ja sen määritelmä	1 445	1	22,7	0,746	0,827	0,827
5	Yhtälöparin ratkaisu	12 481	2	8,3	0,804	0,877	0,877
6	eksponenttifunktion ratkaisu	12 481	2	3,6	0,831	0,883	0,883
7	funktion ratkaisu annetulla arvolla	1 359	1	36,1	0,730	0,832	0,832
8	tasogeometria + lauseke	5 765	3	14,9	0,855	0,914	0,914
9	tasogeometria + lauseke	12 481	1	23,1	0,599	0,754	0,754

[1] laskettu kaikkien tehtäväsarjojen keskiarvona

[2] osio on saattanut olla mukana kaikissa tehtäväsarjoissa (n = 12 481), useassa tehtäväsarjassa (n = 5 765) tai vain yhdessä tehtäväsarjassa (n = 1 359–1 445)

5.3.4 Akateemiset tunteet, uskomukset ja asenteet

Uskomus- ja tunnemittareiden reliabiliteetteja ja rakennetta on kuvattu toisaalla (Metsämuuronen, 2009, 2012; Metsämuuronen & Nousiainen, 2023; Salonen, 2023; ks. myös toiset artikkelit Salonen, Haataja & Hannula, 2023 luvussa 3; Metsämuuronen ym., 2023 luvussa 4). Matematiikkaan liittyviä uskomuksia ja asennoitumista—matemaattista minäkäsitystä, matematiikasta pitämistä, matematiikan kokemista hyödyllisenä ja matematiikkaa kohtaan koettua ahdistusta—mitattiin 5-vaihtoehtoisilla Likert-asteikollisilla muuttujilla. Näistä minäkäsitys (esimerkiksi ”matematiikka on helppo oppiaine”), pitäminen (esimerkiksi ”matematiikka on yksi lempiaineistani”) ja hyödylliseksi kokeminen (esimerkiksi ”tulevissa opinnoissani tarvitsen matematiikan tietoja ja taitoja”) kuuluvat Karvin Fennema–Sherman-asennemittarin (FSAS; Fennema & Sherman, 1978) pohjalta rakennettuun vakiomittaristoon. Tässä mittaristossa kutakin dimensiota mitataan viidellä osiolla, joista jokaisella dimensiolla on yksi tai kaksi negatiivisesti muotoiltua väitettä (ks. eroavuudet FSAS:in nähden Metsämuuronen, 2012). Analyyseissä negatiivisesti tulkittavat osiot on käännetty summatessa positiivisiksi ja muuttujia kuvataan keskiarvomuuttujien avulla (vaihteluväli 1–5). Vakiomittarin asennedimensioiden reliabiliteetit koko aineistossa ovat minäkäsityksen osalta korkeampia kuin $\alpha = 0,830$, matematiikasta pitämisen osalta korkeampia kuin $\alpha = 0,885$ ja hyödylliseksi kokemisen osalta korkeampia kuin $\alpha = 0,861$.

Akateemisia tunteita mitattiin arviointia varten kehitetyllä mittarilla, jossa oli viisi positiivista ja viisi negatiivista tunnekuvausta ja oppilaan tuli arvioida, kuinka usein kokee vastaavaa tunnetta, kun hän ajattelee matematiikkaa. Vaihtoehdot olivat *ei lainkaan* (0), *harvoin* (1), *joskus* (2), *usein*

(3) ja *lähes aina* (4). Emootiomittareiden deflaatiokorjatut reliabiliteetit ovat korkeita (positiiviset tunnetilat 0,937–0,963 ja negatiiviset tunnetilat 0,902–0,940; ks. tarkemmin Metsämuuronen & Nousiainen, 2023). Huomattakoon, että jos negatiivisen tunnetilan muuttujat käännetään positiivisiksi ja lasketaan yhteen positiivisten muuttujien kanssa, näin syntyvän kokonaismittarin reliabiliteetti on matalampi kuin kummankaan osamittarin reliabiliteetti (0,874–0,930). Tämän mittarin ominaisuuksia käsittelevät toisaalla Metsämuuronen ja Nousiainen (2023) ja Salonen (2023) ja näiden yhteyttä osaamiseen koko aineistossa Salonen ja kollegat (2023) luvussa 3.

5.3.5 Käytetyt menetelmät

Artikkelissa käytetään pääsääntöisesti perinteisiä keskilukuja kuten keskiarvoa, mediaania ja moodia sekä hajontalukuja kuten keskihajontaa ja varianssia. Analyyseissa käytetään yleisesti käytössä olevia tilastollisia menetelmiä. Regressioanalyysin variaatioista käytössä on logistinen regressioanalyysi (LRA). Parhaiden osaajien menestystä selitettäessä ensin muuttujia käytiin läpi muuttujaryhmittäin ja valittiin jatkoon ne muuttujat, joiden suhteen keskiarvojen väliset erot osaamisryhmissä olivat tilastollisesti merkitseviä ($p < 0{,}05$). Jatkoon valittiin yhteensä 63 muuttujaa, jotka asetettiin yhteiseen regressiomalliin. Tämän jälkeen selittävien muuttujien määrää vähennettiin askeltaen, kunnes malliin jäi jäljelle vain tilastollisesti merkitseviä ($p < 0{,}05$) muuttujia.

Varianssianalyysin variaatioista käytössä on yksi- ja kaksisuuntainen ANOVA *general linear modeling* -ympäristössä (GLM). Mikäli analyysin yhteydessä ei kerrota testisuuretta, se on F-testi. Yleisesti ottaen tekstiä tiivistetään niin, että saatetaan sanoa, että ”ero on merkitsevä ($p < 0{,}001$)” ilman, että testisuuren arvoa ja vapausasteita mainitaan.

Efektikoon ensisijainen mitta on Cohenin f, joka soveltuu F-testin yhteyteen, ja toissijaisena Cohen h, jota käytetään binomitestin (*bin*) yhteydessä suhteellisten osuuksien eron merkittävyyden arvioinnissa. Perinteiset vertailuarvot f:lle on seuraavat: jos $f < 0{,}10$, äärimmäisten ryhmien välinen ero on pieni tai triviaalin pieni, jos $f \approx 0{,}2$–$0{,}3$, ero on keskisuuri ja jos $f = > 0{,}4$, ero on suuri. Jos $f \approx 0{,}2$ tai tätä suurempi, tekstissä sanotaan, että ero on ”merkittävä”. Rajatapauksissa (esimerkiksi, jos $f = 0{,}17$) voidaan sanoa, että ero ”*voi* olla merkittävä”. Vastaavat arvot Cohen h:lle ovat samat kuin yleisemmin käytössä olevalla Cohenin d:lle: arvot $h \approx 0{,}4$ tai tätä suurempi viittaavat merkittävään eroon ryhmien välillä.

5.4 Tulokset

5.4.1 Matematiikan parhaiden osaajien osaamisen tunnuspiirteitä

Parhaat osaajat eivät eronneet juurikaan keskitason osaajista tai koko otoksesta keskimäärin, kun asiaa tarkasteltiin demografisesti (Taulukko 3). Pojat olivat yliedustettuja matematiikassa parhaiten suoriutuneiden osaajien joukossa. Poikia oli lähes 17 prosenttiyksikköä enemmän kuin tyttöjä. Ero on merkitsevä (*bin* $p < 0{,}001$) ja jossain määrin merkittävä ($h = 0{,}33$). Parhaiten suoriutuneiden tyttöjen ja poikien osaaminen oli kuitenkin keskimäärin saman tasoista (poikien keskiarvo 671,4 pistettä, tyttöjen keskiarvo 664,0; $p = 0{,}024$; $f = 0{,}078$).

TAULUKKO 3. Tutkimusjoukon taustatietoja

		parhaat osaajat (n = 804)	keskiosaajat (n = 1 490)	koko otos (n = 12481)
sukupuoli	tyttö	41,7 %	53,6 %	50,0 %
	poika	58,3 %	46,5 %	50,0 %
opetuskieli	suomi	91,3 %	93,1 %	92,2 %
	ruotsi	8,7 %	6,9 %	7,8 %
suomi toisena kielenä -opetus	kyllä	3,1 %	5,5 %	7,1 %
	ei	96,9 %	94,5 %	92,9 %
metropolialue	Helsinki-Espoo-Vantaa	17,7 %	14,0 %	15,6 %
	muut kunnat	82,3 %	86,0 %	84,4 %
kuntaryhmä	kaupunkimaiset kunnat	74,8 %	69,2 %	67,6 %
	taajaan asutut kunnat	16,8 %	20,6 %	20,9 %
	maaseutumaiset kunnat	8,5 %	10,2 %	11,4 %
aluejako (Aluehallintoviraston toimialueiden mukaan)	Etelä-Suomi	39,2 %	37,7 %	40,2 %
	Lounais-Suomi	13,4 %	10,7 %	12,3 %
	Itä-Suomi	10,9 %	12,1 %	11,1 %
	Länsi- ja Sisä-Suomi	23,0 %	25,0 %	22,6 %
	Pohjois-Suomi	13,2 %	13,8 %	12,9 %
	Lappi	0,2 %	0,7 %	0,9 %

Alueellisesti parhaista osaajista enemmistö (62,2 %) oli Etelä-Suomen (39,2 %) ja Länsi- ja Sisä-Suomen (23,0 %) AVI-alueilla, ja tämä vastaa myös kokonaisotoksen suhteellisia osuuksia (40,4% ja 22,7 %). Sen sijaan otoksen perusteella olisi ollut odotettavaa, että parhaista osaajista noin 68 % olisi ollut kaupungeissa.[15] Sen sijaan heitä oli kaupungeissa 74 %; ero odotetun ja havaitun välillä on merkitsevä (*bin* $p < 0{,}001$). Vastaavasti parhaisiin osaajiin kuului odotettua vähemmän oppilaita taajamamaisten (*bin* $p = 0{,}002$) ja maaseutumaisten opetuksen järjestäjien kouluista (*bin* $p = 0{,}004$). Parhaiden osaajien ryhmässä oli selkeä aliedustus suomi tai ruotsi toisena kielenä -statuksen saaneista oppilaista (parhaista osaajista 3,1 %, koko aineistossa 7,1 %); tämänkin osalta ero odotetun ja havaitun välillä on merkitsevä (*bin* $p < 0{,}001$). Toisessa artikkelissa huomattiin, että maahanmuuttotaustaiset oppilaat olivat selkeästi yliedustettuina heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden ryhmässä (21 %; ks. Metsämuuronen ym., 2023).

5.4.2 Matematiikassa menestymistä selittäviä tekijöitä

Parhaiden osaajien profiloinnissa käytettiin logistista regressioanalyysia. Kaikkiaan 63 muuttujasta regressiomalliin jäi 12 tilastollisesti merkitsevää muuttujaa (Taulukko 4). Selittävät muuttujat on järjestetty taulukossa efektikoon mukaiseen järjestykseen.

[15] Binomitestin näkökannalta ”odotamme”, että parhaiden osaajien ryhmässä osuudet olisivat samat kuin koko aineistossa. Binomitesti reagoi siihen, poikkeaako havaittu määrä liikaa odotetusta ollakseen sattumaa.

TAULUKKO 4. Osaamistasoa selittävät tekijät logistisen regressioanalyysin mukaan

muuttuja[1]	B	keskivirhe	Exp(B)	p-arvo	R^2	Cohenin *f*
vakio	**−2,96**	**0,60**	**0,05**	**< 0,001**		
Mitä aiot tehdä peruskoulun jälkeen? ”ei pitkä matematiikka” (dummy)	−2,38	0,18	0,09	< 0,001	0,142	0,407
Kuinka paljon käytät aikaa valmistautuessasi matematiikan kokeeseen?	−0,39	0,05	0,68	< 0,001	0,051	0,232
Oppitunneilla opiskeltavat asiat tulevat minulle selviksi.	1,01	0,11	2,75	< 0,001	0,043	0,212
Matematiikka on yksi lempiaineistani.	0,38	0,06	1,46	< 0,001	0,021	0,146
Käsitys omasta osaamisesta (summamuuttuja)	0,64	0,10	1,90	< 0,001	0,020	0,143
Mikä on korkein koulutus, jonka isäsi (tai muu huoltajasi) on suorittanut? “ei yliopisto” (dummy)	−0,92	0,17	0,40	< 0,001	0,020	0,143
Kuinka monta kertaa olet saanut matematiikassa tukiopetusta luokkien 7–9 aikana?	−0,85	0,15	0,43	< 0,001	0,011	0,105
Onko sinulla ollut matematiikka valinnaisaineena 7–9 luokkien aikana?	0,90	0,25	2,47	< 0,001	0,011	0,105
Kotonani on musiikki−instrumentteja (esim. kitara, piano)	0,71	0,16	2,04	< 0,001	0,008	0,090
Otos: Helsinki, Espoo, Oulu, Tampere tai Vantaa (dummy)	0,15	0,06	1,16	0,018	0,006	0,078
Ilmapiiri on turvallinen esim. oppilaat ymmärtävät, että virheet ovat sallittuja.	−0,33	0,09	0,72	< 0,001	0,005	0,071
Oppitunneilla pohditaan, onko tehtävän vastaus järkevä.	−0,18	0,08	0,84	0,013	0,001	0,032

1 mallin selitysaste Nagelkerken R^2 = 0,687

2 muuttujat järjestetty sarakkeiden R^2 ja Cohenin *f* mukaan laskevaan järjestykseen

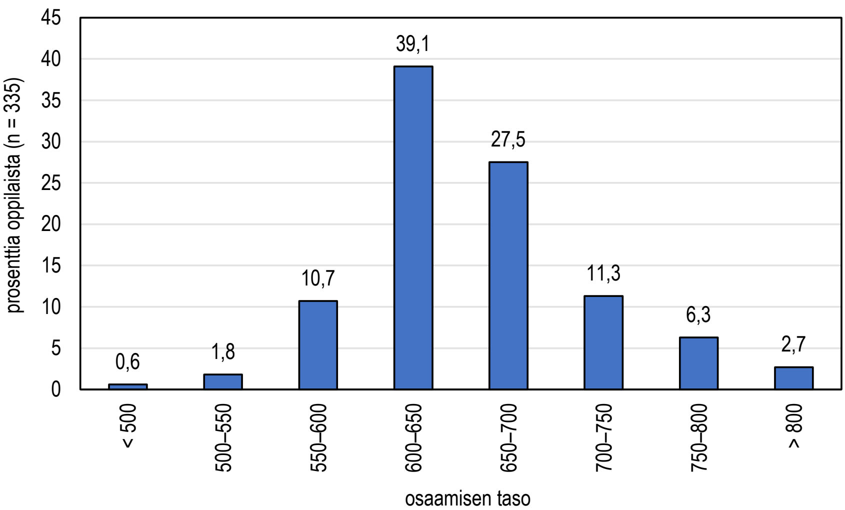
Logistisen regressioanalyysin mukaan vahvin parhaimpiin osaajiin luokittumista selittävä muuttuja oli se, mitä oppilas aikoo tehdä peruskoulun jälkeen. Erottelevana tekijänä oli se, aikooko oppilas valita pitkän matematiikan vai ei. Lisäksi erinomaiselle suoritustasolle yltäville oppilaille oli tyypillistä, että he käyttävät muita vähemmän aikaa kokeeseen valmistautumiseen. Tärkeää oli, että opiskeltavat asiat tulevat oppitunneilla selviksi. Parhailla osaajilla oli muita positiivisempi asenne matematiikan opiskelua kohtaan ja vahvempi käsitys itsestä matematiikan osaajana. Sosioekonomiseen taustaan liittyvistä tekijöistä malliin selittäväksi tekijäksi jäi isän koulutustaso arvioituna sillä, onko isä opiskellut yliopistossa. Jos oppilas oli saanut tukiopetusta, hän kuului todennäköisemmin keskitason osaajiin ja ne, joilla matematiikkaa oli ollut valinnaisaineena, kuuluivat todennäköisemmin parhaisiin osaajiin. Viimeisten neljän muuttujan vaikutus malliin jäi pieneksi (f < 0,10).

5.4.3 Mihin parhaiden osaajien osaaminen riittää?

Eräs parhaita osaajia koskeva erityiskysymys on, kuinka paljon osaamista on kertynyt yhdeksän kouluvuoden aikana tai toisin: mihin osaaminen riittää? Tähän ei ole yksikäsitteistä vastausta, sillä kouluarvosana ”kiitettävä” tai korkea pistemäärä eivät linkity suoraan mihinkään konkreettiseen seikkaan. Tässä yhteydessä asiaa tarkastellaan neljästä näkökulmasta: ensiksi kuinka parhaat oppijat suoriutuivat arvioinnin toisessa vaiheessa tehdystä ns. vaikeasta tehtäväsarjasta, johon oli koottu kaikista tehtäväsarjoista vaativimmat osiot, toiseksi millaista osaamista vaikeaan tehtäväsarjaan osaaminen heijastaa, kolmanneksi kuinka parhaat osaajat suoriutuivat testisarjoihin valituista lyhyen matematiikan ylioppilaskoetehtävistä, ja lopuksi kuinka parhaiden osaajien taso vertautuu lukion yleiseen osaamisen tasoon aiemman pitkittäisaineiston perusteella.

Parhaat osaajat ratkaisivat keskimäärin 68 prosenttia kaikkein vaikeimpien tehtävien kokonaispistemäärästä

Arvioinnin ensimmäisen vaiheen perusteella parhaiksi osaajiksi luokittuneista oppilaista 42 prosenttia (n = 335; kato 7 %) valittiin toisessa vaiheessa osallistumaan ns. vaikeaan tehtäväsarjaan. Testiin oli valittu kaikista tehtäväsarjoista vaativimmat tehtävät. Tämän ylöspäin eriytetyn tehtäväsarjan tavoitteena oli osaltaan selvittää, kuinka pitkälle parhaat osaajat ovat edenneet. Jokaisesta otokseen tulleesta koulusta valittiin kaksi tai kolme parhaimmin suoriutunutta oppilasta tähän tehtäväsarjaan. Osaamisen vertaistettu keskitaso oli 663 pistettä (keskihajonta 66,9 pistettä) ja jakauma korkeampiin pistemääriin päin vino (Kuvio 3). Vaikeaan testisarjaan osallistuneet oppilaat saivat keskimäärin 68 prosenttia maksimipisteistä. Selkeitä omaan tasoon nähden selvästi epäonnistuneita suorituksia oli yksi (pistemäärä < 400) ja yli 900 pisteen suorituksia kaksi.



KUVIO 3. Vaikean tehtäväsarjan osaamisen jakauma

Parhaat osaajat yrittävät suoriutua kaikkein vaikeimmistakin tehtävistä eivätkä jätä puuttuvia tietoja

Eräs kiinnostava ero parhaiden osaajien ja koko aineiston välillä on, että vaikeaan tehtäväsarjaan osallistuneet oppilaat eivät juuri jättäneet puuttuvia tietoja, vaan oppilaat yrittivät suoriutua tehtävistä, vaikka eivät olisi tehtäviä osanneetkaan (ks. Taulukko 5, osiot 12 ja 13). Parhaat osaajat olivat selkeästi ikätovereitaan parempia tasogeometriaan (osio 2), suunnikkaan piiriin (osio 4) ja funktion muotoon liittyvissä tehtävissä (osio 7), ohjelmoinnissa (osio 11) sekä tehtävissä, joissa helpohkoon yhtälönratkaisuun oli pitänyt kirjoittaa perusteluja eli matemaattinen lauseke (osiot 1, 3, 4, 6). Näiden osalta ratkaisuprosenttien ero kaikkiin oppilaisiin nähden oli yli 35 prosenttiyksikköä. Vaativassa todennäköisyyslaskussa (osiot 12 ja 13) parhaatkaan osaajat eivät pärjänneet kovin hyvin. Itse tehtävä ei ollut monimutkainen, mutta laskentaan liittyviä helpottavia tekniikoita opetellaan vasta lukiossa; tehtävässä parhaista oppijoista 20 prosenttia osasi perustella oikean vastauksen.

Taulukko 5. Vaikeaan tehtäväsarjaan liittyviä tietoja (n = 335)

			vaikeustaso		
osio	sisältö karkeasti	Puuttuvia tietoja (%)	ratkaisuprosentti vaikeaan tehtäväsarjaan osallistuneilla	ratkaisuprosentti koko aineistossa	ratkaisuprosenttien ero aineistojen välillä
1	epäyhtälö + välivaiheet[3]	1,8	49	10	39
2[1,2]	tasogeometria + epäyhtälö[3]	0,0	83	23	60
3[2]	yhtälönratkaisu + perustelu[3]	0,3	93	40	53
4	suunnikkaan piiri + yksikkömuunnos perustelu[3]	0,9	85	27	58
5	tikapuiden pituus + perustelu[3]	0,9	90	-	-
6[1, 2]	monikulmion pinta-ala + lauseke[4]	0,6	62	14	47
7[2]	geogebra (vakion vaikutus funktioon)[3]	1,8	76	16	60
8	minimipituuden määritys + yksikkömuunnos[3]	0,3	35	20	15
9[2]	funktion muodostaminen + lauseke[3]	0,3	40	33	7
10[2]	funktion muodostaminen + lauseke[3]	0,3	39	31	8
11	yksinkertainen visuaalisen ohjelmointikoodin tulkinta ja noudattaminen[3]	0,6	47	12	35
12[2]	todennäköisyys, lauseke[4]	0,9	13	2	11
13[2]	todennäköisyys, lauseke[4]	0,9	20	3	17
	keskiarvo		56	19	33

[1] Ylioppilaskoetehtävä

[2] Julkaistu raportissa Metsämuuronen & Nousiainen (2023). Osion nimessä on tunniste MY.

[3] CFM-taso A2.2 tai alempi

[4] CFM-taso B1.1

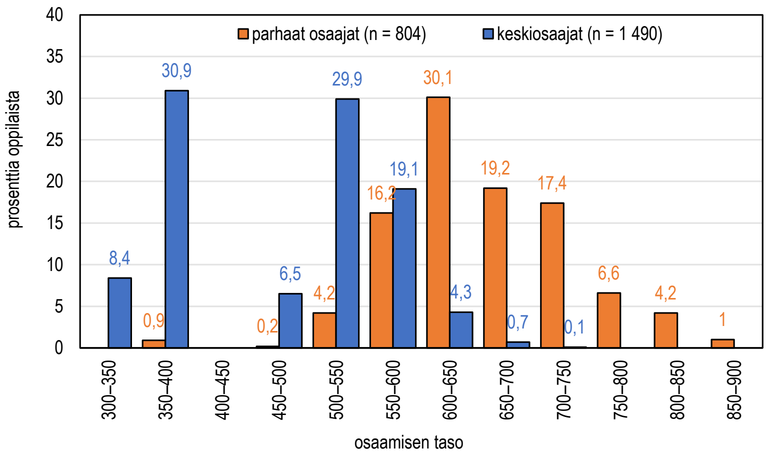
Parhaat osaajat hallitsevat lyhyen matematiikan ylioppilastehtäviä erittäin hyvin

Parhaiden osaajien suoriutumista tarkastellaan myös tehtäväsarjoihin valikoitujen, julkaistujen ylioppilaskoetehtävien avulla. Julkaistuista lyhyen matematiikan oppimäärän ylioppilaskoetehtävistä valittiin yhdeksän, joiden tiedettiin olevan ratkaistavissa 9. luokan opintojen perusteella. Osioiden keskimääräinen ratkaisuprosentti koko aineistossa vaihteli 4–36 prosenttia maksimipistemäärästä. Yksittäiset tehtävät olivat siis yleisesti ottaen 9. luokan oppilaille haasteellisia. Nämä tehtävät yhdistäen eri tehtäväsarjoissa rakennettiin ns. ”ylioppilaskoe”-tehtäväsarja.

Ylioppilastehtävistä muodostetun tehtäväsarjan perusteella parhaiden osaajien keskiosaaminen oli 660 (kh. 79,5) ja keskitason osaajien keskiosaaminen 470 (kh. 93,2; Kuvio 4). Keskiarvojen ero on erittäin suuri tai ”valtava” (f = 1,03).[16] Huomionarvoista on, että parhaiden osaajien ryhmä oli selkeämmin normaalijakautunut tai oikealle vino, mutta keskiosaajien ryhmä oli jakaantunut kahteen ryhmään: keskitasoa selvästi matalamman pistemäärän ja keskiarvoa selvästi

[16] Sawilowsky (2009) ehdottaa termiä ”*huge*” (”valtava”), kun Cohenin d ylittää rajan 2,00. Cohenin f on noin puolet Cohenin d:n arvosta. Jos siis Cohenin d = 2,0 katsotaan ”valtavaksi”, karkeasti arvioiden f = 1,0 on vastaavasti ”valtava”.

korkeamman pistemäärän saaneisiin oppilaisiin. Parhaista osaajista 68,0 prosenttia sai vähintään 50 % maksimipistemäärästä ja 15,4 prosenttia vähintään 80 % maksimipistemäärästä. Vastaavasti keskiosaajista 1,5 prosenttia sai 50 % maksimipistemäärästä ja vain yksi (0,07 %) vähintään 80 % maksimipistemäärästä. Ero vähintään 50 % saaneiden osalta on merkittävä tai "valtava" (f = 1,08). Näyttää siltä, että perusopetuksen 9. luokan parhaat osaajat saattaisivat pärjätä lyhyen matematiikan ylioppilaskokeessa kohtuullisen hyvin.



KUVIO 4. Osaaminen ylioppilaskoetehtävistä kootusta tehtäväsarjassa

Kaikki parhaat osaajat suoriutuivat lukion lyhyen matematiikan keskitasoa paremmin

Kun vuoden 2021 arviointi suhteutetaan Karvin aiemman pitkittäisarvioinnin vuosiluokkien 2, 5, 9 ja lukion keskitasoihin (ks. Metsämuuronen, 2017), huomataan, että vuoden 2021 aineistossa parhaista osaajista kaikki ylittivät lukion lyhyen matematiikan valinneiden keskitason ja 20 prosenttia oli saavuttanut lukion pitkän matematiikan kirjoittaneiden keskitason olettaen, että sekä lukion mittauksessa että 9. luokan mittauksissa on tavoitettu jotain matematiikan yleisestä osaamisesta.[17] Vertailuhan ei muutoin ole järkevää, koska 9. luokan eikä lukion mittauksissa kysytty pitkän matematiikan vaativampiin oppisisältöihin liittyviä seikkoja, joissa 9. luokan oppilaista monellakaan ei ole vielä tietoa.

[17] Pitkittäisaineistossa samoja oppilaita seurattiin 3. luokan alussa (Huisman, 2005), 6. luokan alussa (Niemi & Metsämuuronen, 2010), 9. luokan lopussa (Metsämuuronen, 2013) ja toisen asteen opintojen lopulla (Metsämuuronen, 2017; Metsämuuronen & Salonen, 2017; Metsämuuronen & Tuohilampi, 2017). Saadut pistemäärät vertaistettiin vuosien 1998 ja 2021 tehtäväsarjojen kanssa (ks. tarkemmin Metsämuuronen, 2023a).

Taulukko 6. Vuoden 2021 aineiston linkittyminen eri vuosina kerättyyn pitkittäisaineistoon (ks. myös Metsämuuronen, 2023a)

			vuoden 2021 aineistossa %		
luokka-aste	keskimääräinen osaamisen taso eri luokka-asteilla[1]	”Vuoden 2021 aineistossa…”	koko aineisto	parhaat osaajat	keski-osaajat
6 (2008)	413	alle 6. luokan alun keskitason	41,1	0	13,0
9 (2012)	478	alle 9. luokan keskitason	59,3	0	73,0
Lukio 7–11 kurssia (2015)	564	yli lyhyen matematiikan keskitason	16,8	100	0
Lukio 12 kurssia tai enemmän (2015)	696	yli pitkän matematiikan keskitason	2,4	19,8	0

[1] osaamisen taso on vertaistettu vuoden 1998 aineiston tasoon vuoden 2012 aineiston kautta

Parhailla osaajilla ei ole vaikeuksia siirtyä lukion pitkän matematiikan opintoihin

Tarkastellaan parhaiden osaajien matemaattista tasoa matematiikan yleisen viitekehyksen (*common framework in reference of mathematics*, CFM; Metsämuuronen, 2018) näkökannalta. Tätä viitekehystä käytettiin myös koulun alkuvaiheen osaamisen tason syventävässä tarkastelussa (Metsämuuronen & Ukkola, 2022) sekä heikoimmin suoriutuneiden oppijoiden tarkastelussa (Metsämuuronen ym., 2023; Metsämuuronen & Suomilammi, 2023).

Vaativaan testisarjaan valitut ja ylioppilaskoetehtävistä koostetussa tehtäväsarjassa olleet tehtävät heijastavat suurimmaksi osaksi tasoille A2.2 (Toiminnallinen perustaso) ja B1.1 (Edistyneen tason ensimmäinen vaihe) määriteltyjä osaamisen sisältöjä (Taulukko 7; ks. kuvauksia tarkemmin Metsämuuronen, 2018). Testeissä menestyminen kuvaa siis toiminnallisella perustasolla ja kehittyneen tason ensimmäisen vaiheen tasolla esitetyt kuvaukset. Näyttää siis siltä, että parhaiden osaajien hallitsemat taidot edustavat ainakin näitä taitotasoja. Huomataan kuitenkin, että CFM:ssä tätä korkeammalle tasolle B1.2 (Kehittyvä edistynyt taso) ja tätäkin korkeammille tasoille sijoittuvia sisältöjä opetetaan vasta lukiotasolla. Näitä ovat mm. analyyttinen geometria, vektorimatematiikka, derivaatat, integraalilaskenta, trigonometriset funktiot, radikaalit ja logaritmiset funktiot, edistyneempi todennäköisyys ja tilastotiede sekä numeroteoria ja logiikka.

TAULUKKO 7. Tiivistetyt tasokuvaukset matematiikan yleisessä viitekehyksessä tasoille A2.1, A2.2 ja B1.1 (Metsämuuronen, 2018)

Taso	Tiivistetty kuvaus osaamisen tasosta. "Tällä tasolla oppilas…"
A2.1 Kehittyvä perustaso	• käyttää suhdetta, prosentin laskemista ja muita laskentamenettelyjä ratkaistakseen ongelmia arkielämässä vastaan tulevissa tilanteissa • pystyy muodostamaan yksinkertaisen yhtälön ja ratkaisemaan sen joko algebrallisesti tai päättelemällä ratkaistakseen ongelmia arkielämässä vastaan tulevissa tilanteissa • osaa laskea piirin, alueen ja tilavuuden • ymmärtää todennäköisyyden ja satunnaisuuden merkityksen arkielämän tilanteissa • tietää, kuinka koordinaattipisteet määrätään koordinaatistoon
A2.2 Toiminnallinen perustaso	• hallitsee potenssilaskun perusteet ja pystyy kytkemään sen kertolaskuun • hallitsee neliön (toisen potenssin) ja sen yhteyden käytännön tilanteisiin • löytää samanlaiset, yhteneväiset (kongruentit) ja symmetriset muodot ja pystyy näiden avulla tutkimaan kahden kulman ominaisuuksia yksinkertaisessa tilanteessa • lukee erilaisia taulukoita ja diagrammeja ja pystyy määrittämään frekvenssit, keskiarvot, mediaanin ja moodin annetusta aineistosta • tietää, kuinka etsiä lineaarisen funktion nollakohta
B1.1 Kehittyneen tason ensimmäinen vaihe	• hallitsee luvut ja numerosarjat (mm. osaa käyttää potensseihin ja neliöjuuriin liittyviä sääntöjä; osaa tutkia potenssi- ja eksponenttifunktioita; hallitsee aritmeettiset ja geometriset sarjat) • hallitsee polynomiset funktiot (mm. osaa käyttää polynomifunktioita; osaa soveltaa polynomien kertolaskuja ja binomiaaliteoreemaa, osaa ratkaista toisen asteen polynomiyhtälön ja tutkia mahdollisten oikeiden ratkaisujen määrää; osaa ratkaista korkeamman asteen polynomiyhtälöitä, jotka voi ratkaista ilman polynomien jakolaskua; osaa ratkaista yksinkertaisia polynomien epäyhtälöitä) • hallitsee kehittyneen geometrian (mm. osaa kuvata kaksi- ja kolmiulotteisten kappaleiden tilavuutta ja muotoa kuvaavaa informaatiota; osaa muodostaa, perustella ja käyttää geometrista informaatiota koskevia lauseita; osaa ratkaista geometrisia ongelmia hyödyntäen kappaleiden yhdenmuotoisuutta, Pythagoraan teoreemaa sekä suora- ja vinokulmaisten kolmioiden trigonometriaa; osaa käyttää sini- ja kosinilauseita; osaa käyttää ympyrään, sen osien ja siihen liittyvien suorien geometriaa; Osaa laskea kappaleiden pinta-alaan ja tilavuuteen liittyviä pituuksia, kulmia, aloja ja tilavuuksia; osaa muodostaa ja ratkaista suorien yhtälöitä ja ratkaista yhtälöpareja) • Ei hallitse analyyttista geometriaa, vektorimatematiikkaa, derivaattoja, integraaleja, logaritmifunktioita eikä trigonometrisia funktioita

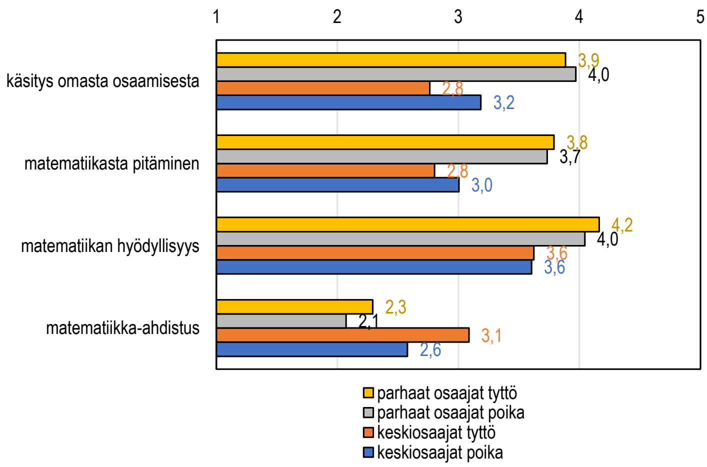
On ilmeistä, että tasoilla A2.2 ja B1.1 sujuvasti pärjäävät oppilaat tulevat halutessaan pärjäämään lukion pitkän matematiikan opinnoista ilman mahdollisia siltakursseja tai kertausta toisin kuin esimerkiksi tasolle A2.1 jääneet oppilaat.

5.4.4 Parhaiden osaajien uskomukset, asenteet ja akateemiset tunteet

Parhaiden osaajien asennoituminen matematiikkaan on selvästi positiivisempaa kuin keskiosaajien

Matematiikassa parhaiten menestyneiden oppilaiden asenteet olivat selvästi keskiosaajien asenteita myönteisempiä (Kuvio 5). Parhaiden osaajien ryhmässä poikien ja tyttöjen käsitys itsestä matematiikan osaajana ei poikennut toisistaan—molemmissa ryhmissä tiedetään ja tunnetaan, että matematiikka on melko helppoa ja vaikeistakin tehtävistä saa helposti oikeita vastauksia.

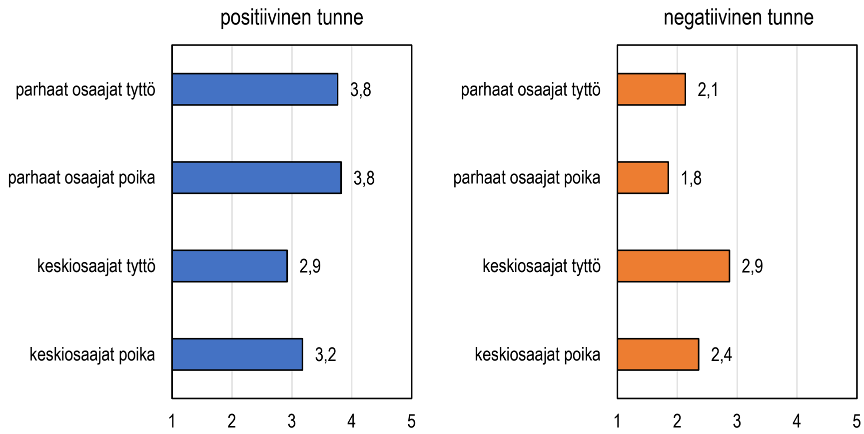
Keskiosaajien ryhmässä poikien matemaattinen minäkäsitys oli selvästi positiivisempi kuin tyttöjen. Erot asenteissa olivat parhaiden osaajien ja keskitason osaajien välillä tilastollisesti erittäin merkitseviä. Huomattavin ero ryhmien välillä oli käsityksessä omasta osaamisesta ($p < 0{,}001$; $f = 0{,}57$). Ryhmien keskiarvot erosivat toisistaan merkitsevästi myös matematiikasta pitämisen osalta ($p < 0{,}001$; $f = 0{,}44$). Kokemus matematiikan hyödyllisyydestä oli yleisesti molemmissa ryhmissä korkealla tasolla. Ryhmien välillä oli kuitenkin merkitsevä ja merkittävä ero parhaiden osaajien hyväksi. ($p < 0{,}001$; $f = 0{,}25$). Tytöt kokivat voimakkaampaa matematiikka-ahdistusta kuin pojat niin parhaiden osaajien kuin erityisesti keskiosaajien ryhmässä. Ero on merkittävä keskiosaajien ryhmässä ($f = 0{,}29$), mutta ei parhaiden osaajien ryhmässä ($f = 0{,}11$). Yleisesti ottaen havaittiin, että parhaiten suoriutuneiden tyttöjen asenteet eivät keskimäärin juurikaan eronneet parhaiten suoriutuneiden poikien asenteista.



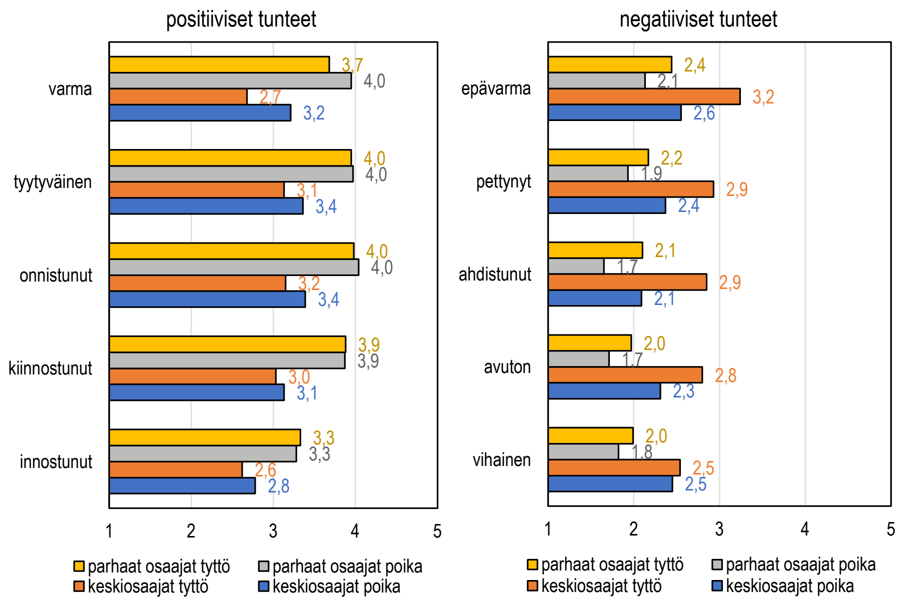
KUVIO 5. Matematiikan parhaiden osaajien ja keskiosaajien uskomukset ja asenteet matematiikkaa kohtaan

Tytöt kokevat voimakkaammin negatiivisia tunteita myös parhaiden osaajien ryhmässä

Kokonaisuutena arvioiden parhaiden osaajien ryhmässä tyttöjen ja poikien välillä ei ollut eroa positiivisten tunteiden kokemisen suhteen. Sen sijaan tytöt kokivat enemmän tai voimakkaammin negatiivisia tunteita (Kuvio 6). Ero negatiivisten tunteiden osalta oli merkitsevä ($p < 0{,}001$) ja jossain määrin merkittäväkin ($f = 0{,}18$). Ilmiö on saman tyyppinen myös keskiosaajien ja heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden ryhmässä, jossa ero oli hieman merkittävämpi ($f = 0{,}19–0{,}28$; ks. Metsämuuronen ym., 2023). Huomattakoon, että parhaiten suoriutuneet pojat kokivat yksittäisistä positiivisista tunteista useammin varmuutta (4,0) kuin tytöt (3,7). Kaikkien negatiivisten tunteiden osalta tyttöjen tunteet olivat negatiivisempia kuin poikien (Kuvio 7). Vaikka erot eivät ole kaikilta osin merkittäviä, niiden systemaattisuus on merkille pantavaa.



KUVIO 6. Matematiikan parhaiden osaajien ja keskitason osaajien tunteet yleisesti matematiikkaa kohtaan



KUVIO 7. Matematiikan parhaiden osaajien ja keskitason osaajien yksittäiset tunteet matematiikkaa kohtaan

5.4.5 Eriyttäminen taitavien oppilaiden opetuksessa

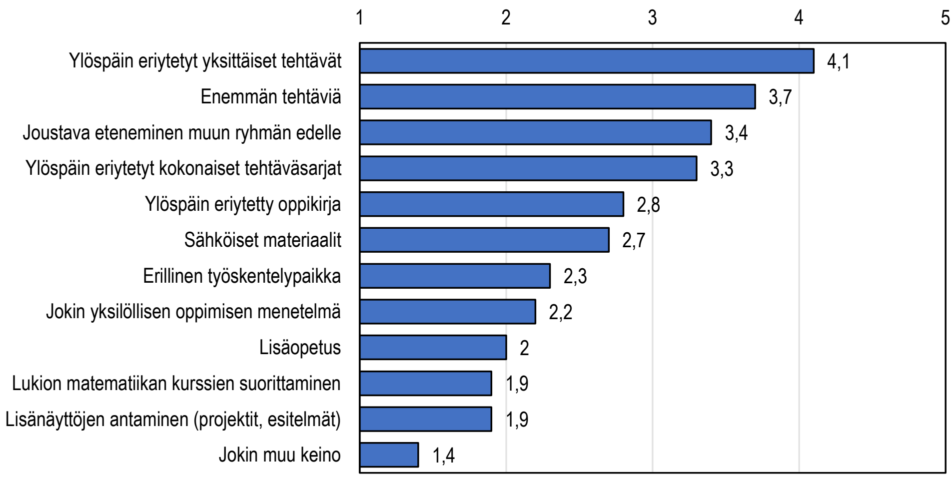
Opettajilta kysyttiin, kuinka toimiviksi he kokevat erilaiset eriyttämisen tavat heikosti suoriutuvien ja taitavien[18] oppilaiden osalta. Opettajille esitettiin väitteitä, joita he arvioivat asteikolla 1–5

[18] Artikkelissa käytetään yleisesti käsitettä ”parhaat osaajat” ja nämä oppilaat voidaan rajata aineistossa tarkasti. Opettajakyselyssä käytettiin kuitenkin termiä ”taitava” eikä rajausta määritelty. Eri opettajien käsitys ”taitavasta” oppilaasta voi siis vaihdella. Tässä yhteydessä oletetaan, että opettajat olisivat puhuneet samankaltaisesta ryhmästä kuin mitä artikkelissa on rajattu.

(Kuvio 8). Toimivuuden lisäksi opettajien vastaukset heijastelevat todennäköisesti myös eriyttämisen tapoja, joita he käyttävät useimmiten.

Parhaiden osaajien osalta toimivimmaksi koettu tapa eriyttää ovat ylöspäin eriytetyt tehtävät

Aineiston perusteella opettajat kokivat toimivimmaksi tavaksi tarjota taitaville oppilaille ylöspäin eriytettyjä yksittäisiä tehtäviä. Seuraavaksi toimivimpia tapoja olivat lisätehtävät, mahdollisuus edetä joustavasti muun ryhmän edelle ja ylöspäin eriytetyt kokonaiset tehtäväsarjat. Vähiten toimivia tapoja (opettajan arvio ≤ 2) olivat lukion matematiikan kurssien suorittaminen, lisänäyttöjen antaminen esimerkiksi projektien tai esitelmien muodossa sekä jokin muu keino.



KUVIO 8. Eriyttämistapojen toimivuus taitavien oppilaiden opetuksessa opettajien arvioimana

Eriyttämisen keinot selittävät enemmän asennoitumista matematiikkaan kuin osaamista

Eriyttämistavat eivät olleet tilastollisesti merkitseviä muuttujia osaamistasoa selittäessä. Askeltavan regressioanalyysin mukaan tietyt eriyttämisen keinot näyttivät kuitenkin selittävän sitä, miten parhaat osaajat suhtautuvat matematiikkaan. Analyysit tehtiin erikseen minäkäsityksen (Taulukko 8), matematiikasta pitämisen (Taulukko 9) ja matematiikan hyödylliseksi kokemisen (Taulukko 10) osalta.

TAULUKKO 8. Matematiikan parhaiden osaajien minäkäsitystä vahvistavat eriyttämistavat

	Käsitys omasta osaamisesta			
	B	SE	beta	p
Vakio	3,504	0,097		< 0,001
Erillinen työskentelypaikka	0,083	0,033	0,109	0,012
Ylöspäin eriytetty oppikirja	0,067	0,029	0,101	0,020
	$F(2, 612) = 9{,}694$; $p < 0{,}001$; $R^2 = 0{,}031$; Cohenin $f = 0{,}179$			

TAULUKKO 9. Matematiikan parhaiden osaajien matematiikasta pitämistä vahvistavat eriyttämistavat

	Matematiikasta pitäminen			
	B	SE	beta	p
Vakio	2,832	0,221		< 0,001
Joustava eteneminen muun ryhmän edelle	0,128	0,034	0,149	< 0,001
Ylöspäin eriytetyt yksittäiset tehtävät	0,111	0,046	0,097	0,015
	$F(2, 610) = 10{,}658$; $p < 0{,}001$; $R^2 = 0{,}034$; Cohenin $f = 0{,}189$			

TAULUKKO 10. Matematiikan parhaiden osaajien matematiikan hyödyllisyyden kokemusta vahvistavat eriyttämistavat

	Matematiikan hyödyllisyys			
	B	SE	beta	p
Vakio	3,064	0,229		< 0,001
Joustava eteneminen muun ryhmän edelle	0,097	0,037	0,109	0,009
Ylöspäin eriytetyt yksittäiset tehtävät	0,121	0,048	0,102	0,012
Erillinen työskentelypaikka	0,068	0,034	0,084	0,045
	$F(3, 611) = 8{,}334$; $p < 0{,}001$; $R^2 = 0{,}039$; Cohenin $f = 0{,}201$			

Tulosten mukaan parhaiden osaajien minäkäsitys oli vahvempi, kun heillä oli erillinen työskentelypaikka ja käytössä ylöspäin eriytetty oppikirja. Matematiikasta pitämistä ja matematiikan hyödylliseksi kokemista vahvistivat mahdollisuus edetä joustavasti muun ryhmän edelle ja ylöspäin eriytetyt yksittäiset tehtävät.

5.5 Yhteenveto ja pohdinta

Tutkimuskysymyksen 1 osalta havaittiin, että pojat olivat yliedustettuina matematiikassa parhaiten suoriutuneiden oppilaiden joukossa. Osaamisen suhteen parhaiten suoriutuneet tytöt ja pojat eivät kuitenkaan juuri eronneet toisistaan. Oppilaisiin tulisikin siis suhtautua potentiaalisina menestyjinä sukupuolesta riippumatta. Huomattiin myös, että parhaat suoriutujat tulivat, satunnaista todennäköisemmin, kaupunkimaisten järjestäjien kouluista. Tämä voi selittyä sillä, että kaupunkeihin on keskittynyt taajamamaisia ja maaseutumaisia järjestäjien useammin koulutustaustaltaan korkeammin koulutettuja vanhempien (ks. Metsämuuronen, 2023a). Isän koulutustaso oli sosioekonomisista tekijöistä yksi oppilaiden osaamistasoa erotteleva tekijä. Jos oppilaan isä (tai vaihtoehtoisesti muu huoltaja) oli opiskellut yliopistossa, oppilas kuului todennäköisemmin parhaiden osaajien joukkoon. Myös Hiltusen ja Nissisen (2018) tutkimuksessa esitettiin isän koulutuksella olevan yhteys oppilaan osaamiseen. Malli olisi ollut lähes yhtä selitysvoimainen, jos äidin koulutustausta olisi valittu malliin. Tulos haastaa alue- ja työpolitiikkaa; emme vielä tiedä, mikä vaikutus esimerkiksi etätöiden mahdollistumisella on korkeasti koulutettujen huoltajien sijoittumisessa aiempaa useammin taajamamaisiin ja maaseutumaisiin kuntiin. Vaikka asiaa ei voidakaan varmentaa aineistolla, voidaan perustellusti ajatella, että jos aiempaa useampi korkeasti koulutettu huoltaja muuttaa taajamamaisiin tai maaseutumaisiin kuntiin, myös lapset seuraavat mukana. Tällöin myös matematiikan parhaita suoriutujia voidaan nähdä aiempaa useammin näissä kouluissa.

Tutkimuskysymyksen 2 osalta havaittiin, että matematiikan parhaat osaajat pyrkivät suoriutumaan kaikkein vaikeimmistakin tehtävistä eivätkä jätä puuttuvia tietoja, vaikka eivät osaisikaan tehtävää. Tämän osalta voimme ehkä oppia sen, että myös keskitasoisia ja heikompia oppilaita kannattaa rohkaista yrittämään loppuun asti, vaikka tehtävät tuntuisivat vaikeilta. Huomattiin myös, että parhaat osaajat hallitsevat lyhyen matematiikan ylioppilastehtäviä erittäin hyvin. Kun verrattiin osaamisen tasoa aiemman lukiossa tehdyn mittauksen pistemäärien kanssa (Metsämuuronen, 2017), kaikki parhaat osaajat suoriutuivat lukion lyhyen matematiikan keskitasoa paremmin. Heillä ei ole vaikeuksia siirtyä lukion pitkän matematiikan opintoihin.

Tulosten mukaan matematiikan parhaat osaajat käyttivät keskitason osaajia *vähemmän* aikaa kokeisiin valmistautumiseen. Samalla menestymiseen vaikutti se, kokiko oppilas opiskeltavien asioiden tulevan selviksi matematiikan oppitunneilla. Todennäköisesti matematiikassa parhaiten suoriutuvat oppilaat oppivat asiat oppitunneilla eikä kokeisiin valmistautuminen vaadi enää kovin paljoa lisäharjoittelua.

Matematiikan parhaiden osaajien ryhmään kuulumisen vahvin selittäjä oli se, mitä oppilas aikoo tehdä peruskoulun jälkeen ja ensisijaisesti se, aikooko hän opiskella matematiikkaa pitkän oppimäärän mukaan. On luonnollista, että useimmat matematiikan parhaista osaajista menevät toisella asteella lukioon ja valitsevat pitkän matematiikan opinnot. Toisaalta voidaan myös ajatella, että oppilas, joka kokee matematiikan opiskelun hyödyllisenä jatko-opintojen kannalta, pyrkii myös menestymään opinnoissaan paremmin. Tytöt näyttäisivät tarvitsevan poikia enemmän kannustusta ja vahvistusta uskoakseen itseensä. Jotta tytöt panostaisivat matematiikan opiskeluun, heidän tulisi kokea opiskelu mielekkäänä ja hyödyllisenä. Rinnakkaistietona huomataan, että korkeakoulujen matematiikkaa painottava todistusvalinta on saanut suuremman määrän tyttöjä (ja poikia) suorittamaan pitkän matematiikan ylioppilaskokeen (Kupiainen, ym. 2023; Ylioppilastutkintolautakunta, 2023). Naisten osuus pitkän matematiikan kirjoittajista kasvoi oleellisesti vuoden 2020 korkeakouluvalintauudistuksen myötä: kun vuosina 2016–2019 naisia ja miehiä osallistui pitkän matematiikan ylioppilas kokeisiin yhtä paljon, vuodesta 2020 lähtien naisten ja miesten suhteelliset osuudet ovat olleet 0,54/0,46 naisten hyväksi (Ylioppilastutkintolautakunta, 2023); ero suhteellisissa osuuksissa on merkitsevä ja osin merkittäväkin (f > 0,16). Nähtäväksi jää, mikä vaikutus asiaan on sillä, että vuonna 2026 keväästä lähtien matematiikan painoarvoa ylioppilaskokeen perusteella tehtävässä jatko-opintovalinnassa ollaan pienentämässä (ks. https://yliopistovalinnat.fi/todistusvalinnan-pisteytykset-vuodesta-2026).

Tutkimuskysymyksen 3 osalta havaittiin, että parhaiten suoriutuneet tytöt pitivät parhaiten suoriutuneisiin poikiin nähden hieman enemmän matematiikasta ja kokivat matematiikan heitä hyödyllisemmäksi. Matematiikassa parhaiten suoriutuneiden tyttöjen minäkäsitys ja matematiikasta pitäminen näyttää kehittyvän muita tyttöjä ja parhaiten suoriutuneita poikia paremmaksi ikävuosien myötä (Niemi ym., 2021). Aiemmasta tiedetään, että tytöt suhtautuvat yleisesti ottaen omaan osaamiseensa poikia hieman kielteisemmin, vaikka eroa osaamisessa ei olisikaan, ja sukupuolten välinen ero kasvaa kouluvuosien edetessä (mm. Lindberg ym., 2013). Aineiston perusteella matematiikassa parhaiten suoriutuneiden tyttöjen ja poikien osalta tällaista eroa ei näyttäisi olevan (ks. myös Metsämuuronen & Tuohilampi, 2014).

Positiivinen asennoituminen matematiikan opiskelua kohtaan ja vahva käsitys omasta osaamisesta selittivät menestymistä matematiikassa. Toisaalta positiivinen asennoituminen voi olla myös seurausta matematiikan osaamisesta. Se, että oppilas menestyy matematiikassa, vaikuttaa helposti siihen, että hän pitää matematiikkaa yhtenä lempiaineenaan ja käsitys omasta osaamisesta on vahvempi kuin keskitason osaajilla.

Tutkimuskysymyksen 4 osalta havaittiin, että toimivia ja samalla kenties yleisimpiä opettajien arvioimia eriyttämisen tapoja taitavien oppilaiden opetuksessa olivat ylöspäin eriytetyt yksittäiset tehtävät, lisätehtävät, joustava eteneminen muun ryhmän edelle ja ylöspäin eriytetyt kokonaiset tehtäväsarjat. Eriyttämisen tavat eivät erotelleet parhaita osaajia keskitason osaajista, mutta tietyt tavat olivat merkityksellisiä parhaiden osaajien asenteiden vahvistamisessa. Ylöspäin eriytetyt yksittäiset tehtävät ja joustava eteneminen muun ryhmän edelle vahvistivat oppilaiden matematiikasta pitämistä ja matematiikan hyödylliseksi kokemista. Minäkäsitystä vahvistivat parhaiten erillinen työskentelypaikka ja ylöspäin eriytetty oppikirja. Opettajia suositellaankin hyödyntämään tietoa parhaiden osaajien eriyttämisen toimivimmista käytänteistä.

Yleisesti ottaen tuki kouluissa priorisoidaan opinnoissaan heikommin suoriutuville oppilaille. Opinnoissaan paremmin suoriutuvien oppilaiden saatetaan nähdä olevan itseohjautuvia ja pärjäävän opinnoissaan ilman tukea. On kuitenkin otettava huomioon, että myös parhaat osaajat tarvitsevat mielekkäitä opetusratkaisuja ja yksilöllistä tukea oppimiseensa (Niemi, 2022). Eriyttämisen nähdään olevan toimiva keino yksilöllisten tarpeiden huomioimisessa (Laine, 2010).

On merkityksellistä kiinnittää huomiota siihen, miten parhaiden osaajien motivaatiota matematiikan opiskeluun pidetään yllä ja vahvistetaan, jotta opinnoissaan erinomaisesti pärjäävät oppilaat hakeutuvat matemaattisiin opintoihin ja matemaattisille aloille myös myöhemmin ja tavoittelevat korkeampia haasteita. Monipuolisia eriyttämisen tapoja tarvitaan. On kuitenkin esitettävä huoli siitä, ettei opinnoissaan erinomaisesti pärjääville oppilaille pystytä tarjoamaan riittävää tukea ja taitotasolle sopivia haasteita, kun erilaisia tuen tarpeita on paljon samassa opetusryhmässä, ja ääripäät taitojen suhteen ovat suuret. Ollaan helposti tilanteessa, jossa taitavat oppilaat alisuoriutuvat. Kaikkia oppilaita tulisi pystyä tukemaan samassa opetusryhmässä, mutta resurssit siihen eivät ole riittäviä. Lisäksi opettajankoulutuksessa ja täydennyskoulutuksessa tulisi tarjota opettajille enemmän tukea ja keinoja myös taitavien oppilaiden eriyttämiseen.

5.6 Lähteet

Brandl, M., & Barthel, C. (2012). A comparative profile of high attaining and gifted students in mathematics. ICME-12 Pre-Proceedings. ss. 1429–1438.

Bryan, R. R., Glynn, S. M., & Kittleson, J. M. (2011). Motivation, achievement, and advanced placement intent of high school students learning science. Science Education, 95(6), 1049–1065. https://doi.org/10.1002/sce.20462

Else-Quest, N. M., Hyde, J. S., & Linn, M. C. (2010). Cross-national patterns of gender differences in mathematics: A meta-analysis. Psychological Bulletin, 136(1), 103–127. http://dx.doi.org/10.1037/a0018053

Fennema, E., & Sherman, J. A. (1976). Fennema-Sherman mathematics attitude scales: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by females and males. Journal for Research in Mathematics Education, 7(5), 324–326. https://doi.org/10.2307/748467

Hiltunen, J., & Nissinen, K. (2018). Erinomaiset matematiikan osaajat. Teoksessa J. Rautopuro & K. Juuti (toim.), PISA pintaa syvemmältä: PISA 2015 Suomen pääraportti (ss. 213–234). Kasvatusalan tutkimuksia, 77. Suomen kasvatustieteellinen seura.

Huisman, T. (2006). Luen, kirjoitan ja ratkaisen. Peruskoulun kolmasluokkalaisten oppimistulokset äidinkielessä ja kirjallisuudessa sekä matematiikassa. Oppimistulosten arviointi 7/2006. Opetushallitus. https://karvi.fi/app/uploads/2014/09/OPH_0906.pdf

Jiang, Y., Song, J., Lee, M., & Bong, M. (2014). Self-efficacy and achievement goals as motivational links between perceived contexts and achievement. Educational Psychology, 34(1), 92–117. https://doi.org/10.1080/01443410.2013.863831

Krutetskii, V. A. (1976). The psychology of mathematical abilities in schoolchildren. University of Chicago Press.

Kupiainen, S., Rämä, I., Heiskala, L. & Hotulainen, R. (2023). Korkea-asteen opiskelijavalinnan uudistus lukion ja lukiolaisten silmin. Valtioneuvoston selvitys- ja tutkimustoiminnan julkaisusarja 2023:4. Valtioneuvosto.

Laine, S. (2010). Lahjakkuuden ja erityisvahvuuksien tukeminen. Opetushallitus. http://www.edukustannus.fi/site/assets/files/1/lahjakkuuden_ja_erityisvahvuuksien_tukeminen.pdf

Leikin, R. (2014). Giftedness and high ability in mathematics. Teoksessa S. Lerman (toim.), Encyclopedia of mathematics education (ss. 247–251). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_65

Leikin, R. (2018). Giftedness and high ability in mathematics. Teoksessa S. Lerman (toim.), Encyclopedia of mathematics education (ss. 1–11). https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_65-4

Lindberg, S., Linkersdörfer, J., Ehm, J.-H., Hasselhorn, M., & Lonnemann, J. (2013). Gender differences in children's math self-concept in the first years of elementary school. Journal of Education and Learning, 2, 1–8. https://doi.org/10.5539/jel.v2n3p1

Metsämuuronen, J. (2009). Metodit arvioinnin apuna. Oppimistulosten arviointi 1/2009. Opetushallitus.

Metsämuuronen, J. (2012). Challenges of the Fennema-Sherman test in the international comparisons. International Journal of Psychological Studies, 4(3), 1–22. https://doi.org/10.5539/ijps.v4n3p1

Metsämuuronen, J. (toim.) (2013). Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012. Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Opetushallitus.

Metsämuuronen, J. (2017). Oppia ikä kaikki: Matemaattinen osaaminen toisen asteen koulutuksen lopussa 2015. Julkaisut 1:2017. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. (2018). Common framework for mathematics—Discussions of possibilities to develop a set of general standards for assessing proficiency in mathematics. International Electronic Journal of Mathematics Education, 13(2), 13–39. https://doi.org/10.12973/iejme/2693

Metsämuuronen, J. (2022a). Typology of deflation-corrected estimators of reliability. Frontiers in Psychology, 13:891959. http://dx.doi.org/10.3389/fpsyg.2022.891959

Metsämuuronen, J. (2022b). Attenuation-corrected reliability and some other MEC-corrected estimators of reliability. Applied Psychological Measurement, 46(8). https://doi.org/10.1177/01466216221108131

Metsämuuronen, J. (2022c). Reliability for a score compiled from multiple booklets with equated scores. Preprint osoitteessa https://www.researchgate.net/publication/358849481_Reliability_for_a_score_compiled_from_multiple_booklets_with_equated_scores

Metsämuuronen, J. (2023a). Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa III: Syventäviä analyyseja matematiikan 9. luokan arvioinnista keväällä 2021. Julkaisuja 31:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. (2023b). Seeking the real reliability. Why the traditional estimators of reliability usually fail in achievement testing and why the deflation-corrected coefficients could be better options. Practical Assessment, Research, and Evaluation (PARE), 28, Article 10. https://scholarworks.umass.edu/pare/vol28/iss1/10

Metsämuuronen, J., Holm, M., & Räsänen, P. (2023). Matematiikassa heikoimmin suoriutuneiden oppilaiden erityiskysymyksiä. Teoksessa J. Metsämuuronen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa IV. Opettajat ja poikkeuksellisen heikosti ja hyvin suoriutuneiden oppilaiden osaaminen ja akateemiset tunteet matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 84–127). Julkaisut 32:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J., & Nousiainen, S. (toim.) (2023). Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021. Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J., & Salonen, R. V. (2017). Matematiikan osaamisen piirteitä ammatillisessa koulutuksessa 2015 ja pitkän ajan muutoksia. Julkaisut 2:2017. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J., & Suomilammi, M. (2023). Kolmen kansallisen populaation keskeiset erottelevat piirteet sekä heikkojen ja parempien oppilaiden osaamisen rajapintatarkastelua. Teoksessa J. Metsämuuronen & S. Nousiainen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 127–172). Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. & Tuohilampi, L. (2014). Changes in achievement in and attitude toward mathematics of the Finnish children from grade 0 to 9—A longitudinal study. Journal of Educational and Developmental Psychology, 4(2), 145–169. https://doi.org/10.5539/jedp.v4n2p145

Metsämuuronen, J., & Tuohilampi, L. (2017). Matematiikan osaamisen piirteitä lukiokoulutuksen lopussa 2015. Julkaisut 3:2017. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J., & Ukkola, A. (2022). Rudimentary stages of the mathematical thinking and proficiency. Mathematical skills of low-performing pupils at the beginning of the first grade. LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education, 10(2), 56–83. https://doi.org/10.31129/LUMAT.10.2.1632

Niemi, E. K., & Metsämuuronen, J. (toim.) (2008). Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Koulutuksen seurantaraportit 2010:2. Opetushallitus.

Niemi, L. H. L. (2022). Matematiikan parhaat osaajat perusopetuksessa ja toisella asteella. Pitkittäistutkimus matematiikan osaamisen ja asenteiden kehittymisestä vuosina 2005–2015. Kasvatustieteellisiä tutkimuksia 142. Helsingin yliopisto. http://hdl.handle.net/10138/346768

Niemi, L. H. L., Metsämuuronen, J., Hannula, M. S. & Laine, A. (2020). Matematiikan parhaaksi osaajaksi kehittyminen perusopetuksen aikana. Ainedidaktiikka, 4(1), 2–33. https://doi.org/10.23988/ad.83384

Niemi, L. H. L., Metsämuuronen, J., Hannula, M. S. & Laine, A. (2021). Matematiikan parhaat osaajat lukion lopussa ja heidän matematiikka-asenteissaan tapahtuneet muutokset. LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education, 9(1), 804–843. https://doi.org/10.31129/LUMAT.9.1.1609

Niemi, L. H. L., Metsämuuronen, J., Hannula, M. S., & Laine, A. (2023). Top achievers in mathematics in the end of upper secondary school. Education Sciences, 13(8), 775; https://doi.org/10.3390/educsci13080775

OECD (2018). Education at a Glance 2018: OECD Indicators. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/19991487

OPH (2014). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. Määräykset ja ohjeet 2014:96. Opetushallitus. https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf

Phillips, N., & Lindsay, G. (2006). Motivation in gifted students. High Ability Studies, 17(1), 57–73. https://doi.org/10.1080/13598130600947119

Rawls, J. (1971). Theory of Justice. Clarendon Press and Harvard University Press.

Rinne, R., Lempinen, S., Haltia, N. & Kaunisto, T. (2018). Tasa-arvo, koulutustutkimuksen merkitys ja ”totuuden jälkeinen maailma”: johdanto. Teoksessa R. Rinne, N. Haltia, S. Lempinen

& T. Kaunisto (toim.) Eriarvoistuva maailma – tasa-arvoistava koulu? (ss. 9–26). Kasvatusalan tutkimuksia 78. Suomen kasvatustieteellinen seura.

Salonen, R. V. (2023). Tunteiden mittaaminen matematiikan arvioinnissa—Tunnemittari, uskomukset ja kontrolli–arvoteoria. Teoksessa J. Metsämuuronen & S. Nousiainen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 173–189). Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Salonen, R. V., Haataja, E. H. S., & Hannula, M. S. (2023). Tunteiden rooli yhdeksäsluokkalaisten matematiikan osaamisessa ja kokemuksissa matematiikan opetuksesta. Teoksessa J. Metsämuuronen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa IV. Opettajat ja poikkeuksellisen heikosti ja hyvin suoriutuneiden oppilaiden osaaminen ja akateemiset tunteet matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 53–83). Julkaisut 32:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Sawilowsky, S. (2009). New effect size rules of thumb. Journal of Modern Applied Statistical Methods, 8(2), 467–474. http://dx.doi.org/10.22237/jmasm/1257035100

Szabo, A. (2015). Mathematical problem-solving by high achieving students: Interaction of mathematical abilities and the role of the mathematical memory. Teoksessa K. Krainer & N. Vondrov (toim.), Proceedings of CERME9 (ss. 1087–1093). Charles University ja ERME.

Teknologiateollisuus 2021. Teknologiateollisuuden selvitys. Saatavilla osoitteessa: https://teknologiateollisuus.fi/fi/ajankohtaista/tiedote/selvitys-teknologiateollisuus-tarvitsee10-vuoden-sisalla-130-000-uutta

Uusikylä, K. (1994). Lahjakkaiden kasvatus. WSOY.

Välijärvi, J. (2017). PISA 2015: Oppilaiden hyvinvointi. Koulutuksen tutkimuslaitos.

Williams, T. & Williams, K. (2010). Self-efficacy and performance in mathematics: Reciprocal determinism in 33 nations. Journal of Educational Psychology, 102(2), 453–466. https://doi.org/10.1037/a0017271

Winheller, S., Hattie J. A., & Brown, G. T. (2013). Factors influencing early adolescents' mathematics achievement: High-quality teaching rather than relationships. Learning Environments Research, 16(1), 46–69. https://doi.org/10.1007/s10984-012-9106-6

Winner, E. (2000). The origins and ends of giftedness. American Psychologist, 55(1), 159–169. https://doi.org/10.1037/0003-066X.55.1.159

Ylioppilastutkintolautakunta (2023). Tilastoja ylioppilastutkinnosta. https://tiedostot.ylioppilastutkinto.fi/ext/stat/FS2023A2014T2010.pdf

6

Lähteet koko kirjaan

6

Armor, D. (1974). Theta reliability and factor scaling. Sociological Methodology, 5, 17–50. https://doi.org/10.2307/270831

Asparouhov, T., Hamaker, E. L., & Muthén, B. (2018). Dynamic structural equation models. Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal, 25(3), 359–388. https://doi.org/10.1080/10705511.2017.1406803

Bandura, A. (1977). Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioral change. Psychological Review, 84(2), 191. https://doi.org/10.1037/0033-295X.84.2.191

Bandura, A. (1994). Self-efficacy. Wiley.

Baye, A. & Monseur, C. (2016). Gender differences in variability and extreme scores in an international context. Large-Scale Assessments in Education, 4(4), 1–16. https://doi.org/10.1186%2Fs40536-015-0015-x

Benjamin, A. (2002). Differentiated instruction. A guide for middle and high school teachers. Larchmont.

Bieg, M., Goetz, T., Sticca, F., Brunner, E., Becker, E., Morger, V., & Hubbard, K. (2017). Teaching methods and their impact on students’ emotions in mathematics: An experience-sampling approach. ZDM Mathematics Education 49, 411–422. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0840-1

Biesta, G. J. J. (2013). Receiving the gift of teaching: From ‘learning from’ to ‘being taught by’. Studies in Philosophy and Education, 32(5), 449–461. https://doi.org/10.1007/s11217-012-9312-9

Biesta, G. J. J. (2016). The Beautiful Risk of Education. Original 2013. Routledge

Bloom, B. S. (1971). Mastery learning. Teoksessa James H. Block (toim.), Mastery learning: Theory and practice (ss. 47-63). Holt, Rinehart & Winston. https://www.gwern.net/docs/psychology/1971-block-masterylearningtheoryandpractice.pdf

Bloom, B. S. (1984). The search for methods of group instruction as effective as one-to-one tutoring. Educational Researcher 13(6), 4-16. https://facultycenter.ischool.syr.edu/wp-content/uploads/2012/02/2-sigma.pdf

Brandl, M., & Barthel, C. (2012). A comparative profile of high attaining and gifted students in mathematics. ICME-12 Pre-Proceedings. ss. 1429–1438.

Broadbent, D. (1958). Perception and Communication. Pergamon.

Bruner, J. S. (1960). The Process of Education. Harvard University Press.

Bruner, J. S. (1961). The Act of Discovery. Harvard Educational Review, 31, 21-32.

Bruner, J. S. (1966). Toward a theory of instruction. Harvard University Press.

Bruner, J. S. (1986). Actual Minds, Possible Worlds. Harvard University Press.

Bruner, J. S., Goodnow, J. J., & Austin, G. A. (1956), A Study of Thinking. Reprinted 1986 with a new preface by Jerome S. Bruner and Jacqueline J. Goodnow. Transaction Books.

Bryan, R. R., Glynn, S. M., & Kittleson, J. M. (2011). Motivation, achievement, and advanced placement intent of high school students learning science. Science Education, 95(6), 1049–1065. https://doi.org/10.1002/sce.20462

Chomsky, N. (1957). Syntactic Structures. Mouton.

Cohen, S. (2013). States of denial: Knowing about atrocities and suffering. John Wiley & Sons.

Cooper, H. (2007). The Battle of Homework: Common Ground for Administrations, Teachers, and Parents. Corwin press.

De Corte, E., Depaepe, F., Op 't Eynde, P., & Verschaffel, L. (2011). Students' self-regulation of emotions in mathematics: An analysis of meta-emotional knowledge and skills. ZDM Mathematics Education, 43, 483–495. https://doi.org/10.1007/s11858-011-0333-6

De Vuyst, H. J., Dejonckheere, E., Van der Gucht, K., & Kuppens, P. (2019). Does repeatedly reporting positive or negative emotions in daily life have an impact on the level of emotional experiences and depressive symptoms over time? Plos one, 14(6), e0219121. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0219121

Dowker, A., Sarkar, A., & Looi, C. Y. (2016). Mathematics anxiety: what have we learned in 60 years? Frontiers in psychology, 7, 508. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00508

Duffy, T. M. & Cunningham, D. (1996). Constructivism: Implications for the design and delivery of instruction. Teoksessa D. Jonnasen (toim.), Handbook of research for educational communications and technology (ss.170–198). Lawrence Erlbaum Associates.

Eccles, J. S., & Wigfield, A. (2020). From expectancy-value theory to situated expectancy-value theory: A developmental, social cognitive, and sociocultural perspective on motivation. Contemporary Educational Psychology, 61, Article 101859. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2020.101859

Ekola, J. (1978). Oppikirjan arviointikriteerien kehittely peruskoulun 1–4 luokkien opettajien arviointien pohjalta. Research reports N:o 64/1978. University of Jyväskylä. Department of Education.

Ekonoja, A. (2014). Oppimateriaalien kehittäminen, hyödyntäminen ja rooli tieto- ja viestintätekniikan opetuksessa. Jyväskylä Studies in Computing, 193. Jyväskylän yliopisto. file:///C:/Users/03039512/Downloads/978-951-39-5793-3_vaitos19092014.pdf

Elliot, A. (2007). A conceptual history of the achievement goal construct. Teoksessa A. Elliot & C. Dweck (toim.), Handbook of competence and motivation (s. 52–72). Guilford Press.

Elliott, E. S., & Dweck, C. S. (1988). Goals: An approach to motivation and achievement. Journal of Personality and Social Psychology, 54(1), 5–12. https://doi.org/10.1037/0022-3514.54.1.5

Else-Quest, N. M., Hyde, J. S., & Linn, M. C. (2010). Cross-national patterns of gender differences in mathematics: A meta-analysis. Psychological Bulletin, 136(1), 103–127. http://dx.doi.org/10.1037/a0018053

Eronen, L., & Toikka, S. (2021). Alkuopetusikäisen valmius reflektoida matemaattisessa ongelmanratkaisutilanteessa. FMSERA Journal, 4 (1), 1–15. https://erepo.uef.fi/handle/123456789/24754

Eronen, L., Portaankorva-Koivisto, P., & Hietalahti, K. (2021). Opettajaopiskelijoiden näkemyksiä omista valmiuksistaan matematiikka-ahdistusta kokevan oppilaan kohtaamisessa: Prospective teachers’ views their readiness to face math anxiety in the classroom. LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education, 9(1), 313–335. https://doi.org/10.31129/LUMAT.9.1.1463

Eteläpelto, A., Vähäsantanen, K., & Hökkä, P. (2015). How do novice teachers in Finland perceive their professional agency? Teachers and Teaching, 21(6), 660–680. https://doi.org/10.1080/13540602.2015.1044327

Farchi, M., Levy, T. B., Gershon, B. B., Hirsch-Gornemann, M. B., Whiteson, A., & Gidron, Y. (2018). The SIX Cs model for immediate cognitive psychological first aid: From helplessness to active efficient coping. International Journal of Emergency Mental Health and Human Resilience, 20(2), 1–12. https://doi.org/10.4172/1522-4821.1000395

Federici, R., & Skaalvik, E. (2013). Students’ Perceptions of Emotional and Instrumental Teacher Support: Relations with Motivational and Emotional Responses. International Education Studies, 7(1), 21–36. https://doi.org/10.5539/ies.v7n1p21

Fennema, E., & Sherman, J. A. (1976). Fennema-Sherman mathematics attitude scales: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by females and males. Journal for Research in Mathematics Education, 7(5), 324–326. https://doi.org/10.2307/748467

Filippello, P., Harrington, N., Costa, S., Buzzai, C., & Sorrenti, L. (2018). Perceived parental psychological control and school learned helplessness: The role of frustration intolerance as a mediator factor. School Psychology International, 39(4), 360–377. https://doi.org/10.1177/0143034318775140

Freeman, R. B., & Viarengo, M. (2014). School and family effects on educational outcomes across countries. Economic Policy, 29(79), 395–446. http://dx.doi.org/10.1111/1468-0327.12033

FUNA (2023). FUNA-DB-käsikirja. Oppimisanalytiikan keskus, Turun yliopisto. https://www.oppimisanalytiikka.fi/ville/funa/manuals/funa-db-manual-fi/

Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Byrd-Craven, J. (2008). Development of number line representations in children with mathematical learning disability. Developmental Neuropsychology, 33, 277–299. https://doi.org/10.1080/87565640801982361

Gläser-Zikuda, M., Fuß, S., Laukenmann, M., Metz, K., & Randler, C. (2005). Promoting students' emotions and achievement–Instructional design and evaluation of the ECOLE-approach. Learning and instruction, 15(5), 481–495. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2005.07.013

Goetz, T., Cronjaeger, H., Frenzel, A. C., Lüdtke, O., & Hall, N. C. (2010). Academic self-concept and emotion relations: Domain specificity and age effects. Contemporary Educational Psychology, 35(1), 44-58. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2009.10.001

Goldin, G. A., Epstein, Y. M., Schorr, R. Y., & Warner, L. B. (2011). Beliefs and engagement structures: Behind the affective dimension of mathematical learning. ZDM Mathematics Education 43, 547. https://doi.org/10.1007/s11858-011-0348-z

Goman, J., Huusko, M., Metsämuuronen, J., Rumpu N., Seppälä, H., Venäläinen, S., & Åkerlund, C. (2021). Poikkeuksellisten opetusjärjestelyjen vaikutukset tasa-arvon ja yhden vertaisuuden toteutumiseen eri koulutusaloilla. Osa III: Kansallisen arvioinnin yhteenveto ja suositukset. Julkaisut 8:2021. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Greene, V. L., & Carmines, E. G. (1980). Assessing the reliability of linear composites. Sociological Methodology, 11,160–17. https://doi.org/10.2307/270862

Greeno, J. G., & Gresalfi, M. S. (2008). Opportunities to learn in practice and identity. Teoksessa P. A. Moss, D. C. Pullin, J. P. Gee, E. H. Haertel, & L. J. Young (toim.), Assessment, equity, and opportunity to learn (ss. 170–199). Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511802157.009

Gresalfi, M., Martin, T., Hand, V., & Greeno, J. (2009). Constructing competence: An analysis of student participation in the activity systems of mathematics classrooms. Educational Studies in Mathematics, 70(1), 49–70. https://doi.org/10.1007/s10649-008-9141-5

Hallquist, M. N., & Wiley, J. F. (2018). MplusAutomation: An R Package for Facilitating Large-Scale Latent Variable Analyses in Mplus. Structural Equation Modeling, 25(4), 621–638. https://doi.org/10.1080/10705511.2017.1402334

Hannula, M. S. (2002). Attitude towards mathematics: Emotions, expectations and values. Educational Studies in Mathematics 49, 25–46. https://doi.org/10.1023/A:1016048823497

Hannula, M. S. (2012). Exploring new dimensions of mathematics-related affect: Embodied and social theories. Research in Mathematics Education, 14(2), 137–161. https://doi.org/10.1080/14794802.2012.694281

Hannula, M. S. (2015). Emotions in problem solving. Teoksessa S. Cho (toim.), Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_16

Hannula, M. S. (2018). Young learners' mathematics-related affect: A commentary on concepts, methods, and developmental trends. Educational Studies in Mathematics, 100, 309–316. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9865-9

Hannula, M. S., Bofah, E., Tuohilampi, L., & Metsämuuronen, J. (2014). A longitudinal analysis of the relationship between mathematics-related affect and achievement in Finland. Teoksessa S. Oesterle, P. Liljedahl, C. Nicol, & D. Allan (toim.), Proceedings of the Joint Meeting 3—249 of PME 38 and PME-NA 36, Vol. 3, 249–256.

Hannula, M. S., & Oksanen, S. (2013). Opettajamuuttujien yhteys osaamisen muutokseen. Teoksessa J. Metsämuuronen, Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012 (ss. 255–296). Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Opetushallitus.

Hargreaves, A. & Fullan, M. (2013). The power of professional capital. Journal of Staff Development, 34 (3). https://learningforward.org/journal/june-2013-vol-34-no-3/power-professional-capital/

Hattie, J. (2003). Teachers make a difference. What is the research evidence? Presentation at Australian Council for Educational Research Annual Conference on: Building Teacher Quality. https://research.acer.edu.au/cgi/viewcontent.cgi?article=1003&context=research_conference_2003

Hattie, J. (2017). Visible Learning. Osoitteessa https://visible-learning.org/wp-content/uploads/2018/03/VLPLUS-252-Influences-Hattie-ranking-DEC-2017.pdf .

Hattie, J., Masters, D., & Birch, K. (2015). Visible Learning into Action. International Case Studies of Impact. Routledge.

Hautamäki, J. (2010). Minne vaihtelu menee? Oppilaiden, luokkien ja koulujen väliset erot oppimistuloksissa. Teoksessa M. Rimpelä & V. Bernelius, Peruskoulujen oppimistulokset ja oppilaiden hyvinvointi eriytyvällä Helsingin seudulla. MetrOP-tutkimus 2010–2013. Mitä tiedettiin tutkimuksen käynnistyttyä keväällä 2010 (ss. 49–54). Geotieteiden ja maantieteen laitoksen julkaisuja B. Yliopistopaino. Osoitteessa https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/17076/MetrOP-raportti_1_verkkoversio.pdf.

Hellstrand, H., Holopainen, S., Korhonen, J., Räsänen, P., Hakkarainen, A., Laakso, M.-J. Laine, A. , & Aunio P. (2023). Arithmetic fluency and number processing skills in identifying students with mathematical learning disabilities. Preprint osoitteessa https://psyarxiv.com/jtk8c/

Hidi, S., & Renninger, K. A. (2006). The Four-Phase Model of Interest Development. Educational Psychologist, 41(2), 111–127. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4102_4

Hiltunen, J., & Nissinen, K. (2018). Erinomaiset matematiikan osaajat. Teoksessa J. Rautopuro & K. Juuti (toim.), PISA pintaa syvemmältä: PISA 2015 Suomen pääraportti (ss. 213–234). Kasvatusalan tutkimuksia, 77. Suomen kasvatustieteellinen seura.

Holm, M. E. (2020a). Matematiikan tunteiden mittarin teoreettinen tarkastelu edustavassa suomalaisten nuorten aineistossa. Pro gradu -työ. Helsingin yliopisto. http://hdl.handle.net/10138/313394

Holm, M. E. (2020b). Executive functions and achievement emotions among adolescents: Mathematics difficulties, low mathematics performance, and special education support in mathematic. Kasvatustieteellisiä tutkimuksia 106. Helsingin yliopiston kasvatustieteellinen tiedekunta. https://helda.helsinki.fi/server/api/core/bitstreams/9fa771d7-eeee-4301-a7d7-7a371fb345f5/content

Holm, M. E., Björn, P. M., Laine, A., Korhonen, J., & Hannula, M. S. (2020). Achievement emotions among adolescents receiving special education support in mathematics. Learning and Individual Differences, 79, article 101851. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2020.101851

Holm, M. E., Hannula, M. S., & Björn, P. M. (2017). Mathematics-related emotions among Finnish adolescents across different performance levels. Educational Psychology, 37, 205–218. https://doi.org/10.1080/01443410.2016.1152354

Huang, C. (2011). Achievement Goals and Achievement Emotions: A Meta-analysis. Educational Psychology Review, 23, 359. https://doi.org/10.1007/s10648-011-9155-x

Huhtala, S., & Janhonen, S. (2022). Motivoidaan opiskelijoita ja karkotetaan matikka-ahdistusta: ammatillisen matematiikan arkea. LUMAT-B: International Journal on Math, Science and Technology Education, 7(2), 123–133.

Huisman, T. (2006). Luen, kirjoitan ja ratkaisen. Peruskoulun kolmasluokkalaisten oppimistulokset äidinkielessä ja kirjallisuudessa sekä matematiikassa. Oppimistulosten arviointi 7/2006. Opetushallitus. https://karvi.fi/app/uploads/2014/09/OPH_0906.pdf

IBM (2020). IBM SPSS Statistics for Windows. Version 27.0. IBM Corp.

Isaacs, M. L., & Stone, C. (2001). Confidentiality with minors: Mental health counselors' attitudes toward breaching or preserving confidentiality. Journal of Mental Health Counseling, 23(4), 342–356.

Jiang, Y., Song, J., Lee, M., & Bong, M. (2014). Self-efficacy and achievement goals as motivational links between perceived contexts and achievement. Educational Psychology, 34(1), 92–117. https://doi.org/10.1080/01443410.2013.863831

Johnson, W., Carothers, A., & Deary, I. J. (2008). Sex differences in variability in general intelligence: A new look at the old question. Perspectives on Psychological Science, 3(6), 518–531. http://dx.doi.org/10.1111/j.1745-6924.2008.00096.x.

Julin, S. & Rautopuro, J. (2016). Läksyt tekijäänsä neuvovat. Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten arviointi 9. vuosiluokilla 2015. Julkaisut 20:2016. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. https://karvi.fi/wp-content/uploads/2016/04/KARVI_2016.pdf

Kaiser, H. F., & Caffrey, J. (1965). Alpha factor analysis. Psychometrika, 30, 1–14. https://doi.org/10.1007/BF02289743

Kalenius, A. (2023). Sivistyskatsaus 2023. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2023:3. Opetus- ja kulttuuriministeriö. https://julkaisut.valtioneuvosto.fi/handle/10024/164564

Kansanen, P. (2003). Teacher education in Finland: current models and new developments. In M. Moon, L. Vlãsceanu, & C. Barrows (toim.), Institutional approaches to teacher education within higher education in Europe: Current models and new developments (ss. 85–108). Unesco-Cepes.

Kashdan, T. B., Weeks, J. W., & Savostyanova, A. A. (2011). Whether, how, and when social anxiety shapes positive experiences and events: A self-regulatory framework and treatment implications. Clinical psychology review, 31(5), 786–799. https://doi.org/10.1016/j.cpr.2011.03.012

Ketonen, E. E., Dietrich, J., Moeller, J., Salmela-Aro, K., & Lonka, K. (2018). The role of daily autonomous and controlled educational goals in students' academic emotion states: An experience sampling method approach. Learning and Instruction, 53, 10–20. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2017.07.003

Kizilgunes, B., Tekkaya, C., & Sungur, S. (2009). Modeling the relations among students' epistemological beliefs, motivation, learning approach, and achievement. The Journal of educational research, 102(4), 243–256. https://doi.org/10.3200/JOER.102.4.243-256

Koskinen, R. (2016). Mielekäs oppiminen matematiikan opetuksen lähtökohtana: Systemaattinen analyysi Journal for Research in Mathematics Education -aikakauslehden artikkelien pohjalta. Tutkimuksia 379. Käyttäytymistieteellinen tiedekunta. Helsingin yliopisto. http://hdl.handle.net/10138/160172

Koskinen, R., & Pitkäniemi, H. (2020). Matematiikan opetus mielekkään oppimisen edistämisessä: Integratiivista mallia kohti. Ainedidaktiikka, 4(1), 79–98. https://doi.org/10.23988/ad.82548

Krnel, D. & Bajd, B. (2009). Learning and e-materials. Acta Didactica Napocensia, 2(1), 97–107. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1052345.pdf

Krutetskii, V. A. (1976). The psychology of mathematical abilities in schoolchildren. University of Chicago Press.

Kupiainen, S. (2016). Luokkien väliset erot. Teoksessa R. Hotulainen, A. Rimpelä, J. Hautamäki, S. Karvonen, J. M. Kinnunen, S. Kupiainen, P. Lindfors, J. Minkkinen, L. Pere, H. Thuneberg, M.-P. Vainikainen, & T. Wallenius, Osaaminen ja hyvinvointi yläkoulusta toiselle asteelle: Tutkimus metropolialueen nuorista (s. 67–95). Opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 398. Helsingin yliopisto. https://trepo.tuni.fi/bitstream/handle/10024/100405/978-952-03-0347-1.pdf

Kupiainen, S. (2018). Yksi peruskoulu, monenlaisia luokkia? e-Erika 1/2018, 15–23. https://journals.helsinki.fi/e-erika/article/view/46

Kupiainen, S., Rämä, I., Heiskala, L. & Hotulainen, R. (2023). Korkea-asteen opiskelijavalinnan uudistus lukion ja lukiolaisten silmin. Valtioneuvoston selvitys- ja tutkimustoiminnan julkaisusarja 2023:4. Valtioneuvosto.

Laine, S. (2010). Lahjakkuuden ja erityisvahvuuksien tukeminen. Opetushallitus. http://www.edukustannus.fi/site/assets/files/1/lahjakkuuden_ja_erityisvahvuuksien_tukeminen.pdf

Lavonen, J. & Salmela-Aro, K. (2022). Experiences of moving quickly to distance teaching and learning at all levels of education in Finland. Teoksessa F. M. Reimers (toim.), Primary and secondary education during Covid-19. Disruptions to educational opportunity during a pandemic (pp. 105–124). Springer. https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-030-81500-4.pdf

Lazarides, R., & Buchholz, J. (2019). Student-perceived teaching quality: How is it related to different achievement emotions in mathematics classrooms? Learning and Instruction, 61, 45–59. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2019.01.001

Lehikko, A. (2021). Measuring self-efficacy in immersive virtual learning environments: A systematic literature review. Journal of Interactive Learning Research, 32(2), 125–146. https://www.learntechlib.org/primary/p/217720/.

Leikin, R. (2014). Giftedness and high ability in mathematics. Teoksessa S. Lerman (toim.), Encyclopedia of mathematics education (ss. 247–251). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_65

Leikin, R. (2018) Giftedness and high ability in mathematics. Teoksessa S. Lerman (toim.), Encyclopedia of Mathematics Education (ss. 1–11). https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_65-4

Liljedahl, P., & Hannula, M. S. (2016). Research on mathematics-related affect: Examining the structures of affect and taking the social turn. Teoksessa Á. Gutiérrez, G. C. Leder, & P. Boero (toim.), The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: The Journey Continues (ss. 417–446). Sense.

Lin, W., Yin, H., Han, J., & Han, J. (2020). Teacher–student interaction and Chinese students' mathematics learning outcomes: The mediation of mathematics achievement emotions. International Journal of Environmental Research and Public Health, 17(13), 4742–. https://doi.org/10.3390/ijerph17134742

Lindberg, S., Linkersdörfer, J., Ehm, J.-H., Hasselhorn, M., & Lonnemann, J. (2013). Gender differences in children's math self-concept in the first years of elementary school. Journal of Education and Learning, 2, 1–8. https://doi.org/10.5539/jel.v2n3p1

Little, J. W. (1990). Teachers as colleagues. Teoksessa A. Lieberman (toim.), Schools as collaborative cultures: creating the future now (ss. 165–193). School Development and the Management of Change Series: 3. The Falmer Press.

Lohbeck, A., Nitkowski, D., & Petermann, F. (2016). A control-value theory approach: Relationships between academic self-concept, interest, and test anxiety in elementary school children. Child Youth Care Forum 45, 887–904. https://doi.org/10.1007/s10566-016-9362-1

Lord, F. M., Novick, M. R., & Birnbaum, A. (1968). Statistical Theories of mental test scores. Addison-Wesley Publishing Company.

MacLeod, A. K., & Byrne, A. (1996). Anxiety, depression, and the anticipation of future positive and negative experiences. Journal of Abnormal Psychology, 105(2), 286. https://doi.org/10.1037/0021-843X.105.2.286

Mainhard, T., Oudman, S., Hornstra, L., Bosker, R. J., & Goetz, T. (2018). Student emotions in class: The relative importance of teachers and their interpersonal relations with students. Learning and Instruction, 53, 109–119. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2017.07.011

Metsämuuronen, J. (2009). Metodit arvioinnin apuna. Oppimistulosten arviointi 1/2009. Helsinki: Opetushallitus.

Metsämuuronen, J. (2012). Challenges of the Fennema-Sherman test in the international comparisons. International Journal of Psychological Studies, 4(3), 1–22. https://doi.org/10.5539/ijps.v4n3p1

Metsämuuronen, J. (toim.) (2013). Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012. Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Opetushallitus.

Metsämuuronen, J. (2017). Oppia ikä kaikki: Matemaattinen osaaminen toisen asteen koulutuksen lopussa 2015. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 1:2017.

Metsämuuronen, J. (2018). Common framework for mathematics—Discussions of possibilities to develop a set of general standards for assessing proficiency in mathematics. International Electronic Journal of Mathematics Education, 13(2), 13–39. https://doi.org/10.12973/iejme/2693

Metsämuuronen, J. (2020). Dimension-corrected Somers' D for the item analysis settings. International Journal of Educational Methodology, 6(2), 277–317. https://doi.org/10.12973/ijem.6.2.297

Metsämuuronen, J. (2021a). Goodman–Kruskal gamma and dimension-corrected gamma in educational measurement settings. International Journal of Educational Methodology, 7(1), 95–118. https://doi.org/10.12973/ijem.7.1.95

Metsämuuronen, J. (2021b). Directional nature of Goodman–Kruskal gamma and some consequences. Identity of Goodman–Kruskal gamma and Somers delta, and their connection to Jonckheere–Terpstra test statistic. Behaviormetrika, 48, 283–307. http://dx.doi.org/10.1007/s41237-021-00138-8

Metsämuuronen, J. (2022a). Typology of deflation-corrected estimators of reliability. Frontiers in Psychology, 13:891959. http://dx.doi.org/10.3389/fpsyg.2022.891959

Metsämuuronen, J. (2022b). Artificial systematic attenuation in eta squared and some related consequences. Attenuation-corrected eta and eta squared, negative values of eta, and their relation to Pearson correlation. Behaviormetrika, 50, 27–61. https://doi.org/10.1007/s41237-022-00162-2

Metsämuuronen, J. (2022c). Attenuation-corrected reliability and some other MEC-corrected estimators of reliability. Applied Psychological Measurement, 46(8). https://doi.org/10.1177/01466216221108131

Metsämuuronen, J. (2022d). Effect of various simultaneous sources of mechanical error in the estimators of correlation causing deflation in reliability. Seeking the best options of correlation for deflation-corrected reliability. Behaviormetrika, 49, 91–130. https://doi.org/10.1007/s41237-022-00158-y

Metsämuuronen, J. (2022e). Rank–polyserial correlation: Quest for a "missing" coefficient of correlation. Frontiers in Applied Mathematics and Statistics, 8:914932. http://dx.doi.org/10.3389/fams.2022.914932

Metsämuuronen, J. (2022f). How to obtain the most error-free estimate of reliability? Eight sources of underestimation of reliability. Practical Assessment, Research, and Evaluation, PARE, 27(1), Art. 10. https://doi.org/10.7275/7nkb-j673

Metsämuuronen, J. (2022g). Reliability for a score compiled from multiple booklets with equated scores. Preprint osoitteessa https://www.researchgate.net/publication/358849481_Reliability_for_a_score_compiled_from_multiple_booklets_with_equated_scores

Metsämuuronen, J. (2023a). Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa III. Syventäviä analyyseja matematiikan 9. luokan arvioinnista keväällä 2021. Julkaisut 31:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. (2023b). Seeking the real reliability. Why the traditional estimators of reliability usually fail in achievement testing and why the deflation-corrected coefficients could be better options. Practical Assessment, Research, and Evaluation (PARE), 28, Article 10. https://scholarworks.umass.edu/pare/vol28/iss1/10

Metsämuuronen, J., Hermonen, A., Nousiainen, S., & Laakso, M.-J. (2023). Arvioinnin tekniseen toteutukseen liittyviä erityiskysymyksiä. Teoksessa J. Metsämuuronen & S. Nousiainen (2023), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 83–126). Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J., Holm, M., & Räsänen, P. (2023). Matematiikassa heikoimmin suoriutuvien oppilaiden erityiskysymyksiä. Teoksessa J. Metsämuuronen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa IV. Opettajat ja poikkeuksellisen heikosti ja hyvin suoriutuneiden oppilaiden osaaminen ja akateemiset tunteet matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 84–127). Julkaisut 32:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. & Lehikko, A. (2022). Challenges and possibilities of educational equity and equality in the post-COVID-19 realm in the Nordic countries. Scandinavian Journal of Educational Research. https://doi.org/10.1080/00313831.2022.2115549

Metsämuuronen, J. & Nousiainen, S. (2021). Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa. Matematiikan osaaminen 9. luokan lopussa keväällä 2021. Julkaisut 27:2021. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. & Nousiainen, S. (toim.) (2023a). Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021. Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J., & Nousiainen, S. (2023b). Yleiset menetelmäratkaisut matematiikan oppimistulosten arvioinnissa vuonna 2021. Teoksessa J. Metsämuuronen & S. Nousiainen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 21—82). Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. & Räsänen, P. (2018). Cognitive–Linguistic and Constructivist Mnemonic Triggers in Teaching Based on Jerome Bruner's Thinking. Frontiers in Psychology, 12, https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.02543.

Metsämuuronen, J. & Salonen, V. (2017). Matematiikan osaamisen piirteitä ammatillisessa koulutuksessa 2015 ja pitkän ajan muutoksia. Julkaisuja 2:2017. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. & Seppälä, H. (2021). COVID-19-pandemia, osaamisvaje ja osaamisen eriytyminen. Policy Brief 1:2021. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J., & Suomilammi, M. (2023). Kolmen kansallisen populaation keskeiset erottelevat piirteet sekä heikkojen ja parempien oppilaiden osaamisen rajapintatarkastelua. Teoksessa J. Metsämuuronen & S. Nousiainen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 127–172). Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. & Tuohilampi, L. (2014). Changes in achievement in and attitude toward mathematics of the Finnish children from grade 0 to 9—A longitudinal study. Journal of Educational and Developmental Psychology, 4(2), 145–169. https://doi.org/10.5539/jedp.v4n2p145

Metsämuuronen, J. & Tuohilampi, L. (2017). Matematiikan osaamisen piirteitä lukiokoulutuksen lopussa 2015. Julkaisuja 3:2017. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Metsämuuronen, J. & Ukkola, A. (2022). Rudimentary stages of the mathematical thinking and proficiency. Mathematical skills of low-performing pupils at the beginning of the first grade. LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education, 10(2), 56–83. https://doi.org/10.31129/LUMAT.10.2.1632

Mikolajczak, M., Petrides, K. V., & Hurry, J. (2009). Adolescents choosing self-harm as an emotion regulation strategy: The protective role of trait emotional intelligence. British Journal of Clinical Psychology, 48(2), 181–193. https://doi.org/10.1348/014466508X386027

Miller, G. (1956). The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. Psychological Review, 63(2), 81–97. https://doi.org/10.1037/h0043158

Molko, N., Cachia, A., Rivière, D., Mangin, J. F., Bruandet, M., Le Bihan, D., Cohen, L., & Dehaene, S. (2003). Functional and structural alterations of the intraparietal sulcus in a developmental dyscalculia of genetic origin. Neuron, 40(4), 847–858. https://doi.org/10.1016/s0896-6273(03)00670-6

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Goh, S., & Cotter, K. (toim.). (2016). TIMSS 2015 encyclopedia: Education policy and curriculum in mathematics and science. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. http://timssandpirls.bc.edu/timss2015/encyclopedia/181–193

Muthén, L. K. & Muthén, B. O. (2017). Mplus User's Guide. 8. laitos. Muthén & Muthén.

Niemi, E. K., & Metsämuuronen, J. (toim.) (2008). Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Koulutuksen seurantaraportit 2010:2. Opetushallitus.

Niemi, H. (2011). Educating student teachers to become high quality professionals – A Finnish case. Center for Educational Policy Studies Journal, 1(1), 43–66.

Niemi, H. (2010). Teachers as high level professionals – What does it mean in teacher education? Perspectives from the Finnish teacher education. Teoksessa K. G. Karras & C. C. Wolhuter (toim.), International Handbook of Teacher Education: Issues and Challenges (Vol. I & II, ss. 237–254). Atrapos.

Niemi, L. H. L. (2022). Matematiikan parhaat osaajat perusopetuksessa ja toisella asteella. Pitkittäistutkimus matematiikan osaamisen ja asenteiden kehittymisestä vuosina 2005–2015. Kasvatustieteellisiä tutkimuksia 142. Helsingin yliopisto. http://hdl.handle.net/10138/346768

Niemi, L. H. L., & Metsämuuronen, J. (2023). Matematiikassa parhaiten suoriutuneiden oppilaiden erityiskysymyksiä. Teoksessa J. Metsämuuronen (toim.), Matematiikkaa

COVID-19-pandemian varjossa IV. Opettajat ja poikkeuksellisen heikosti ja hyvin suoriutuneiden oppilaiden osaaminen ja akateemiset tunteet matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 128–154). Julkaisut 32:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Niemi, L. H. L., Metsämuuronen, J., Hannula, M. S., & Laine, A. (2021a). Matematiikan parhaat osaajat lukion lopussa ja heidän matematiikka-asenteissaan tapahtuneet muutokset. LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education, 9(1), 804–843. https://doi.org/10.31129/LUMAT.9.1.1609

Niemi, L. H. L., Metsämuuronen, J., Hannula, M. S. & Laine, A. (2021b). Matematiikan parhaat osaajat lukion lopussa ja heidän matematiikka-asenteissaan tapahtuneet muutokset. LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education, 9(1), 804–843. https://doi.org/10.31129/LUMAT.9.1.1609

Niemi, L. H. L., Metsämuuronen, J., Hannula, M. S., & Laine, A. (2023). Top achievers in mathematics in the end of upper secondary school. Education Sciences, 13(8), 775; https://doi.org/10.3390/educsci13080775

Nousiainen, S., Kivistö, A., & Metsämuuronen, J. (2023). Opettajan toiminta päättövaiheen matematiikan osaamisen valossa. Teoksessa J. Metsämuuronen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa IV. Opettajat ja poikkeuksellisen heikosti ja hyvin suoriutuneiden oppilaiden osaaminen ja akateemiset tunteet matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 19–52). Julkaisut 32:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Nurmi, J. E., Salmela-Aro, K., & Koivisto, P. (2002). Goal importance and related achievement beliefs and emotions during the transition from vocational school to work: Antecedents and consequences. Journal of Vocational Behavior, 60(2), 241–261. https://doi.org/10.1006/jvbe.2001.1866

O’Dea, R. E., Lagisz, M., Jennions, M. D., & Nakagawa, S. (2018). Gender differences in individual variation in academic grades fail to fit expected patterns for STEM. Nature communications, 9(1), 3777. https://doi.org/10.1038/s41467-018-06292-0.

OECD (2018a). County Note: USA. OECD Publishing. https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_USA.pdf

OECD (2018b). County Note: Finland. OECD Publishing. https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_FIN.pdf

OECD (2018c). Education at a Glance 2018: OECD Indicators. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/19991487

OECD (2019), PISA 2018 Assessment and Analytical Framework. PISA, OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/b25efab8-en.

OECD (2020a). School education during COVID-19. Were teachers and students ready. Country note: Denmark. OECD Publications. https://www.oecd.org/education/denmark-coronavirus-education-country-note.pdf

OECD (2020b). School education during COVID-19. Were teachers and students ready. Country note: Finland. OECD Publications. https://www.oecd.org/education/Finland-coronavirus-education-country-note.pdf

OECD (2020s). School education during COVID-19. Were teachers and students ready. Country note: Iceland. OECD Publications. https://www.oecd.org/education/iceland-coronavirus-education-country-note.pdf

OECD (2020d). School education during COVID-19. Were teachers and students ready. Country note: Norway. OECD Publications. https://www.oecd.org/education/Norway-coronavirus-education-country-note.pdf

OECD (2020e). School education during COVID-19. Were teachers and students ready. Country note: Sweden. OECD Publications. https://www.oecd.org/education/Sweden-coronavirus-education-country-note.pdf

OKM (2012). Perusopetuksen laatukriteerit. Perusopetuksen, perusopetuksen aamu- ja iltapäivätoiminnan sekä koulun kerhotoiminnan laatukriteerit. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2012:29. https://julkaisut.valtioneuvosto.fi/bitstream/handle/10024/75311/okm29.pdf?sequence=1

Op 't Eynde, P., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2006). Accepting Emotional Complexity: A Socio-Constructivist Perspective on the Role of Emotions in the Mathematics Classroom. Educational Studies in Mathematics, 63, 193–207. http://dx.doi.org/10.1007/s10649-006-9034-4

Open AI (2022). ChatGPT. Wikipedia osoitteessa https://fi.wikipedia.org/wiki/ChatGPT

OPH (2011). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden muutokset ja täydennykset. Määräykset ja ohjeet 2011:20. Opetushallitus. C:\Users\03157849\Downloads\oph500112010su (1).pdf

OPH (2014). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. Määräykset ja ohjeet 2014:96. Opetushallitus. https://www.oph.fi/sites/default/files/documents/perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf

Pahljina-Reinić, R., & Kolić-Vehovec, S. (2017). Average personal goal pursuit profile and contextual achievement goals: Effects on students' motivation, achievement emotions, and achievement. Learning and Individual Differences, 56, 167–174. https://psycnet.apa.org/doi/10.1016/j.lindif.2017.01.020

Passolunghi, M. C. (2011). Cognitive and emotional factors in children with mathematical learning disabilities. International Journal of Disability, Development & Education, 58, 61–73. https://doi.org/10.1080/1034912X.2011.547351

Pekrun, R. (2006). The control-value theory of achievement emotions: Assumptions, corollaries, and implications for educational research and practice. Educational psychology review, 18(4), 315–341. https://doi.org/10.1007/s10648-006-9029-9

Pekrun, R. (2014). Emotions and learning. Educational practices series, 24(1), 1–31. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000227679

Pekrun, R., Elliot, A. J., & Maier, M. A. (2009). Achievement goals and achievement emotions: Testing a model of their joint relations with academic performance. Journal of Educational Psychology, 101(1), 115–135. https://doi.org/10.1037/a0013383

Pekrun, R., Goetz, T., Frenzel, A. C., Barchfeld, P., & Perry, R. P. (2012). Measuring emotions in students' learning and performance: The achievement emotions questionnaire (AEQ). Contemporary Educational Psychology 36, 36–48. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2010.10.002

Pekrun, R., Goetz, T., Titz, W., & Perry, R. P. (2002). Academic emotions in student's self-regulated learning and achievement: A program of qualitative and quantitative research. Educational Psychologist, 37(2), 91–105. https://doi.org/10.1207/S15326985EP3702_4

Pekrun, R., & Perry, R. P. (2014). Control-value theory of achievement emotions. Teoksessa R. Pekrun & L. Linnenbrink-Garcia (toim.), International handbook of emotions in education (ss. 130–151). Routledge.

Pekrun, R., & Stephens, E. J. (2010). Achievement Emotions: A Control-Value Approach. Social and Personality Psychology Compass, 4, 238–255. https://doi.org/10.1111/j.1751-9004.2010.00259.x

Peterson, C. (2010). Learned helplessness. Teoksessa The Corsini Encyclopedia of Psychology. Wiley Online Library. https://doi.org/10.1002/9780470479216.corpsy0500

Peura, P. 2012. Yksilöllisen oppimisen opetusmalli. Verkkojulkaisu. https://maot.fi/oppimisymparisto/yksilollisen-oppimisen-opetusmalli/

Phillips, N., & Lindsay, G. (2006). Motivation in gifted students. High Ability Studies, 17(1), 57–73. https://doi.org/10.1080/13598130600947119

Piaget, J. (1929). The Language and Thought of the Child. Routledge & Kegan Paul

Pulkkinen, J. & Rytivaara, A. (2015). Yhteisopetuksen käsikirja. Opetushallituksen verkkojulkaisu. https://jyx.jyu.fi/bitstream/handle/123456789/48450/Yhteisopetuksen%20k%c3%83%c2%a4sikirja.pdf?sequence=1

Rautopuro, J. (toim.) (2013). Hyödyllinen pakkolasku. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2012. Koulutuksen seurantaraportit 2013:3. Opetushallitus.

Rawls, J. (1971). Theory of Justice. Clarendon Press and Harvard University Press.

Rinne, R., Lempinen, S., Haltia, N. & Kaunisto, T. (2018). Tasa-arvo, koulutustutkimuksen merkitys ja "totuuden jälkeinen maailma": johdanto. Teoksessa R. Rinne, N. Haltia, S. Lempinen & T. Kaunisto (toim.) Eriarvoistuva maailma – tasa-arvoistava koulu? (ss. 9–26). Kasvatusalan tutkimuksia 78. Suomen kasvatustieteellinen seura.

Rodrigues, K. J. (2012). It does matter how we teach math. Journal of Adult Education 41(1), 29–33.

Roiha, A. & Polso, J. (2020). Eriyttämiseen tarvitaan laajempaa näkökulmaa. Oppimisen ja oppimisvaikeuksien erityislehti, 30(4). https://bulletin.nmi.fi/2020/12/11/eriyttamiseen-tarvitaan-laajempaa-nakokulmaa/

Räsänen, P., & Ahonen T. (1995). Arithmetic disabilities with and without reading difficulties: A comparison of arithmetic errors. Developmental Neuropsychology, 11(3), 275–295, https://doi.org/10.1080/87565649509540620

Räsänen, P., Aunio, P., Laine, A., Hakkarainen, A., Väisänen, E., Finell, J., Rajala, T., Laakso, M.-J., & Korhonen, J. (2021). Effects of gender on basic numerical and arithmetic skills: Pilot data from 3rd to 9th grade for a large-scale online dyscalculia screener. Frontiers in Education, 6:683672. https://doi.org/10.3389/feduc.2021.683672

Räsänen, P., & Närhi, V. (2013). Heikkojen oppijoiden koulupolku. Teoksessa J Metsämuuronen (toim.), Matematiikan oppimistulosten pitkittäisseuranta vuosina 2005–2012 (ss 173–230). Koulutuksen seurantaraportti 2013:4. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy.

Räsänen, P., Närhi, V., & Aunio, P. (2010). Matematiikassa heikosti suoriutuvat oppilaat perusopetuksen 6. luokan alussa. Teoksessa E. K. Niemi & J. Metsämuuronen (toim.), Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008 (ss. 165–204). Koulutuksen seurantaraportti 2010:2. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy.

Sahlberg, P. (2011a). The Professional Educator: Lessons from Finland. American Educator 35(2), 34–38.

Sahlberg, P. (2011b). Lessons from Finland: Where the Country's Education System Rose to the Top in Just a Couple Decades. Education Digest, 77(3), 18–24.

Salonen, R. V. (2023). Tunteiden mittaaminen matematiikan arvioinnissa—Tunnemittari, uskomukset ja kontrolli–arvoteoria. Teoksessa J. Metsämuuronen & S. Nousiainen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa II. Menetelmälliset ratkaisut matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 173–189). Julkaisut 5:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Salonen, R. V., Haataja, E. H. S., & Hannula, M. S. (2023). Tunteiden rooli yhdeksäsluokkalaisten matematiikan osaamisessa ja kokemuksissa matematiikan opetuksesta. Teoksessa J. Metsämuuronen (toim.), Matematiikkaa COVID-19-pandemian varjossa IV. Opettajat ja poikkeuksellisen heikosti ja hyvin suoriutuneiden oppilaiden osaaminen ja akateemiset tunteet matematiikan 9. luokan arvioinnissa keväällä 2021 (ss. 53–83). Julkaisut 32:2023. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Sawilowsky, S. (2009). New effect size rules of thumb. Journal of Modern Applied Statistical Methods, 8(2), 467–474. http://dx.doi.org/10.22237/jmasm/1257035100

Schleicher, A. (2011). Is the sky the limit to education improvement? Phi Delta Kappan, 93(2), 58–63.

Schleicher, A. (2020). The impact of COVID-19 on Education. Insights from Education at a Glance 2020. OECD. https://www.oecd.org/education/the-impact-of-covid-19-on-education-insights-education-at-a-glance-2020.pdf

Schneider, B. (2006). In the moment: The benefits of the experience sampling method. Teoksessa M. Pitt-Catsouphes, E. E. Kossek, & S. Sweet, The Work and Family Handbook (ss. 469–488). Routledge.

Schukajlow, S., Rakoczy, K., & Pekrun, R. (2017). Emotions and motivation in mathematics education: theoretical considerations and empirical contributions. ZDM Mathematics Education 49, 307–322. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0864-6

Szabo, A. (2015). Mathematical problem-solving by high achieving students: Interaction of mathematical abilities and the role of the mathematical memory. Teoksessa K. Krainer & N. Vondrov (toim.) Proceedings of CERME9 (ss. 1087–1093). Charles University ja ERME.

TALIS (2018). TALIS database. OECD. https://www.oecd.org/education/talis/talis-2018-data.htm

Teknologiateollisuus 2021. Teknologiateollisuuden selvitys. Saatavilla osoitteessa: https://teknologiateollisuus.fi/fi/ajankohtaista/tiedote/selvitys-teknologiateollisuus-tarvitsee10-vuoden-sisalla-130-000-uutta

Trigueros, R., Aguilar-Parra, J. M., Lopez-Liria, R., Cangas, A. J., González, J. J., & Álvarez, J. F. (2020). The role of perception of support in the classroom on the students' motivation and emotions: The impact on metacognition strategies and academic performance in math and English classes. Frontiers in Psychology, 10, 2794. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.02794

Tuohilampi, L., & Giaconi, V. (2013). Minäkäsitys, motivaatio sekä tunteet matematiikkaan liittyen: kolmasluokkalaisten vertailua Suomessa ja Chilessä. Teoksessa M. Hähkiöniemi, H. Leppäaho, P. Nieminen, & J. Viiri (toim.), Proceedings of the 2012 Annual Conference of Finnish Mathematics and Science Education Research Association: Matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen tutkimusseuran konferenssijulkaisu 2012 (ss. 117–128). (Research / University of Jyväskylä, Department of Teacher Education; No. 90). University of Jyväskylä. http://urn.fi/URN:ISBN:978-951-39-5393-5

Tynjälä, P. (1999). Oppiminen tiedon rakentamisena: konstruktivistisen oppimiskäsityksen perusteita. Kirjayhtymä.

Ukkola, A. & Metsämuuronen, J. (2021). Matematiikan ja äidinkielen osaaminen kolmannen luokan alussa. Julkaisut 20:2021. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Ukkola, A., & Metsämuuronen J. (2023). Matematiikan ja äidinkielen taidot alkuopetuksen aikana. Perusopetuksen oppimistulosten pitkittäisarviointi 2018–2020. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 1:2023.

Ukkola, A., Metsämuuronen, J. & Paananen, M. (2020). Alkumittauksen syventäviä kysymyksiä. Julkaisut 10:2020. Helsinki: Kansallinen koulutuksen arviointikeskus.

Ullman, J. B., & Bentler, P. M. (2012). Structural equation modeling. Teoksessa I. B. Weiner, J. A. Schinka, & W.F. Velicer (toim.), Handbook of Psychology, Vol. 2. Research Methods in Psychology IV: Data analysis issues. 2. laitos. Wiley. https://doi.org/10.1002/9781118133880.hop202023

Uusikylä, K. (1994). Lahjakkaiden kasvatus. WSOY.

Vainionpää, J, & Joutsenlahti J. (2010). Opettajien matematiikkakuva ja matematiikan opettamisen olosuhteet. Teoksessa E. K. Niemi & J Metsämuuronen (toim.), Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Koulutuksen seurantaraportit 2010:2. Opetushallitus.

Vermunt, J. K., & Magidson, J. (2004). Latent class analysis. Teoksessa M. Lewis-Beck, A. Bryman, & T. F. Liao (toim.), The Sage encyclopedia of social sciences research methods (ss. 549–553). Sage.

Vilhunen, E., Tang, X., Juuti, K., Lavonen, J., & Salmela-Aro, K. (2021). Instructional Activities Predicting Epistemic Emotions in Finnish Upper Secondary School Science Lessons: Combining Experience Sampling and Video Observations. Teoksessa O. Levrini, G. Tasquier, T. G. Amin, L. Branchetti, M. Levin (toim.), Engaging with Contemporary Challenges through Science Education Research. Contributions from Science Education Research, vol 9 (ss. 317–329). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-74490-8_25

Villavicencio, F. T., Bernardo, A. B. I. (2016). Beyond Math Anxiety: Positive Emotions Predict Mathematics Achievement, Self-Regulation, and Self-Efficacy. The Asia-Pacific Education Researcher 25, 415–422. https://doi.org/10.1007/s40299-015-0251-4

Vygotsky, L. S. (1929). The problem of the cultural development of the child. Journal of Genetic Psychology, 36, 415–434.

Välijärvi, J. (2015). Peruskoulun rakenteet ja toiminta. Teoksessa J. Välijärvi & P. Kupari (toim.) Millä eväillä osaaminen uuteen nousuun? PISA 2012 tutkimustuloksia (ss. 178–231). Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2015:6. https://julkaisut.valtioneuvosto.fi/bitstream/handle/10024/75126/okm6.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Välijärvi, J. (2017). PISA 2015: Oppilaiden hyvinvointi. Koulutuksen tutkimuslaitos.

Wang. Z., Lukowski, S. L., Hart, S. A., Lyons, I. M., Thompson, L. A., Kovas, Y., Mazzocco, M. M., Plomin, R., & Petrill, S. A. (2015). Is math anxiety always bad for math learning? The role of math motivation. Psychological Science, 26(12),1863–1876. https://doi.org/10.1177/0956797615602471

Wilde, N., & Hsu, A. (2019). The influence of general self-efficacy on the interpretation of vicarious experience information within online learning. International Journal of Educational Technology in Higher Education 16, article 26. https://doi.org/10.1186/s41239-019-0158-x

Williams, K. H., Childers, C., & Kemp, E. (2013). Stimulating and enhancing student learning through positive emotions. Journal of Teaching in Travel & Tourism, 13(3), 209–227. https://doi.org/10.1080/15313220.2013.813320

Williams, T. & Williams, K. (2010). Self-efficacy and performance in mathematics: Reciprocal determinism in 33 nations. Journal of Educational Psychology, 102(2), 453–466. https://doi.org/10.1037/a0017271

Williams-Johnson, M., Cross, D., Hong, J., Aultman, L., Osbon, J., & Schutz, P. (2008). "There are no emotions in math": How teachers approach emotions in the classroom. Teachers College Record, 110(8), 1574–1610. https://doi.org/10.1177/016146810811000801

Winheller, S., Hattie J. A., & Brown, G. T. (2013). Factors influencing early adolescents' mathematics achievement: High-quality teaching rather than relationships. Learning Environments Research, 16(1), 46–69. https://doi.org/10.1007/s10984-012-9106-6

Winner, E. (2000). The origins and ends of giftedness. American Psychologist, 55(1), 159–169. https://doi.org/10.1037/0003-066X.55.1.159

Wu, S. S., Willcutt, E. G., Escovar, E., & Menon, V. (2014). Mathematics achievement and anxiety and their relation to internalizing and externalizing behaviors. Journal of Learning Disabilities, 47, 503–514. https://doi.org/10.1177/002221941247315

YK (2020). Policy Brief. Education during COVID-19 and beyond. Elokuu 2020. Yhdistyneet Kansakunnat. https://www.un.org/development/desa/dspd/wp-content/uploads/sites/22/2020/08/sg_policy_brief_covid_19_and_education_august_2020.pdf

Ylioppilastutkintolautakunta (2023). Tilastoja ylioppilastutkinnosta. https://tiedostot.ylioppilastutkinto.fi/ext/stat/FS2023A2014T2010.pdf

Zhang, X., Räsänen, P., Koponen, T., Aunola, K., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2020). Early Cognitive Precursors of Children's Mathematics Learning Disability and Persistent Low Achievement: A 5-Year Longitudinal Study. Child Development, 91(1), 7–27. https://doi.org/10.1111/cdev.13123

KARVI

Tässä vuoden 2021 matematiikan oppimistulosarviointiin liittyvässä raportissa asiantuntijat tarkastelevat aineistoa opettajilta saatujen tietojen, akateemisten tunteiden sekä erityisen heikosti ja hyvin suoriutuneiden oppilaiden näkökulmista.

Kansallinen koulutuksen arviointikeskus (Karvi) on itsenäinen koulutuksen arviointiviranomainen. Se toteuttaa koulutukseen sekä opetuksen ja koulutuksen järjestäjien toimintaan liittyviä arviointeja varhaiskasvatuksesta korkeakoulutukseen. Lisäksi arviointikeskus toteuttaa perusopetuksen ja toisen asteen koulutuksen oppimistulosten arviointeja. Keskuksen tehtävänä on myös tukea opetuksen ja koulutuksen järjestäjiä ja korkeakouluja arviointia ja laadunhallintaa koskevissa asioissa sekä kehittää koulutuksen arviointia.

ISBN 978-952-206-827-9 pdf

ISSN 2342-4184 (verkkojulkaisu)

Kansallinen koulutuksen arviointikeskus
PL 380 (Hakaniemenranta 6)
00531 HELSINKI

Puhelinvaihde: 029 533 5500

karvi.fi