OPPIA IKÄ KAIKKI – MATEMAATTINEN OSAAMINEN TOISEN ASTEEN KOULUTUKSEN LOPUSSA 2015

Jari Metsämuuronen

Kansallinen koulutuksen arviointikeskus
Julkaisut 1:2017

JULKAISIJA Kansallinen koulutuksen arviointikeskus

KANSI JA ULKOASU Juha Juvonen (org.) & Sirpa Ropponen (edit)
TAITTO Juvenes Print

ISBN 978-952-206-335-9 (nid.)
ISBN 978-952-206-336-6 (pdf)

ISSN 2342-4176 (painettu)
ISSN 2342-4184 (verkkojulkaisu)
ISSN-L 2342-4176

PAINATUS Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy, Tampere

Tiivistelmä

Julkaisija
Kansallinen koulutuksen arviointikeskus Karvi

Julkaisun nimi
Oppia ikä kaikki – Matemaattinen osaaminen toisen asteen koulutuksen lopussa 2015

Tekijät
Jari Metsämuuronen

Raportissa selvitetään matemaattisen osaamisen tasoa ja siihen yhteydessä olevia tekijöitä toisen asteen koulutuksen lopussa lukioissa ja ammatillisessa koulutuksessa. Käytettävä aineisto on neljäs samoilta opiskelijoilta koottu aineisto; opiskelijoiden matemaattista osaamista on seurattu perusopetuksen nivelvaiheissa 2. luokan jälkeen vuonna 2005, 5. luokan jälkeen vuonna 2008 ja 9. luokan lopussa vuonna 2012 sekä ammatillisen- ja lukiokoulutuksen lopussa vuonna 2015.

Lopulliseen kohdejoukkoon kuului 3 912 opiskelijaa, joista 2 051 vastasi kokeeseen ja siihen liittyvään taustakyselyyn – näistä 1 310 lukioista ja 741 ammatillisista oppilaitoksista. Potentiaalisista vastaajista 1 861 (48 %) ei halunnut useista tarjotuista mahdollisuuksista huolimatta osallistua tiedonkeruuseen. Opiskelijoista 3773:lta oli käytettävissä myös 9. luokan tulos ja 1004 opiskelijalta ylioppilaskoetieto. Mukaan tulleet opiskelijat ovat olleet keskimäärin hieman motivoituneempia ja edistyneempiä matematiikan osaamisessaan kuin pois jääneet. Kun siis kuvataan toisen asteen lopun tuloksia, on hyvä pitää mielessä, että ne antavat hieman liian positiivisen kuvan osaamisen tasosta lukioissa ja ammatillisessa koulutuksessa. Aineisto sisältää kuitenkin varsin kattavan määrän toisen asteen loppuvaiheen opiskelijoita kaikilta osaamisen tasoilta maan eri osista, kuntatyypeistä ja kieliryhmistä.

Osaamismittarista laadittiin kaksi versiota – toinen lukioon ja toinen ammatilliseen koulutukseen. Molempien mittariversioiden pohjana oli opiskelijoiden jo 9. luokalla suorittama koe. Tehtävistä 78 prosenttia otettiin suoraan tuosta kokeesta – osa tehtävistä oli 6. luokan kokeesta ja osa 3. luokan kokeesta. Ammatillisen koulutuksen versioon valittiin kaksi tehtävää vuoden 1998 ammatillisen koulutuksen matematiikan oppimistulosarviointikokeesta ja yksi käytännön tilanteeseen liittyvä ongelman ratkaisutehtävä vanhoista ylioppilastehtävistä. Lukiokokeeseen valittiin kaksi matematiikan lyhyen ja kaksi pitkän oppimäärän ylioppilaskoetehtävää. Tehtävien suorittamisen lisäksi opiskelijat vastasivat taustakyselyyn. Opiskelijoiden kurssimääristä ja -arvosanoista saatiin tieto oppilaitoksen rekisteristä myös niiltä, jotka eivät osallistuneet tiedonkeruuseen. Lisäaineistona käytettiin ylioppilaskokeen arvosanatietoa.

Kokonaisuutena arvioiden osaaminen lisääntyy toisen asteen opintojen aikana selvästi. Tästä lisääntymisestä suuri osuus selittyy lukio-opintojen matematiikan pitkän oppimäärän kurssien vaikutuksella. Osaaminen eriytyy selvästi niin lukiokoulutuksessa pitkän ja lyhyen oppimäärän välillä kuin lukion ja ammatillisen koulutuksen välillä. Vaikka erot koulumuotojen välillä ovat valikoitumisesta johtuen suuret jo toisen asteen koulutuksen alkaessa, ne kasvavat opintojen edetessä.

Pitkittäisaineiston näkökulmasta on ilmeistä, että matemaattisen osaamisen tason eriytyminen tapahtuu jo varhaisina kouluvuosina, mutta erityisen selkeästi eriytyminen ilmeni perusopetuksen yläluokilla 9. luokalle tultaessa ja siitä edelleen jatkuen toisen asteen loppuun. Ammatillisen koulutuksen opiskelijoiden ja niiden lukiolaisten, jotka suorittivat vain minimimäärän kursseja, matematiikan osaamisen taso pysyi 9. luokalla saavutetulla tasolla.

Miehet osaavat matematiikkaa merkitsevästi naisia paremmin toisen asteen koulutuksen lopussa. Naisten osaaminen on lukiossa noin yhden vuoden jäljessä miesten osaamisesta – ammatillisessa koulutuksessa noin kahden vuoden verran. Toisen asteen koulutuksen lopussa matematiikan osaamisen suhteen parhaista opiskelijoista 27 % on naisia ja 73 % miehiä. Kaikissa taitotasoryhmissä naisopiskelijat kokivat opintojensa aikana merkitsevästi ja merkittävästi enemmän negatiivisia tuntemuksia, ja – lukuun ottamatta aivan parhaita opiskelijoita – heidän käsityksensä itsestään osaajina olivat matalampia kuin miesopiskelijoilla.

Eri kieliryhmissä on mahdollisuus saavuttaa yhdenvertainen matematiikan osaamisen taso. Ruotsinkieliset opiskelijat nousivat suomenkielisten tasolle selvästi heikommista lähtökohdista, ja saavuttivat suomenkielisten tason 9. luokan loppuun mennessä – tämän jälkeen eroja ei ole missään tutkituista ryhmistä.

Lukioissa valittujen matematiikan kurssien määrällä ja kursseilla saaduilla arvosanoilla voidaan pitkälti selittää lukio-opiskelijoiden erot: minimikurssimäärillä saadaan juuri ja juuri säilytettyä 9. luokan matematiikan osaamisen taso, mutta yli 13 kurssia suorittaneiden ja opinnoissa vähintään arvosanan 8 (hyvä) saaneiden opiskelijoiden osaamisen taso nousee selvästi – keskimäärin 84 PISA-asteikon yksikköä. Lukioissa on ilmeistä, että hyvään suoritukseen vaadittava osaaminen on hyvin erilaista pitkän ja lyhyen oppimäärän kursseilla. Lyhyen oppimäärän minimikurssimäärän (6 kurssia) suorittaneiden, arvosanan 10 saaneiden opiskelijoiden osaamisen taso vastaa pitkän oppimäärän (12 kurssia tai enemmän) arvosanan 6–7 saneiden opiskelijoiden tasoa. Lyhyen oppimäärän minimikurssimääriä enemmän (7–11 kurssia) suorittaneiden ja arvosanan 10 saaneiden opiskelijoiden osaamisen taso vastaa pitkän oppimäärän arvosanan 8 saaneiden osaamisen tasoa.

Ammatillinen koulutus tarjoaa mahdollisuuden päästä varsin kohtuulliseen, lyhyttä matematiikkaa vastaavaan osaamisen tasoon. Kun opiskelijan on aktiivinen, taso ei poikkea lukion pitkän matematiikan opiskelun tuottamasta osaamisen keskitasosta. Ammatillinen koulutus ei siis estä matematiikan harrastajia kehittämästä itseään ja saavuttamasta erittäin korkeaa matematiikan osaamisen tasoa ilman kaksoistutkintoakin; tämä kuitenkin edellyttää omaa innostusta asiaan, sillä tälle tasolle ei päästä noudattamalla ammatillisen koulutuksen tutkintojen perusteita. Hyvälle – saati kiitettävälle – tasolle päässeiden opiskelijoiden määrä on hyvin pieni ammatillisen koulutuksen aineistossa.

Vanhempien lukiokoulutus on yhteydessä merkitsevästi parempaan matematiikan suoritukseen toisen asteen lopussa sekä lukioissa että ammatillisessa koulutuksessa. Molempien vanhempien ylioppilastutkinto riippumatta heidän suorittamistaan ylioppilaskokeista tai niissä saaduista puoltopisteistä tuo noin puolentoista-kahden vuoden opintojen edun kokonaisosaamiseen sekä lukioissa että ammatillisissa oppilaitoksissa verrattuna opiskelijoihin, joilla kumpikaan vanhemmista ei ollut ylioppilas. Ylioppilastutkinnosta tuleva hyöty ei näytä lisääntyvän toisen asteen opinnoissa: ero ylioppilasvanhempien ja ei-ylioppilasvanhempien lasten välillä syntyy jo alemmilla luokilla ja säilyy samansuuruisena läpi kouluvuosien sekä lukiokoulutuksessa että ammatillisessa koulutuksessa.

Opettajan pedagogisista ratkaisuista keskeinen osaamista selittävä tekijä sekä ammatillisessa että lukiokoulutuksessa on se, kuinka usein opiskelijat kokevat opiskeltavien asioiden tulevan selväksi. On epäselvää, johtuuko opiskelijoiden osaamattomuus siitä, että asiat eivät tule selviksi, vai eivätkö asiat tule selviksi, koska osaamisen taso on matalampi kuin muilla. Näyttää siltä, että parhaiden opiskelijoiden ryhmässä opettajajohtoisesti saadaan parhaita tuloksia, kun siihen yhdistyy mielekäs eriyttäminen taitotason mukaisesti ja saatujen tulosten mielekkyyden arvioiminen.

Osaamisen muutosta ei juuri voida selittää opettajan pedagogisiin ratkaisuihin liittyvillä tekijöillä. Valtaosa osaamisen muutoksesta toisen asteen aikana näyttää selittyvän muilla tekijöillä.

Ammatillisen koulutuksen aineistossa opiskelijoiden osaamisen vaihtelu on niin suurta koulutuksen järjestäjän sisällä, että järjestäjän toimet eivät selitä osaamista lainkaan – järjestäjän vaikutus on 0,5–1 %:n luokkaa. Lukioissa oppilaitoksen selitysosuus sekä osaamisesta että osaamisen muutoksesta on 8–9 %:n luokkaa – samaa luokkaa kuin perusopetuksessa. Oppilaitoksen/järjestäjän koko ei selitä osaamisen vaihtelua.

Parhaita ja heikoimpia tuloksia saaneiden oppilaitosten arviointilinjat eivät kohtaa toisiaan. Samaan päättöarvosanaan vaaditaan selvästi enemmän osaamista parhaimpia tuloksia saavissa oppilaitoksissa kuin heikoimpia tuloksia saaneissa oppilaitoksissa. Ilmiö on ilmeinen erityisesti lukioissa, mutta se havaitaan selvästi myös ammatillisessa koulutuksessa. Erot arvosanaryhmien välillä ovat erittäin merkittäviä – noin kolmen arvosanan verran: tiukkaa arviointilinjaa noudattavan lukion arvosana 6 näyttää vastaavan heikosti menestyneessä lukiossa arvosanaa 9. Ero on ilmeistä ja johtaa ilmeiseen epätasa-arvoon opiskelijoiden hakeutuessa jatko-opintoihin, mikäli lukion päättötodistusta käytetään osana hakuprosessia.

Sammandrag

Utgivare
Nationella centret för utbildningsutvärdering (NCU)

Publikation
Oppia ikä kaikki – Matemaattinen osaaminen toisen asteen koulutuksen lopussa 2015

Författare
Jari Metsämuuronen

Rapporten gäller nivån på kunskaperna i matematik och de faktorer som har samband med kunskaperna i slutet av utbildningen på andra stadiet både i gymnasierna och yrkesutbildningen. Det material som använts är det fjärde materialet som har tagits fram utifrån data som samlats in om samma studerande. Deras kunskaper i matematik har undersökts i övergångsskedena inom den grundläggande utbildningen efter årskurs 2 år 2005, efter årskurs 5 år 2008, i slutet av årskurs 9 år 2012 och i slutet av yrkesutbildningen och gymnasieutbildningen år 2015.

Den slutliga målgruppen bestod av 3 912 studerande, av vilka 2 051 deltog i provet och svarade på den bakgrundsenkät som hörde ihop med provet – av dessa studerade 1 310 i ett gymnasium och 741 i en yrkesläroanstalt. Av de potentiella respondenterna ville 1 861 (48 %) trots flera erbjudna möjligheter inte delta i insamlingen av data. För 3 773 studerande fanns även resultatet i årskurs 9 tillgängligt och för 1 004 studerande fanns resultatet i studentskrivningarna tillgängligt. De studerande som deltog var i genomsnitt lite mer motiverade och kunniga i matematik än de som valde att inte delta. Detta betyder således att resultaten i slutet av andra stadiet ger en aning för positiv bild av kunskapsnivån i gymnasierna och yrkesutbildningen. Materialet innehåller dock ett relativt heltäckande antal studerande i slutskedet av andra stadiet på alla kunskapsnivåer och från landets olika delar, kommuntyper och språkgrupper.

Det togs fram två prov för mätningen av kunskaperna – det ena för gymnasiet och det andra för yrkesutbildningen. Båda versionerna baserade sig på det prov som de studerande genomfört redan i årskurs 9. Av uppgifterna togs 78 procent direkt från provet i årskurs 9. Av dessa hade en del ingått redan i årskurs 6 och en del i årskurs 3. Till provet för yrkesutbildningen valdes dessutom två uppgifter från det prov som användes 1998 i en nationell utvärdering av inlärningsresultaten i matematik inom yrkesutbildningen och en uppgift från ett gammalt studentexamensprov. Den senare uppgiften var en problemlösningsuppgift och gällde en praktisk situation. För gymnasieprovet valdes också uppgifter från studentexamensprov i den korta lärokursen i matematik och två uppgifter från prov i den långa lärokursen. Förutom att de studerande genomförde uppgifterna svarade de också på en bakgrundsenkät. Information om de studerandes kursantal och vitsord erhölls från läroanstaltens register, även för dem som inte hade deltagit i datainsamlingen. Som tilläggsmaterial användes data om vitsorden i studentskrivningarna.

Som helhet bedömt ökar kunskaperna klart under studierna på andra stadiet. Till stor del beror detta resultat på inverkan från den långa lärokursen i matematik i gymnasierna. Det finns klara skillnader i kunskaperna mellan dem som valt den långa lärokursen i gymnasiet och dem som valt den korta lärokursen samt mellan dem som studerar i gymnasiet och dem som studerar inom yrkesutbildningen. På grund av selektionen är skillnaderna mellan skolformerna stor redan när utbildningen på andra stadiet börjar, men de ökar under studiernas gång.

Det longitudinella materialet visar att skillnaderna i nivån på kunskaperna i matematik uppstår redan under de tidigaste skolåren, men särskilt tydligt ökar skillnaden på årskurs 9 inom den grundläggande utbildningen och fortsätter att öka under andra stadiet. Studien visade att de studerande inom yrkesutbildningen och de gymnasiestuderande som tog endast minimiantalet kurser hade samma nivå på kunskaperna i matematik som de hade i årskurs 9.

Männen fick ett signifikant bättre resultat än kvinnorna i slutet av utbildningen på andra stadiet. Männens försprång är cirka ett år i gymnasiet och cirka två år inom yrkesutbildningen. I slutet av utbildningen på andra stadiet var 27 % av dem som hade de bästa kunskaperna i matematik kvinnor och 73 % män. I alla kunskapsnivågrupper hade de kvinnliga studerande under studierna betydligt mer negativa känslor än de manliga studerande, och skillnaden var signifikant. Dessutom var deras självuppfattning i fråga om matematik lägre än männens, vilket dock inte gällde de allra bästa studerandena.

I båda språkgrupperna är det möjligt att nå en lika hög nivå på kunskaperna i matematik. De svenskspråkiga studerande kom upp till samma nivå som de finskspråkiga från ett klart sämre utgångsläge, och de nådde de finskspråkigas nivå före årskurs 6. Därefter fanns inga skillnader i någon av de undersökta grupperna. Förändringen har varit särskilt stor i de icke-urbana områdena i före detta Södra Finlands län.

Antalet matematikkurser som valts i gymnasiet och kursvitsorden som de studerande fått förklarar till stor del skillnaderna mellan gymnasiestuderandena: med minimiantalet kurser lyckas de med nöd och näppe bevara den kunskapsnivå i matematik som de hade i årskurs 9, men de som hade läst över 13 kurser och fått minst vitsordet 8 (goda) i studierna höjde klart sin kunskapsnivå – i medeltal med 84 enheter på PISA-skalan. Det är uppenbart att det kunnande som krävs i gymnasiet för vitsordet goda i kurserna i den långa lärokursen skiljer sig mycket från det kunnande som krävs på kurserna i den korta lärokursen. De som läst minimiantalet kurser (6 kurser) i den korta lärokursen och fått vitsordet 10 har ett kunnande på samma nivå som studerande som läst den långa lärokursen (12 kurser eller mer) och fått vitsordet 6 eller 7. De som läst mer än minimiantalet kurser (7–11 kurser) i den korta lärokursen och fått vitsordet 10 har ett kunnande på samma nivå som studerande som läst den långa lärokursen och fått vitsordet 8.

Yrkesutbildningen ger möjlighet att nå en kunskapsnivå som är rätt så god och motsvarar nivån för dem som läst kort matematik i gymnasiet. Studerande som är aktiva kan nå en kunskapsnivå som inte avviker från kunskaperna hos de gymnasieelever som når en medelnivå i studierna i lång matematik. Inom yrkesutbildningen finns det således inget som hindrar de studerande som har matematik som intresse från att utveckla sig själva och nå en mycket hög nivå på kunskaperna i matematik, även utan dubbel examen; detta förutsätter dock eget intresse, för denna nivå kan inte nås enbart om studierna baserar sig på grunderna för de yrkesinriktade examina. I det material som gäller yrkesutbildningen finns ett mycket litet antal studerande som nått nivån goda och ännu färre som har nått nivån berömliga.

Det finns ett signifikant samband mellan föräldrarnas gymnasieutbildning och bättre prestationer i matematik i slutet av andra stadiet, både i gymnasierna och inom yrkesutbildningen. Om den studerandes båda föräldrar har studentexamen – oberoende av vilka studentexamensprov de avlagt eller antalet röster de fått i dem – innebär det med avseende på de sammanlagda kunskaperna en fördel som vid jämförelse med studerande vars föräldrar inte har studentexamen motsvarar cirka ett och ett halvt till två års studier. Denna fördel verkar inte öka under studierna på andra stadiet: skillnaden mellan barn till studentföräldrar och barn till icke-studentföräldrar uppkommer redan i de lägre årskurserna och förblir lika stor under hela skoltiden, både i gymnasiet och i yrkesutbildningen.

När det gäller lärarens pedagogiska lösningar har det både i yrkesutbildningen och i gymnasieutbildningen stor betydelse hur ofta de studerande upplever att de förstår det som studeras. Detta är den centrala faktorn som förklarar nivån på kunnandet. Det är oklart om de studerandes svaga kunskaper beror på att de inte förstår det som studeras eller om de inte förstår det som studeras på grund av att deras kunskapsnivå är lägre än andras. Det verkar som om det i gruppen med de bästa studerandena under lärarens ledning uppnås de bästa resultaten om det är kombinerat med en meningsfull differentiering enligt färdighetsnivån och en bedömning av om de uppnådda resultaten är meningsfulla.

Förändringar i kunskaperna kan knappt alls förklaras med faktorer relaterade till lärarens pedagogiska lösningar. Det verkar finnas andra faktorer som förklarar största delen av kunskapsförändringarna under utbildningen på andra stadiet.

I yrkesutbildningen är variationen i de studerandes kunskaper så stor att utbildningsanordnarens åtgärder inte kan förklara kunnandet – anordnarens påverkan är i storleksordningen 0,5–1 %. I gymnasierna är läroanstaltens förklaringsgrad för både kunskaperna och förändringar i kunskaper av storleksordningen 8–9 % – ungefär lika stor som i den grundläggande utbildningen. Läroanstaltens/utbildningsanordnarens storlek förklarar inte variationen i kunskaperna.

Det finns skillnader i bedömningspraxis mellan de läroanstalter som har de bästa resultaten och de som har de sämsta resultaten. I de läroanstalter som hade de bästa resultaten krävdes klart mer kunskaper för slutvitsordet än i de läroanstalter som hade de sämsta resultaten. Fenomenet är mycket tydligt i gymnasierna, men det observerades också i yrkesutbildningen. Skillnaderna mellan vitsordsgrupperna är mycket stora – av storleksordningen tre vitsord. Vitsordet 6 i gymnasier som har en sträng bedömning tycks motsvara vitsordet 9 i gymnasier där de studerande inte klarade sig så bra i provet. Skillnaden är tydlig och leder till en klar ojämlikhet när de studerande söker sig till fortsatta studier, om gymnasiets avgångsbetyg används i ansökningsprocessen.

Summary

Published by
Finnish Education Evaluation Centre (FINEEC)

Name of Publication
Oppia ikä kaikki – Matemaattinen osaaminen toisen asteen koulutuksen lopussa 2015

Author
Jari Metsämuuronen

The report assesses the level of mathematical competence and the factors connected to it at the end of upper secondary education in secondary schools and vocational education. The materials used represent the fourth set of materials that have been gathered from the same students; the mathematical competence of the students has been monitored at the transitional phases of their primary education after the 2nd grade in 2005, after the 5th grade in 2008 and at the end of the 9th grade in 2012, as well as at the end of their vocational and secondary school education in 2015.

The final target group included 3,912 students, of which 2,051 answered the test and the related background survey – of these, 1,310 were from upper secondary schools (high school/grammar school) and 741 from vocational institutions. Of these potential respondents, 1,861 (48%) did not want to participate in the data collecting despite being offered to do so on numerous occasions. Of the students, 3,773 could also provide their results from the 9th grade and 1,004 students their matriculation examination information. The students who participated were on average somewhat more motivated and advanced in their mathematical competence than those who did not participate. As such, when we describe the results that were provided by the end of the upper secondary education, please note that these results provide a slightly overly positive picture of the competence level in high schools and vocational education. However, these materials include a fairly comprehensive number of students representing all levels of competence at the end stage of their upper secondary education from the different parts, municipality types and language groups of the country.

Two versions of the competence test were developed: one for high schools and one for vocational education. Both versions of the tests were based on the test that the students completed in the 9th grade. 78 per cent of the tasks were taken directly from that test – part of the tasks were from the 6th grade test and part from the 3rd grade test. The vocational education version included two tasks from the 1998 test for mathematics in vocational education and one problem-solving task related to a practical situation from an old matriculation examination. The secondary school test included two tasks from the matriculation examination of the basics mathematics syllabus and

two from the matriculation examination of the advanced mathematics syllabus. In addition to completing the tasks, the students answered a background survey. Information on the number of completed courses and the competence of those students that did not participate in the data collection were gathered from school and institution registers. Matriculation examination grading information was also utilised as additional material.

When evaluated as a whole, there is a clear increase in mathematic competence during the upper secondary education. A large part of this increase can be explained by the effect of the advanced syllabus courses in mathematics in high schools. There is a clear difference in competence between the basic and advanced syllabus mathematics in high school as well as between high schools and vocational education. Even though the differences between the educational forms are already great at the beginning of the upper secondary education due to selection, they grow as studies progress.

From the point of view of longitudinal materials, it is apparent that the differentiation in mathematical proficiency happens during the early school years, but this differentiation is especially apparent when arriving in the upper classes of basic education in the 9th grade and continuing from there on out until the end of the upper secondary level. The mathematical competence level of those vocational education students and secondary school students that only completed the minimum number of courses remained at the level that they achieved during the 9th grade.

Men are markedly more successful in mathematics than women by the end of the upper secondary education. The competence of women in secondary schools trails men by approximately one year, and by two years in vocational education. By the end of the upper secondary education, 27 per cent of the most mathematically proficient students are women and 73 per cent are men. In every proficiency level group, female students felt markedly more negative emotions on a larger scale during their studies and, except for the very best students, their self-efficacy was lower than that of male students'.

Different language groups provide the chance of achieving an equal mathematical competence level. Swedish-speaking students rose to the level of Finnish-speaking students from clearly weaker starting points and achieved the level of Finnish-speakers by the beginning of the 6th grade, after which there were no differences between any of the groups that were studied. The change has been especially major in the non-urban areas of the former province of Southern Finland.

The differences between secondary school students can largely be explained by the number of mathematics courses chosen during secondary school and the grades received: with the minimum number of courses, the 9th grade competence level in mathematics can barely be maintained, but for those students that completed over 13 courses and received at least a mark 8 (good), there is a clear rise in their competence level – 84 PISA scale units on average. In secondary schools, it is obvious that the competence required for a good grade is very different for basic and advanced syllabus courses. The competence of those students that complete the minimum number of basic syllabus courses (6 courses) and receive a mark 10 (the highest possible) is equivalent to the competence of those students that complete the advanced syllabus (12 courses or more) with a mark 6–7 (lower than "good"). The competence of those students that complete more than the minimum number of basic syllabus courses (7–11 courses) and receive a mark 10 is equivalent to the competence of those students that complete the advanced syllabus (12 courses or more) with a mark 8.

Vocational education offers the chance of achieving a competence level that is equivalent to an adequate, basic mathematics syllabus competence level. When the students are active, their level does not deviate from the average level of competence produced by the advanced syllabus in mathematics in secondary schools. Therefore, a vocational education does not prohibit those interested in mathematics from developing themselves and achieving a very high level of mathematical competence without a double degree, but this requires personal interest in the matter, as this level is not reached by just following the basic requirements of a vocational education degree. The number of students in vocational education who reach a good level, or especially an excellent level, is very small.

There is a clear connection between having parents with a secondary school education and a better result in mathematics by the end of the upper secondary level in both secondary schools and vocational education. If both parents have completed their matriculation examination – independent of the compositions of their matriculation examination tests or the points received – this adds around a 1.5–2 year study advantage for overall competence in both secondary schools and vocational institutions when compared to those students whose parents are not secondary school graduates. The benefit of a matriculation examination does not seem to increase in secondary school education: the difference between secondary school graduate parents and non-secondary school graduate parents is formed during the lower grades and remains the same throughout the school years in both secondary schools and vocational education.

When assessing the pedagogical solutions of teachers, the key factor for explaining competence in both vocational and secondary school education is how often the students feel that the matters studied became clear to them. It is unclear whether the lack of competence in students is the result of the matters not become clear to them or if the matters do not become clear to them since their level of competence is lower than others'. It seems likely that, in the best student groups, the best results are achieved in the groups where the teachers combine a meaningful differentiation between competence levels and assess the results' meaningfulness. However, the change in competence cannot really be explained with factors related to the pedagogical solutions of the teachers. The majority of the changes in competence during the upper secondary level can seemingly be explained with other factors.

In vocational education, the variation in student competence levels with different educational organisers is so great that the organiser's actions do not explain their competence at all, with their effect being around 0.5–1 per cent. In high schools, the school's role in both competence and in the change in competence is 8–9 percent, which is at a similar level as in basic education. The size of the school/organiser does not explain the variance in competence.

The given school marks (4–10) in schools with the best and weakest results do not match. Those schools that receive the best results clearly require more competence for the student's final marks than those schools that receive the weakest results. This phenomenon is especially apparent in high schools, but it can also be noticed in vocational education as well. The differences between the different mark groups are very significant, around three grades worth: a mark 6 from a high school with a high performance seems to correspond to a mark 9 from a high school with low performance. The difference is apparent and leads to a clear imbalance when students apply for further education, assuming that the secondary school certificate is used as part of the application process.

Sisältö

1 Johdanto

1.1 Osaamisen muutoksen selvittämisen haasteita toisen asteen koulutuksessa

Matemaattinen osaaminen on yksi keskeisistä tietotaidoista luku- ja kirjoitustaidon ohella. Siksi oppiainetta opetetaan systemaattisesti alimmilta luokka-asteilta perusopetuksen loppuun ja vielä toisella asteella lukiossa ja ammatillisessa koulutuksessa. Toisella asteella opetuksen määrä ja sisältö kuitenkin eriytyvät suuresti riippuen valittujen kurssien määristä. Lukioissa matematiikan opetuksen sisältö eriytyy perinteisesti matematiikan lyhyeen ja pitkään oppimäärään (tuonnempana lyhyeen ja pitkään matematiikkaan) ja ammatillisessa koulutuksessa eri ammattialoilla tarvittavaan matematiikkaan. Lukioissa lyhyen matematiikan pakollisten kurssien määrä on kuusi kurssia ja pitkässä matematiikassa pakollisia kursseja on kymmenen. Matematiikkaan erikoistuneissa lukioissa matematiikan syventäviä kursseja voi olla tarjolla 25 kurssia tai jopa enemmän. Jossain määrin ongelmallista on, että kuusi kurssia lyhyttä matematiikkaa ei vastaa välttämättä lainkaan kuutta kurssia pitkää matematiikkaa. Toisaalta sama määrä matematiikan opetusta ammatillisessa koulutuksessa voi johtaa varsin erilaiseen osaamisperustaan sen mukaan, kuinka paljon matemaattisesti virittynyt suoritettava tutkinto on. Myöskään arvosanojen välillä ei ole vastaavuutta, vaikka oppiaineen nimi onkin sama *Matematiikka*: lyhyen matematiikan kurssimäärillä saavutettu ”hyvä” on eri kuin pitkän matematiikan kurssimäärillä saavutettu ”hyvä”, eikä kumpikaan vastaa ammatillisen koulutuksen tutkinnon osassa saavutettua ”hyvää”.

Edellä kuvatusta vaihtelusta seuraa se, että perusopetuksen aikana saavutettu osaamisen taso voi toisen asteen koulutuksen aikana nousta tai laskea valittujen kurssien tai tutkintojen mukaisesti. Toisaalta monilla toiselle asteelle siirtyneistä opiskelijoista on niin heikot matemaattiset taidot, että heillä on jo 9. luokan lopussa todennäköisesti ollut vaikeuksia arkielämään liittyvissä matemaattisissa operaatioissa (Räsänen & Närhi 2013, 225).

Kansallinen koulutuksen arviointikeskus (Karvi) ja sen edeltäjä Opetushallitus (OPH) ovat arvioineet harvakseltaan matemaattista osaamista lukioissa ja ammatillisessa koulutuksessa. Ammatillisessa koulutuksessa matematiikan osaamista on arvioitu kansallisesti vuonna 1998 (Wuolijoki, 1999). Tuolloin todettiin, että

[M]atematiikan osaamisen taso osoittautui [- -] kokonaisuudessaan varsin heikoksi. Opiskelijoista noin kolmasosan ei voitu katsoa omaavan matematiikan perusvalmiuksia [- -.] Puutteita matematiikan osaamisessa ilmeni aivan perusasioissa, kuten suuruusluokan hahmottamisessa ja prosenttikäsitteen hallinnassa. Erityisen huonosti osattiin luvut ja laskutoimitukset ja geometria. [- -] Osaaminen vaihtelee huomattavasti koulutus- ja opintoaloittain, ja sukupuolten välillä on selvä ero miesten hyväksi. [- -] Yleisen koulutuksellisen tasa-arvon ja yleisen jatko-opintokelpoisuuden saavuttamisen näkökulmasta tilanne matematiikan osalta ei ole rohkaiseva. Jatko-opintokelpoisuuden saavuttaminen jää monen opiskelijan kohdalla näennäiseksi, eikä ammatillinen peruskoulutus näytä edistävän sukupuolten välisen koulutuksellisen tasa-arvon toteutumista matematiikan osalta. (Wuolijoki, 1999, 5.)

Opiskelijoiden saavuttama heikko matematiikan osaamisen taso ammatillisessa koulutuksessa on havaittu myös viimeaikaisissa ammattikorkeakouluarvioinneissa jatko-opintojen kannalta. Kun ammattikorkeakoulut ovat arvioineet koulutukseen hakeutuneiden opiskelijoiden tasoa, esille on erityisesti noussut ammatillisesta koulutuksesta tulleiden opiskelijoiden matala osaamisen taso matematiikassa ja kielissä (Hintsanen ym., 2016, 68).

Karvi ja OPH eivät ole koskaan arvioineet lukiokoulutuksen opiskelijoiden matemaattisen osaamisen tasoa saati osaamisen muutosta. Syynä lienee se, että kansallisesti osaamista voidaan seurata myös ylioppilastutkintojen avulla. Ylioppilaskokeiden puoltopisteitä onkin laajasti käytetty hyödyksi erityisesti lukioiden tehokkuustutkimuksissa ja niiden paremmuusjärjestyslistojen pohtimisessa (mm. Kortelainen, Pursiainen & Pääkkönen, 2014; Aaltonen, Kirjavainen & Moisio, 2007; 2005; Lehtonen, 2007; Häkkinen, Kirjavainen & Uusitalo, 2003; Jäntti, Kirjavainen & Loikkanen, 2000; Kirjavainen & Loikkanen, 1999; 1995a; 1995b; 1993). Käytetyt menetelmät (perinteisemmin *Data Envelopment Analysis* (DEA) tai uutena *shrinkage*-estimointi) ovat tehokkaita ja laajasti kansainvälisissä tutkimuksissa käytettyjä. Vaikka menetelmät ovat hyviä, niiden avulla ei ole mahdollista päästä kiinni todellisessa osaamisessa tapahtuviin muutoksiin lukiokoulutuksen aikana. Tämä johtuu ensinnäkin siitä, että yhden mittauksen (ylioppilaskokeen) perusteella ei voi mitata osaamisen muutosta ja toiseksi siitä, että ylioppilaskokeen pisteitysmenettely, jossa arvosanat muunnetaan normaalijakauman muotoon, estää tehokkaasti sen arvioimisen, muuttuuko todellinen osaamisen taso vuosien varrella. Kyse on nolla-summa -pelistä: jos jossain oppilaitoksessa osaaminen nousee, sen on jossain toisessa laskettava, vaikka absoluuttisesti arvioiden molemmissa kouluissa osaamisen taso olisikin noussut tai laskenut. Tehokkuustarkasteluihin tällä ei välttämättä ole suurta vaikutusta, joskin on ilmeistä, että parhaiden opiskelijoiden valikoituminen tiettyihin oppilaitoksiin lienee lukion tuloksen parempi selittäjä kuin varsinainen toimintojen tehokkuus. Uudemmissa analyyseissä (esimerkiksi Kortelainen, Pursiainen ja Pääkkönen, 2014) huomioon on otettu myös opiskelijoiden lähtötaso 9. luokan päättöarvosanan muodossa. Jos 9. luokan kouluarvosanoja pidetään vertailukelpoisina, mitä ne todennäköisesti eivät täysin ole[1], arvosanoihin perustuva arviointi johtaa kolmanteen haasteeseen: Korkeita tuloksia saaneissa oppilaitoksissa on vaikea osoittaa osaamisen lisääntymistä, kun opiskelijat jo alun alkaenkin ovat saaneet huippuarvosanoja (Kortelainen, Pursiainen ja Pääkkönen, 2014, 29).

1 Kansallisten oppimistulosarviointien ja siihen yhdistetyn päättövaiheen arvosanatiedon perusteella on ilmeistä, että oppilasarvosanat eivät ole toistensa kanssa vertailukelpoisia eri koulujen välillä (mm. Ouakrim-Soivio, 2013; Ouakrim-Soivio, Rinkinen & Karjalainen, 2015, 40). Vaikka arvosanan antamisen kansallisia kriteereitä käytetään joustavasti eikä päättöarvosana 8 (”hyvä”) tarkoita samaa osaamisen tasoa kaikissa kouluissa, tällä ei välttämättä ole oleellista merkitystä toisen asteen opintoihin hakeutumisessa, mikäli oppilaat hakeutuvat lähialueen oppilaitoksiin. Sen sijaan sillä voi olla oleellista merkitystä matemaattisten mallien rakentamisessa ja niihin liittyvissä tulkinnoissa, mikäli koulujen välillä ei alun perinkään ole suuria eroja – kuten Suomessa ei ole (Schleicher, 2006, 13).

Raportissa käytettävä aineisto on neljäs samoilta opiskelijoilta koottu aineisto; opiskelijoiden matemaattista osaamista on seurattu perusopetuksen nivelvaiheissa: 2. luokan jälkeen (vuonna 2005), 5. luokan jälkeen (2008) ja 9. luokan lopussa (2012) sekä toisella asteella ammatillisen- ja lukiokoulutuksen lopussa (2015). Perusopetuksen aikana oppimistulosaineistoon on liitetty oppilailta, opettajilta ja rehtoreilta saatavia taustatietoja; toisen asteen aineisto perustuu opiskelijoilta saatuun tietoon, johon on yhdistetty demografisia tietoja ja osalle opiskelijoista ylioppilaskoetietoja. Näin ollen on mahdollista tarkastella ensimmäistä kertaa yksilöoppilaan tasolla sitä, kuinka osaaminen muuttuu 9. vuosiluokan jälkeen toisen asteen koulutuksessa. Aineisto mahdollistaa myös uudenlaisen näkökulman suomalaisten lukioiden vaikuttavuuskeskustelussa, kun käytettävissä on vertailukelpoinen yhtäältä lähtötasotieto (9. luokan oppimistulosarviointitulos) ja toisaalta lukion ja ammatillisen koulutuksen päättövaiheessa mitattu päättövaiheen osaamisen taso samoilta oppijoilta. Toisaalta aineiston avulla saadaan kiintoisaa vertailutietoa siitä, kuinka osaamisen taso on muuttunut 17 vuoden aikana.

Tässä raportissa keskitytään toisen asteen lopussa saavutetun osaamistason kuvaukseen kokonaisuutena – mukana pidetään yhtä aikaa sekä ammatillinen että lukiokoulutus. Ammatillisen ja lukiokoulutuksen erityiskysymyksiä tarkastellaan erillisissä raporteissa (Metsämuuronen & Salonen, 2017; Metsämuuronen & Tuohilampi, 2017).

1.2 Arviointikysymykset

Aineiston avulla pystytään vastaamaan seuraaviin peruskysymyksiin:

1. **Mikä on opiskelijoiden matemaattisen osaamisen ja ajattelun taso toisen asteen koulutuksen lopussa?** Saman ikäryhmän osaamisen taso on raportoitu 3. luokan alussa (Huisman, 2006, Huisman & Silverström, 2006), 6. luokan alussa (Niemi, 2010) ja 9. luokan lopussa (Rautopuro, 2013; Hirvonen & Rautopuro, 2013; Mattila & Rautopuro, 2013; Metsämuuronen 2013b). Nyt raportoidaan osaamisen taso vaiheessa, jossa opiskelijat siirtyvät joko jatko-opintoihin tai työelämään.
2. **Kuinka koulutuksellinen tasa-arvo toteutuu alueellisesti, kieliryhmittäin ja sukupuolten välillä toisen asteen koulutuksessa?** Tämä kysymys on keskeinen hallinnollinen kysymys, ja sen selvittäminen on perimmäinen syy kansalliselle oppimistulosten arvioinnille. Aiemmissa ikäluokka-arvioinneissa huomattiin, että alemmilla luokilla suomen- ja ruotsinkielisten koulujen oppilaiden välillä oli huomattavia eroja; erityisesti maaseutumaisissa kouluissa ruotsinkielisten koulujen oppilaiden geometrian osaamisen taso oli kolme vuotta jäljessä suomenkielisten oppilaiden osaamisesta: heidän osaaminensa 6. luokan alussa vastasi suomenkielisten koulujen oppilaiden osaamista 3. luokalla (Metsämuuronen 2010b, 132). Myöhemmin 9. luokan mittauksessa huomattiin voimakas sukupuolten välinen eriytyminen: parhaan kymmenesosan joukossa tyttöjä oli vain 37 prosenttia ja ruotsinkielisissä kouluissa sitäkin vähemmän, 27 prosenttia (Metsämuuronen 2013b, 88, 89).
3. **Kuinka matemaattinen osaaminen ja ajattelu sekä matematiikka-oppiainetta koskevat asenteet muuttuvat toisen asteen koulutuksen aikana?** Aiemmissa, 3.–9. luokkien vertailuissa saatiin selville muutos kahden ensimmäisen nivelvaiheen välillä (Metsämuuronen, 2010b) ja se taso, jolla oppilaat olivat oppivelvollisuuden päättyessä

(Metsämuuronen, 2013b; Metsämuuronen & Silverström, 2013) sekä perusopetuksen aikana tapahtuva osaamisen muutos (Metsämuuronen, 2013b). Asenteiden muutosta perusopetuksen aikana ovat kuvanneet Tuohilampi ja Hannula (2013) sekä Metsämuuronen ja Tuohilampi (2014).

4. **Mitkä tekijät selittävät osaamisen ja asenteiden muutosta?** Aiemmista mittauskerroista poiketen lukioissa ja ammatillisessa koulutuksessa ei paneuduta opettajien taustatietoihin eikä rehtoreiden antamiin hallinnollisiin tietoihin. Sen sijaan opiskelijoilta kysyttiin samantyyppisiä taustatietoja kuin aiemmissakin mittauksissa: kysymyksiä kielitaustasta, kodin tuesta matematiikan opintoihin, opiskelutavoista, kouluviihtyvyydestä, asenteista sekä opettajien pedagogisista ratkaisuista. Lisäksi käytettävissä on opettaja- ja oppilastietoa alemmilta luokilta.

Peruskysymysten lisäksi aineisto mahdollistaa vastaamisen seuraaviin erityiskysymyksiin:

5. **Miten matematiikan kurssien määrä on yhteydessä osaamisen muutokseen lukio-opinnoissa?** Sekä pitkän että lyhyen matematiikan opintojen määrä vaihtelee minimimäärästä (6 kurssia) hyvinkin korkeaan (lähes 30:een matematiikkapainotteisissa lukioissa). Aineisto mahdollistaa sen mallintamisen, miten kurssien määrä on yhteydessä 9. luokan osaamisen kasvuun tai edes 9. luokan tietojen säilymiseen.
6. **Kuinka suuri osaamisen ero syntyy lukioissa lyhyen ja pitkän matematiikan opiskelijoiden välille?** Koska opetussuunnitelmat ovat erilaiset, vaadittava osaamisen taso lyhyen matematiikan ”hyvään” on eri kuin pitkän matematiikan ”hyvään”. Tällä voi olla käytännöllistä merkitystä haettaessa jatko-opintoihin korkeakouluihin. Luonnollisesti lyhyen matematiikan ”hyvä” on paljon helpompi saavuttaa kuin pitkän matematiikan ”hyvä”, ja näin sekä päättöarvosana että ylioppilaskokeessa saatu puoltopisteiden määrä voivat olla harhaanjohtavan saman suuruisia jatko-opintoihin haettaessa. Aineisto mahdollistaa sen tarkastelun, mitkä arvosanat vastaavat toisiaan eri kursseilla.
7. **Millaisia osaamisen eroja syntyy ammatillisen koulutuksen eri koulutusalojen ja lukioiden lyhyen ja pitkän matematiikan opiskelijoiden välille?** Monet ammatillisen koulutuksen tutkinnoista sisältävät hyvinkin laajoja osuuksia ammattiin liittyvän matematiikan opetusta ja harjoittelemista. Vastaavasti lukiossa keskittyminen muihin kuin matemaattisiin aineisiin ohjaa valitsemaan vain minimimäärän matematiikkaa. On ilmeistä, että kun matemaattista osaamista vahvistetaan riittävästi, 9. luokalla opitut asiat vahvistuvat ja oppilaan osaaminen lisääntyy. Näin ollen on odotettavaa, että pitkän matematiikan opiskelijoiden osaamisen tason tulisi olla korkeampi kuin lyhyen matematiikan tai ammattiin liittyvän matematiikan opintoja suorittaneiden opiskelijoiden taso. Sen sijaan epäselvää on, kuinka paljon eroja syntyy niiden opiskelijoiden välille, joiden matematiikan taitoja ei vahvisteta toisen asteen koulutuksessa. Tästä näkökulmasta kiinnostavan vertailutilanteen antavat ne lukion matematiikan lyhyen oppimäärän suorittaneet jotka valitsivat vain pakolliset kurssit ja ammatillisen koulutuksen suorittaneet. Epäselvää on myös, mikä on kaksoistutkinnon – sekä ammatilliset että lukio-opinnot – suorittavien opiskelijoiden osaamisen taso.
8. **Kuinka heikoimmin osaavien opiskelijoiden osaaminen kehittyy toisen asteen opintojen aikana?** Luokkien 3. ja 6. vertailussa havaittiin, että 6. luokan yleisopetuksen piirissä oli 4,5 % niin heikkoja oppilaita, että heillä tulisi olemaan vaikeuksia selvitä arkielämässä tarvittavista matemaattisista tehtävistä. Tämän lisäksi aineistosta oli jo poistettu erityisopetukseen sijoitettuja oppilaita, joista suurella osalla oli todennäköisesti vaikeuksia matematiikan oppimisessa. (Räsänen, Närhi & Aunio, 2010, 196.) Myöhemmässä 9. luokan aineistossa

arvioitiin, että 5,6 %:lla peruskoulun päättävistä oppilasta oli heikot matemaattiset taidot (Räsänen ja Närhi 2013, 225). Räsänen ja Närhi (*Ibid.*) huomasivat myös huolestuttavan seikan, että yleisopetuksen heikkojen oppilaiden osaaminen rapautui yläluokkien aikana erityisesti geometriassa ja tilastojen osa-alueella; näin ei käynyt niillä heikoilla oppilailla, jotka oli siirretty erityisen tuen piiriin. Aineiston avulla on mahdollista seurata näitä heikosti menestyneitä oppilaita ja luoda kuva siitä, kuinka heidän osaamisensa muuttui toisen asteen aikana.

2 Menetelmällisiä ratkaisuja

Toisen asteen aineiston tiedonkeruun ajankohta (kevät 2015) ei ollut suosiollinen aineiston hyvään kattavuuteen, sillä monet opiskelijat olivat joko valmistautumassa ylioppilaskirjoituksiin tai työssäoppimisjaksoilla. Huonosta mittausajankohdasta johtuen toisen asteen aineistossa on suuri kato verrattuna 9. luokan aineistoon. Kokonaisuutena arvioiden on syytä olla varovainen yleistettäessä tuloksia erityisesti ammatillisen koulutuksen naispuolisiin opiskelijoihin ja kaupunkimaisten lukioiden opiskelijoihin. On myös hyvä huomata, että arvioinnissa olleet olivat keskimäärin hieman motivoituneempia ja edistyneempiä matematiikan osaamisen osalta kuin poisjääneet. Kun siis kuvataan toisen asteen lopun tuloksia, on hyvä pitää mielessä, että tulokset antavat todellisuutta myönteisemmän kuvan osaamisen tasosta lukioissa ja ammatillisessa koulutuksessa. Aineisto kuitenkin sisältää varsin kattavan määrän toisen asteen loppuvaiheen opiskelijoita kaikilta osaamisen tasoilta maan eri osista, kuntatyypeistä ja kieliryhmistä.

Osaamismittarista tehtiin kaksi versiota – toinen lukioon ja toinen ammatilliseen koulutukseen. Molempien mittareiden pohjana oli opiskelijoiden jo 9. luokalla suorittama koe. Tehtävistä 78 prosenttia tuli suoraan tuosta kokeesta – osa tehtävistä oli 6. luokan kokeesta ja osa 3. luokan kokeesta. Ammatillisen koulutuksen mittariin valittiin kaksi tehtävää vuoden 1998 ammatillisen koulutuksen matematiikan kansallisesta kokeesta ja yksi käytännön ongelmatilanteeseen liittyvä lyhyen matematiikan tehtävä. Lukiomittariin valittiin kaksi lyhyen ja kaksi pitkän matematiikan ylioppilaskoetehtävää.

Käytetyt osaamismittarit ovat kokonaisuutena riittävän luotettavia uskottavien johtopäätösten tekemiseen. Samoin osamittareista voidaan arvioida kohtuullisen luotettavasti Funktioita ja Geometriaa. Algebran osa-alueen reliabiliteetti on kohtuullinen kun aineistoja käsitellään yhdessä, mutta erikseen ammatillisen- ja lukiokoulutuksen aineistoissa reliabiliteetit jäävät mataliksi johtuen mittarin lyhyydestä.

Eri kokeilla mitatut pistemäärät on vertaistettu IRT-mallituksella vastaamaan 9. luokan kokonaisaineiston keskimääräistä osaamisen tasoa. Ammatillisen koulutuksen aineistossa pistemäärät muutettiin asteikolle "tyydyttävä", "hyvä" ja "kiitettävä" käyttäen 3TTW-menettelyä (Metsämuuronen, 2013c).

Kaikkiaan aineisto on kohtuullisen laaja ja monipuolinen tuottamaan uskottavaa tietoa siitä, millainen opiskelijoiden matematiikan osaamisen taso on toisen asteen opintojen loppuvaiheessa. Erityisen aineistosta tekee se, että samoja opiskelijoita on seurattu koko heidän koulu-uransa ajan ja toisen asteen lopun tuloksiin voidaan lisätä tietoa heidän koulupolkunsa varrelta. Tiedonkeruuseen osallistuneiden opiskelijoiden antamien vastausten ja koulun rekisteristä saatujen lisätietojen perusteella myös toisen asteen lopun tiedonkeruuseen osallistumattomien opiskelijoiden osaamisesta on mahdollista tehdä koulutusjärjestelmämme koskevia uskottavia johtopäätöksiä.

Menetelmällisiä ratkaisuja kuvattaessa esitellään ensin matematiikan kurssien määrät ja sisällöt toisen asteen koulutuksessa (luku 2.1). Varsinaisista menetelmällisistä ratkaisuista esitellään mittaristot (luku 2.2), pitkittäisarviointiin liittyviä haasteita (luku 2.3) ja käyteytyt muuttuja ja termit (luku 2.4). Lisäksi liitteeseen 1 on koottu metodisia erityiskysymyksiä kuten vertaistamisen menetelmät, muuttujien muunnokset ja osaamisen muuttaminen taitotasoiksi ammatillisen koulyutuksen aineistossa.

2.1 Matematiikan kurssit ja tavoitteet lukiossa ja ammatillisessa koulutuksessa

Matematiikan kurssien määrät ja laajuudet poikkeavat selvästi eri toisen asteen opinnoissa. Matematiikan pitkän oppimäärän opinnoissa on kymmenen pakollista kurssia ja syventäviä kursseja on lisäksi kolme (taulukko 2.1). Lukioissa on mahdollista tarjota tätäkin enemmän kursseja. Arvioinnissa olleiden opiskelijoiden joukossa on mukana opiskelijoita, jotka opintorekisterin mukaan olivat suorittaneet 21, 23 tai jopa 26 matematiikan pitkän oppimäärän kurssia.

Matematiikan lyhyen oppimäärän kursseista kuusi on pakollista, ja lisäksi syventäviä kursseja on kaksi. Uuden ylioppilastutkintojärjestelmän myötä opiskelija voi suorittaa pitkän oppimäärän opinnot mutta kirjoittaa lyhyen matematiikan ylioppilaskokeen. Vuoden 2005 jälkeen matematiikka ei ole enää ollut pakollinen aine ylioppilaskirjoituksissa. Silti reilu puolet opiskelijoista (noin 60 % vuosien 2007 ja 2014 välillä) kuitenkin kirjoittaa joko pitkän tai lyhyen matematiikan kokeen (Ylioppilastutkintolautakunta, 2015).[2]

2 Luku lienee hieman korkeampi. Luku on laskettu Ylioppilaslautakunnan taulukosta suuntaa-antavasti olettaen, että jokainen kirjoittaja kirjoittaisi vain neljä oppiainetta; neljä on minimi. Näin laskien määrät vaihtelevat 58–61 %:n välillä.

TAULUKKO 2.1. Matematiikan pakolliset ja syventävät kurssit lukiokoulutuksessa ja niiden vastaavuus ammatillisen koulutuksen matematiikan kursseihin (OPH, 2003a, 118–128; 2009a, 101)

Pitkä matematiikka (A)	Lyhyt matematiikka (B)	Ammatillinen matematiikka
pakolliset kurssit:	pakolliset kurssit:	korvaavat kurssit:
MAA1 Funktiot ja yhtälöt	MAB1 Lausekkeet ja yhtälöt	1 Lausekkeet ja yhtälöt (MAB1)
MAA2 Polynomifunktiot	MAB2 Geometria	2 Geometria (MAB2)
MAA3 Geometria	MAB3 Matemaattisia malleja I	tai
MAA4 Analyyttinen geometria	MAB4 Matemaattinen analyysi	2 Funktiot ja yhtälöt (MAA1)
MAA5 Vektorit	MAB5 Tilastot ja todennäköisyys	ja
MAA6 Todennäköisyys ja tilastot	MAB6 Matemaattisia malleja II	3 Polynomifunktiot (MAA2)
MAA7 Derivaatta	syventävät kurssit	tai
MAA8 Juuri- ja logaritmifunktiot	MAB7 Talousmatematiikka	3 Geometria (MAA3)
MAA9 Trigonometriset funktiot ja lukujonot	MAB8 Matemaattisia malleja III	
MAA10 Integraalilaskenta		
syventävät kurssit:		
MAA11 Lukuteoria ja logiikka		
MAA12 Numeerisia ja algebrallisia menetelmiä		
MAA13 Differentiaali- ja integraalilaskennan jatkokurssi		

Lukion opetussuunnitelman perusteiden (OPS) mukaan (2003, 118) matematiikan

> *”opetuksen tehtävänä on tutustuttaa opiskelija matemaattisen ajattelun malleihin sekä matematiikan perusideoihin ja rakenteisiin, opettaa käyttämään puhuttua ja kirjoitettua matematiikan kieltä sekä kehittää laskemisen ja ongelmien ratkaisemisen taitoja. [- -] Opiskelijaa myös kannustetaan kehittämään luovia ratkaisuja matemaattisiin ongelmiin. Opetuksessa tutkitaan matematiikan ja arkielämän välisiä yhteyksiä sekä tietoisesti käytetään eteen tulevia mahdollisuuksia opiskelijan persoonallisuuden kehittämiseen, mikä tarkoittaa muun muassa hänen kiinnostuksensa ohjaamista, kokeiluihin kannustamista sekä tiedonhankintaprosessien kehittämistä. ”*

Ammatillisen koulutuksen tutkintojen perusteissa (OPH 2009a, 101) opiskelijalta edellytetään, että hän hallitsee peruslaskutoimitukset, prosenttilaskennan ja mittayksiköiden muunnokset ja käyttää niitä ammattiin liittyvissä laskutoimituksissa, laskee pinta-aloja ja tilavuuksia sekä soveltaa geometriaa työn vaatimassa laajuudessa, käyttää sopivia matemaattisia menetelmiä ammattitehtäviin liittyvien ongelmien ratkaisussa, ilmaisee muuttujien välisiä riippuvuuksia matemaattisilla lausekkeilla, muodostaa ja laatii työhön liittyviä yhtälöitä, lausekkeita, taulukoita ja piirroksia. Lisäksi hän ratkaisee työssä tarpeellisia matemaattisia tehtäviä yhtälöillä, päättelemällä, kuvaajien avulla sekä arvioi tulosten oikeellisuutta ja käyttää matemaattisten ongelmien ratkaisussa apuna laskinta, tietokonetta ja tarvittaessa muita matematiikan apuvälineitä. Tutkintojen perusteiden mukaan nämä sisällöt vastaavat lukiokoulutuksen lyhyen matematiikan kursseja *Lausekkeet ja yhtälöt* (MAB1), *Geometria* (MAB2) tai pitkän matematiikan *Funktiot ja yhtälöt* (MAA1) ja toista seuraavista lukion kursseista: *Polynomifunktiot* (MAA2) tai *Geometria* (MAA3) (OPH 2003).

2.2 Mittariversiot, tehtävien osa-alueet ja niiden muutokset aiempaan nähden

2.2.1 Osaamismittarit ja niiden luotettavuus

Koska arviointi oli yhteinen sekä ammatilliselle että lukiokoulutukselle ja sekä pitkän että lyhyen matematiikan opiskelijoille, nähtiin mielekkääksi ankkuroida mittarin laadinta 9. luokan yhteisiin matematiikan opintoihin. Mittariversioita rakennettiin kaksi: toinen lukio-opiskelijoille ja toinen ammatillisen koulutuksen opiskelijoille. Kaikkiaan 18 tehtävästä 14 (78 %) oli identtisiä opiskelijoiden jo aiemmin tekemän 9. luokan kokeen kanssa. Näin ollen suurin osa testien tehtävistä oli sellaisenaan 9. luokan opetussuunnitelman perusteiden mukaisia (OPH, 2004) ja pienempi osa lukion 3. luokan lyhyen ja pitkän matematiikan sekä tutkintojen perusteiden mukaisia. Lukiokokeeseen valittiin yhteisten tehtävien lisäksi kaksi lyhyen ja kaksi pitkän matematiikan tehtävää vanhoista ylioppilastehtävistä. Tehtävistä vain kaksi pitkän matematiikan sisältöjä yhdistelevää tehtävää oli sellaisia, että niitä ei olisi voitu ratkaista perusopetuksen 9. luokan tiedoilla (taulukko 2.2). Ammatillisen koulutuksen kokeeseen valittiin kaksi tehtävää aiemmasta ammatillisen koulutuksen matematiikan kokeesta vuodelta 1998 ja lisäksi yksi käytännön ongelmatilanteeseen liittyvä lyhyen matematiikan tehtävä. Jokeritehtäväksi valittiin erittäin vaikea pitkän matematiikan tehtävä, joka oli myös lukiokokeessa. Esimerkkitehtäviä on kuvattu tarkemmin seuraavassa luvussa. Molemmista mittariversioista tehtiin sekä suomen- että ruotsinkielinen versio.

Toisin kuin aiemmissa raporteissa (Metsämuuronen, 2010b; 2013b), joissa matematiikan osa-alueet jaoteltiin seuranta-arvioinnin luonteen vuoksi 3. luokan osa-alueiden mukaisesti kolmeen ryhmään Lukuihin, laskutoimituksiin ja algebraan, Geometriaan sekä Tietojenkäsittelyyn, tilastoihin ja todennäköisyyteen, tässä raportissa osa-alueet luokitellaan 9. luokan mukaisesti. Näin tutkittavia osa-alueita on kokonaissumman lisäksi viisi: Algebra, Funktiot, Geometria, Luvut ja laskutoimitukset sekä Tilastot ja todennäköisyys. Osa-alueista Algebran, Funktioiden, Geometrian kokonaispistemäärät (8, 31 ja 14 pistettä) olivat riittäviä uskottavien johtopäätösten tekemiseksi, mutta Luvut ja laskutoimitukset ja Tilastot ja todennäköisyys -osa-alueilla pistemäärä (2–5 pistettä) ei mahdollista opiskelijoita erottelevaa summaa. Tämä näkyy siten, että summien reliabiliteetit olivat näillä osa-alueilla matalia (taulukko 2.2). Käytetyt mittarit ovat kokonaisuutena riittävän luotettavia uskottavien johtopäätösten tekemiseen (α_{Lukio} = 0,87 ja α_{Amm} = 0,84). Samoin osamittareista voidaan arvioida kohtuullisen luotettavasti Funktioita (α_{Lukio} = 0,82 ja α_{Amm} = 0,66) ja Geometriaa (α_{Lukio} = 0,73 ja α_{Amm} = 0,65). Algebran osa-alueen reliabiliteetti on kohtuullinen, kun aineistoja käsitellään yhdessä ($\alpha_{Lukio+Amm}$ = 0,71). Erillisissä aineistoissa summien erottelukyky jää alle perinteisen hyväksyttävän alarajan (α_{Lukio} = 0,55 ja α_{Amm} = 0,49). Luvut ja laskutoimitukset- ja Tilastot ja todennäköisyys -osa-alueilla reliabiliteetit jäävät pienen pistemäärän vuoksi mataliksi (α_{Lukio} = 0,27–0,34 ja α_{Amm} = 0,26–0,56). On hyvä pitää mielessä, että summien erottelukyvyt ovat tarkimmillaan niillä osa-alueilla, joissa osioiden määrä oli kohtuullisen suuri.

TAULUKKO 2.2. Testin osa-alueet 9. luokan näkökulmasta

9. luokan testin osa-alueet	Lukiotesti			Ammatillisen koulutuksen testi		
	osioiden määrä	pistemäärä	reliabiliteetti (α)	osioiden määrä	pistemäärä	reliabiliteetti (α)
Koko koe	28	52	0,87	30	46	0,84
Algebra	6	8	0,55[3]	6	8	0,49[3]
Funktiot[1]	11	31	0,82	12	22	0,66
Geometria[1]	7	14	0,73	7	14	0,65
Luvut, laskutoimitukset	3	3	0,27	3	3	0,26
Tilastot ja todennäköisyys	2	2	0,34	5	5	0,56
9. luokalle kuulumaton aines[2]	2	12		1	6	

1) Kolme Geometrian tehtävää luokittui myös Funktiot-osa-alueelle. Vastaavasti tietenkin kolme Funktiot-osa-alueen tehtävää luokittui Geometrian alueen tehtäviksi.
2) Nämä kaksi vaativaa ylioppilastehtävää luokittuivat Funktiot-osa-alueelle, johon ne on laskettu mukaan.
3) Kokonaisaineistossa Algebran osa-alueen reliabiliteetti on α = 0.71

Mittareiden validiteetin näkökulmasta on oleellista huomata, että lukiotestissä osaamista arvioitiin vain osalta lukiokursseilla opettavia alueita (taulukko 2.3). Valtaosa tehtävistä sijoittuu ensimmäisten kurssien (MAA1 ja MAA2 sekä MAB1 ja MAB2) ainekseen; 74–81 % kokonaispistemäärästä tulee näiltä alueilta. Uudessa nuorten lukiokoulutuksen opetussuunnitelman perusteissa (OPH, 2015) suuri osa sisällöistä sijoittuu yhteiseksi sekä lyhyelle että pitkälle matematiikalle (MAY1). Toinen huomion arvoinen seikka on, että yhtä tehtävää lukuun ottamatta yksittäiset tehtävät voidaan sijoittaa yhden kurssin sisällön alle. Tästä periaatteesta poiketen viimeisen, lukion pitkän matematiikan tietoja ja taitoja edellyttävän tehtävän ratkaiseminen vaati tietoja derivaatasta (MAA7), integraalilaskennasta (MAA10) sekä differentiaali- ja integraalilaskennan jatkokurssin sisällöistä (MAA13) ja sieltäkin erityistietämystä. Tehtävä oli tarkoituksellisesti valittu niin vaikeaksi, että vain ehdottomasti parhaat opiskelijat voisivat osoittaa siinä osaamistaan. Vain kaksi opiskelijaa kaikista testiin osallistuneista sai tehtävän ratkaistua täysin oikein.

TAULUKKO 2.3. Kokeen osa-alueet lukion matematiikan näkökulmasta

Pitkän matematiikan kurssit	osioiden määrä	piste-määrä	Lyhyen matematiikan kurssit	osioiden määrä	piste-määrä
MAA1 Funktiot ja yhtälöt	12	14	MAB1 Lausekkeet ja yhtälöt	14	36
MAA2 Polynomifunktiot	6	26	MAB2 Geometria	4	8
MAA3 Geometria	4	8	MAB3 Matemaattisia malleja I	1	6
MAA4 Analyyttinen geometria			MAB4 Matemaattinen analyysi		
MAA5 Vektorit			MAB5 Tilastot ja todennäköisyys	2	2
MAA6 Todennäköisyys ja tilastot	2	2	MAB6 Matemaattisia malleja II		
MAA7 Derivaatta[1]	1	2			
MAA8 Juuri- ja logaritmifunktiot					
MAA9 Trigonometriset funktiot ja lukujonot					
MAA10 Integraalilaskenta[1]	1	2			
Syventävät kurssit:			Syventävät kurssit:		
MAA11 Lukuteoria ja logiikka			MAB7 Talousmatematiikka		
MAA12 Numeerisia ja algebrallisia menetelmiä			MAB8 Matemaattisia malleja III		
MAA13 Differentiaali- ja integraalilaskennan jatkokurssi[1]	1	2	Lyhyeen matematiikkaan kuulumaton aines	1	6

1 yksi 6 pisteen tehtävistä edellytti osaamista kolmelta osa-alueelta. Tässä 6 pistettä on jaettu näiden kolmen osa-alueen kesken.

Ammatillisen koulutuksen kolmea opintopistettä vastaavissa matematiikan opinnoissa keskitytään ensisijaisesti ammatissa sovellettavaan matematiikkaan. Ammattitaitoa täydentävissä tutkinnon osissa (yhteiset opinnot) arviointi perustuu kolmiportaiseen luokitteluun: tyydyttävä (T), hyvä (H) ja kiitettävä (K). Kolme kokenutta ammatillisen koulutuksen matematiikan opettajaa luokitteli kokeen tehtävät sen mukaisesti, minkä tasoista osaamista kunkin tehtävän ratkaiseminen edellytti. Konsensusarvion perusteella puolet tehtävistä (50 %) heijasteli *hyvän* osaamisen vaatimustasoa ja neljäsosa *tyydyttävää* ja *kiitettävää* (taulukko 2.5). Pistemäärissä mitattuna testi kuitenkin kallistui vaikeampiin tehtäviin: vaikeammista tehtävistä sai enemmän pisteitä kuin helpoista tehtävistä.

TAULUKKO 2.4. Kokeen osa-alueet ammatillisen koulutuksen matematiikan näkökulmasta

Osaamisen tason mukainen luokittelu	osioiden määrä	piste-määrä	Korvaavat sisällöt	osioiden määrä	piste-määrä
Tyydyttävä (T)	7	7	MAB1 Lausekkeet ja yhtälöt	14	36
Hyvä (H)	15	17	MAB2 Geometria	4	8
Kiitettävä (K)	8	16	MAA2 Polynomifunktiot	6	26
			MAA3 Geometria	4	8
			Ammatilliseen matematiikkaan kuulumaton aines	1	6

On hyvä huomata seuraavat seikat yksittäisistä osioista ja testeistä. Ensiksi, kun tässä arvioinnissa arvioidaan opiskelijoiden osaamisen tasoa toisen asteen koulutuksen loppuvaiheessa, päätelmät perustuvat ensisijaisesti 9. luokan oppisisältöihin ja *ensimmäisillä* kursseilla opetettuihin asioihin. Nämä asiat saavat vahvistusta pitkän matematiikan kursseilla; käytännössä jokainen pidemmälle menevä kurssi perustuu lukujen, lukujonojen ja peruslaskutoimitusten hyödyntämiseen.

Toiseksi, ensimmäisten kurssien sisällöt opetetaan yleensä opintojen alussa ja näin ollen ammatillisessa koulutuksessa ja lukion lyhyen matematiikan kursseilla matemaattisten perusasioidenkin unohtaminen on odotettavampaa kuin pitkän matematiikan opinnoissa, sillä osaamista vahvistetaan selvästi vähemmän kuin lukion pitkän matematiikan opinnoissa.

Kolmanneksi, alaluokkien aineistojen vertaistamisessa 9. luokan kokonaisosaamiseen laskettiin mukaan myös funktiolaskut (ks. tarkemmin Metsämuuronen, 2013a). Ymmärrettävästi niitä ei kuitenkaan voitu ottaa mukaan alaluokkien pitkittäisvertailuun, sillä näitä ei opeteta vielä alemmilla luokilla. Tässä mittauksessa funktiolaskuilla on oleellinen rooli. Aiempaa 9. luokan otosta ja kaikkia 9. luokan kokeen tehtäviä käytetään hyödyksi toisen asteen kokeeseen valittujen uusien osioiden vaikeustason määrittelyssä. Tähän paneudutaan tarkemmin luvussa 2.3.

Neljänneksi, tehtäviä valikoitaessa ”liian helpot” tehtävät jätettiin toisen asteen kokeista pois. Tästä seurasi se, että kaikki tehtävät ovat kyllä erottelukyvyltään hyviä, mutta erityisesti ammatillisen koulutuksen koe oli kokeneiden opettajien mielestä liian vaativa heikoimmille opiskelijoille. Mukana on kuitenkin yksi tehtävä, joka on ollut mukana kaikilla mittauskerroilla perusopetuksen 3. luokalta lähtien ja useampia 6. luokalla mukana ollutta tehtävää.

Viidenneksi, ammatillisen kokeen viimeisenä jokeritehtävänä oli erittäin vaikea lukion pitkän matematiikan tehtävä, jossa menestyminen ei kuulunut lyhyen matematiikan eikä ammatillisen koulutuksen sisältöihin. Tehtävä jouduttiin lisäämään teknisistä syistä ammatilliseen kokeeseen; ilman tätä vaikeaa tehtävää ammatillisen koulutuksen opiskelijat olisivat olleet pakotettuja saamaan – teknisistä syistä johtuen – selvästi heikomman tuloksen kuin lukion opiskelijat. Asiaan syvennytään tarkemmin luvussa 2.3 ja liitteessä 1, joissa kuvataan mittareiden vertaistamista. Tehtävää ei huomioitu, kun opiskelijoita luokiteltiin asteikolle ”Tyydyttävä”, ”Hyvä” ja ”Kiitettävä”.

2.2.2 Tehtävien tarkistus ja tarkistuksen kalibrointi

Tehtäväsarjat koostuivat yhdeksästä yhteisestä monivalintatehtävästä ja yhdeksästä tuottamistehtävästä, joista viisi oli yhteisiä molemmille tehtäväsarjoille. Tuottamistehtävät jaettiin edelleen osatehtäviin (a – e) eli osioihin. Monivalintatehtävät koodattiin optisesti sellaisinaan aineistoksi. Tehtävät pisteitettiin keskitetysti osittain Helsingin yliopiston Opettajankoulutaitoksella ja osittain Karvissa.

Kaksi erillistä ryhmää pisteitti avotehtävät ennalta laadittujen korjausohjeiden mukaisesti; toinen ryhmä pisteitti lukiokokeet ja toinen ammatillisen koulutuksen kokeet. Koska valtaosa tehtävistä tuli sellaisinaan 9. luokan kokeesta, käytettiin näissä tehtävissä hyväksi 9. luokalla valmisteltuja kattavia korjausohjeita. Kaikki yhteiset tehtävät arvioitiin samoilla kriteereillä sekä lukiokokeessa että ammatillisen koulutuksen kokeessa sen varmistamiseksi, että pisteitys vastaisi linkkitehtävissä aiempaa 9. luokan kokeen pisteitystä. Uusia tehtäviä varten KT Laura Tuohilampi Helsingin yliopistosta valmisteli korjausohjeet. Hän valvoi myös sitä, että eri tiimien välillä pisteitys noudattaisi samoja periaatteita. Oppimistulosarvioille tyypillisesti (ks. Metsämuuronen, 2009a) noin 10 % papereista vielä tarkistettiin erillisen (saman) lukijan toimesta yhdenmukaisuuden varmistamiseksi. Tämän teki matematiikan oppiaineen korkeakouluharjoittelija Anne Kivistö. Osittain aineistoa pisteitettiin uudelleen Karvissa.[3]

2.2.3 Esimerkkejä eritasoisista tehtävistä

Tehtäväsarjoihin valittiin 9. luokan kokeesta sellaisia tehtäviä, joiden arveltiin soveltuvan sekä lukioon että ammatilliseen koulutukseen. Yksi helpoista tehtävistä oli seuraava:

Arpakuutiota heitetään yhden kerran. Mikä seuraavista tulosvaihtoehdoista on todennäköisin?	**a)**	Silmäluku on 1.
	b)	Silmäluku on pienempi kuin 3.
	c)	Silmäluku on 6.
	d)	Silmäluku on parillinen.
	e)	Silmäluku on suurempi kuin 2.

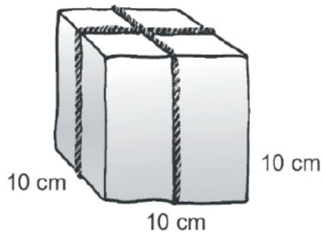
3 Yhdessä tehtävässä alkuperäisessä 9. luokan (ja alun perin 6. luokan) kokeen korjausohje oli puutteellinen. Tehtävään oli nimittäin kaksi oikeaa vastausta, mutta 6. luokalla ei osattu ratkaista näistä kuin toinen. Näin korjausohjeissa vain toinen ratkaisuista sai pisteen, mutta toista vaihtoehtoa ei mainittu pistettä tuovana vaihtoehtona. Osa tarkastajista noudatti ohjetta tarkasti, mutta osa huomioi tämän korjausohjeiden heikkouden. Tämän vuoksi koko aineisto yhdenmukaistettiin tältä osin uudelleen keskitetysti Karvissa. Uudelleenkoodauksen teki korkeakouluharjoittelija Anne Kivistö.

Toinen jälkikorjaus tehtiin ammatillisen kokeen pisteitykseen. Kun alun perin valittiin linkkitehtäviä vuoden 1998 ammatillisen koulutuksen kokeesta, kaksi kolmen osion tehtäväkokonaisuutta soveltui hyvin tähän tarkoitukseen. Tehtäviä valittaessa oletettiin, että tehtävät olivat pistemäärältään 6 pisteen tehtäviä – ja näin ollen kustakin osiosta saisi 2 pistettä. Korjausohjeet laadittiin tämän skenaarion mukaisesti, ja näin korjaajat pisteittivät testit. Lopulta kuitenkin vuoden 1998 aineiston perusteella havaittiin, että ko. tehtävät olivatkin 3 pisteen kokonaisuuksia – alun perin kustakin osiosta saikin vain 1 pisteen. Pistemäärät korjattiin vastaamaan alkuperäistä pisteitysskeemaa siten, että 2 pistettä (täydet pisteet) muutettiin 1:ksi ja 1 pistettä nollaksi. Vaihtoehtona olisi ollut nostaa 1 vastaamaan täysiä pisteitä (eli jättää 1:ksi), mutta tämä vaihtoehto tuotti epäuskottavan korkeita arvoja vuoden 2015 aineistossa verrattuna vastaaviin tehtäviin vuonna 1998. Pistekorjaukset suoritti jatko-opiskelija Visajaani Salonen Karvissa.

Tämä Tilastot ja todennäköisyys -osa-alueen tehtävä oli käytössä jo 6. luokan kokeessa, jolloin sen sai oikein 60 % oppilaista. Myöhemmin 9. luokalla sen sai oikein 72 % oppilaista. Vuoden 2015 mittauksessa tehtävä oli siitä poikkeuksellinen, että sen sai oikein *jokainen ammatillisen* koulutuksen kokeeseen osallistunut opiskelija, mutta *lukiolaisista* siitä suoriutui onnistuneesti 90 % opiskelijoista. Kaikissa muissa tehtävissä lukiolaiset suoriutuivat keskimäärin paremmin kuin ammatillisen koulutuksen opiskelijat.

Yksi tehtävistä on ollut mukana kaikissa mittauksissa 3. luokalta lähtien. Tehtävä on varsin yksinkertainen: kuinka paljon narua tarvitaan tietyn kokoisen laatikon ympärille.

Kuvan laatikon kaikki särmät ovat 10 cm pitkiä.
Kuinka pitkä on ympärillä oleva naru?



Tästä Geometrian osa-alueen tehtävästä oli mahdollisuus saada 3 pistettä ja täysiin pisteisiin vaadittiin oikean vastauksen lisäksi jokin matemaattinen peruste nauhan pituudesta (kuten 4 sivua x 10 cm x 2 = 80 cm). Erikoista on se, että lukiolaisistakaan peräti 17 prosenttia ei saanut tehtävässä yhtään pistettä ja ammatillisen koulutuksen opiskelijoista 31 prosenttia jäi ilman pisteitä. 9. luokalla ilman pisteitä jääneitä oli 29 prosenttia, 6. luokalla 46 prosenttia ja 3. luokalla 50 prosenttia. Tyypillinen virhe tehtävässä oli se, että opiskelijat arvelivat nauhan pituudeksi 60 cm. Eräs lukiolaisista antoi vastaukseksi: ”60 cm = 1 m” – pyöristyssääntöjä oikein noudattaen. 60 cm vastauksen taustalla on tietenkin ilmeinen ajatteluvirhe, jonka jotkut vastaajat kirjoittivatkin vastaukseensa: kuutiossa on kuusi särmää, joten narun pituus on 6 x 10 cm – monelta jäi huomaamatta, että naru menee kahdesti päällekkäin.

Kolmas esimerkki on Funktioita ja Geometriaa yhdistävä lyhyen matematiikan ylioppilaskoetehtävä, jonka arveltiin soveltuvan käytännöllisyytensä vuoksi myös ammatilliseen koulutukseen – ainakin teknisille aloille.

> Polkupyörän digitaalinen mittari näyttää kuljetun matkan ja ajonopeuden, kun siihen on syötetty etupyörän ulkokehän pituus. Mittari määrittää matkan kertomalla ulkokehän pituuden etupyörän pyörähdysten lukumäärällä ja nopeuden jakamalla ulkokehän pituuden pyörähdysajalla. Anteron pyörässä renkaan ulkokehän halkaisija on 26,0 tuumaa (1 tuuma = 25,40 mm).
>
> **a)** Laske renkaan kehän pituus millimetrin tarkkuudella.
>
> **b)** Antero mittaa renkaan ulkokehän pituuden mittanauhalla ja saa pituudeksi 209,5 cm. Kun tämä virheellinen arvo syötetään mittariin, kuinka pitkäksi mittari mittaa 20,0 kilometrin matkan?
>
> **c)** Jos nopeusmittari näyttää tasan 30 km/h, mikä on polkupyörän todellinen nopeus?

Kokeneet ammatillisen koulutuksen matematiikan opettajat luokittelivat osiot a, b ja c vastaaville vaativuustasoille T, H ja H+ eli helpoiksi ja keskivaikeiksi. Tehtävä osoittautui kuitenkin yllättävän haasteelliseksi sekä lukiolaisille että ammatillisen koulutuksen opiskelijoille. Renkaan kehän pituuden (tehtävän a-osion) sai laskettua oikein 36 % lukiolaisista ja 1 % ammatillisen koulutuksen opiskelijoista, vaikka periaatteessa tehtävä edellytti vain tyydyttävän tasoista osaamista – tehtävähän on varsin suoraviivainen ympyrän piirin ratkaiseminen peruskaavalla ja siihen liittyvä mekaaninen yksikkömuunnos. Tehtävän b-osiosta suoriutui 15 % lukiolaisista ja 7 % ammatillisen koulutuksen opiskelijoista ja c-osiosta 9 % lukiolaisista ja 3 % ammatillisen koulutuksen opiskelijoista.

Neljäs esimerkki on useita eri matematiikan osa-alueita yhdistävä, yksinkertaisen oloinen, mutta lopulta erittäin vaativa pitkän matematiikan ylioppilaskoetehtävä.

> Eräälle käyrälle pisteeseen (x, y) piirretyn tangentin kulmakerroin on puolet pisteen ja origon kautta kulkevan suoran kulmakertoimesta. Määritä käyrän yhtälö, kun lisäksi tiedetään, että se kulkee pisteen (4,1) kautta.

Tehtävän oikein suorittaminen edellytti tietoja kursseilta MAA2 (Polynomifunktiot), MAA7 (Derivaatta), MAA10 (Integraalilaskenta), ja MAA13 (Differentiaali- ja integraalilaskennan jatkokurssi). Tehtävä valittiin tietoisesti vaikeaksi, että sen avulla aivan parhaat opiskelijat saattoivat osoittaa parasta osaamistaan. Tehtävä osoittautui niin vaativaksi, että matematiikkaan erikoistuneen lukion neljästä parhaasta opiskelijasta vain yksi sai sen ratkaistua täysin oikein. Koko aineistossa tehtävän ratkaisi täysin oikein kaksi opiskelijaa. Vaikeusastetta lisäsi se, että tehtävän ratkaisussa tarvitaan tietoa, jota periaatteessa ei tarvitse opettaa lukion kursseilla. Opiskelijoista 98 % ei saanut tehtävästä yhtäkään pistettä. Kaikkiaan 42 opiskelijaa 2051 vastanneesta sai joitain pisteitä ja näistä 28 (67 %) sai yhden pisteen ongelman havainnollistamisesta koordinaatistossa. Tehtävän motiivi oli antaa hyvin osaavien opiskeljoiden näyttää, kuinka korkealle osaaminen voi nousta toisen asteen opintojen aikana.

2.2.4 Asennemittarit ja taustakyselyt

Oppimistulosarviointien yhteydessä koottiin taustatietoja opiskelijoiden kielitaustasta, kodin tuesta matematiikan opintoihin, opiskelutavoista, kouluviihtyvyydestä ja -kiusaamisesta, opettajien pedagogisista ratkaisuista ja opiskelijoiden asenteista oppiainetta kohtaan. Asennemittari on sama kuin 9. luokalla. Vakiotestinä on vuodesta 1998 lähtien käytetty Fenneman ja Shermanin (1978) asennetestin pohjalta rakennettua testistöä, jossa kartoitetaan asennetta oppiaineeseen kolmella dimensiolla: käsitys itsestä oppiaineen osaajana (OSAA), oppiaineesta pitäminen (PITÄÄ), ja käsitys oppiaineen hyödyllisyydestä (HYÖTY). Kutakin dimensiota mitataan viidellä osiolla (taulukko 2.5). Alkuperäistä Fenneman ja Shermanin mittaria on lyhennetty, ja sen pituus vastaa kansainvälisissä sovelluksissa käytettyä versiota (ks. esimerkiksi *Programme for International Student Assessment* [PISA], OECD, 2003a; 2006 ja *Trends in International Mathematics and Science Study* [TIMSS] -mittaukset, TIMSS, 2003; 2006) (Metsämuuronen, 2009a). Suomalaisessa versiossa väitteitä on selvästi yksinkertaistettu ja negatiivisia osioita on joko käännetty tai poistettu niin, että kahdella dimensioista (PITÄÄ ja HYÖTY) on vain yksi käänteinen osio ja yhdellä (OSAA) kaksi käänteistä osiota. Lisäksi kansainvälisiin sovelluksiin nähden asteikossa on käytetty 5-portaista Likertin asteikkoa 4-portaisen sijaan (ks. tarkemmin vertailu Metsämuuronen, 2012). Vakiomittariin liittyvät summamuuttujat ovat hyvin erottelevia (α = 0,83–0,92) sekä lukioaineistossa että ammatillisen koulutuksen aineistossa.

Edellä mainitun ns. vakiomittarin lisäksi 9. luokan kokeessa mitattiin kodin antamaa tukea matematiikan opintoihin sekä matematiikka-ahdistusta. Näissä summissa erottelukyky on kohtuullinen (α = 0,72–0,76). Kaikkia näitä osamittareita tutkittiin 5-portaisella Likertin asteikolla, jossa asenneväittämiin vastattiin vaihtoehdoilla *Olen täysin eri mieltä* (1), *Olen jonkin verran eri mieltä* (2), *kantani on epävarma tai minulla ei ole selvää käsitystä* (3), *Olen jonkin verran samaa mieltä* (4) ja *Olen täysin samaa mieltä* (5). Analyyseja varten lopullisten summien 1–5 -asteikko skaalattiin uudelle asteikolle joka vaihteli välillä 0–4; tällöin arvo 2 vastaa neutraalia, arvot 0–1 negatiivista asennetta ja arvot 3–4 positiivista asennetta.

Uutena asenneasteikkona käytettiin Laura Tuohilammen kehittelemää testiä, jossa yhdeksän erilaista tunnetilaa (innostus, kiinnostus, tylsyys, pitäminen, turhautuminen, viha, ahdistus, avuttomuus, tyytyväisyys) yhdistettiin matematiikan opiskeluun. Kysymykseen *Missä määrin alla esitetty tunnetila yhdistyy matematiikan opintoihisi?* vastattiin vaihtoehdoilla *ei lainkaan* (0), *harvoin* (1), *joskus* (2), *usein* (3) ja *lähes aina* (4). Tunnetilat muodostivat kaksi faktoria: Positiiviset tunnetilat (innostus, kiinnostus, pitäminen, tyytyväisyys ja tylsyys) ja Negatiiviset tunnetilat (turhautuminen, viha, ahdistus, ja avuttomuus). Osioista *tylsyys* latautui selvästi positiivisten tunnetilojen faktorille, joskin negatiivisesti. Summaamisvaiheessa tämä osio käännettiin. Muuttujista muodostettiin myös kokonaistunnetila positiiviseen suuntaan (Positiivinen tunnetila kokonaisuutena), jossa negatiiviset tunnetilat ja *tylsyys* käännettiin ennen summaamista. Summamuuttujat ovat hyvin erottelevia (α = 0,86–0,90) sekä lukioaineistossa että ammatillisen koulutuksen aineistossa.

TAULUKKO 2.5. Asennemittareiden osa-alueet

Asenneasteikot	osioiden määrä	piste-määrä	reliabiliteetti (α) koko aineisto	reliabiliteetti (α) Lukio	reliabiliteetti (α) Ammatillinen koulutus
Käsitys itsestä oppiaineen osaajana (OSAA)	5	20	0,86	0,86	0,87
Oppiaineesta pitäminen (PITÄÄ)	5	20	0,92	0,92	0,91
Oppiaineen koettu hyödyllisyys (HYÖTY)	5	20	0,83	0,83	0,83
Kokonaisasenne (OSAA + PITÄÄ + HYÖTY)	15	60	0,92	0,92	0,91
Kokemus kodin tuesta matematiikan opintoihin	3	12	0,74	0,73	0,72
Matematiikka-ahdistus	3	13	0,75	0,76	0,74
Tunnetila matematiikan opiskelussa – positiiviset tunnetilat	5	20	0,90	0,90	0,90
Tunnetila matematiikan opiskelussa – negatiiviset tunnetilat	4	16	0,86	0,86	0,86
Tunnetila matematiikan opiskelussa – positiivinen kokonaisuutena	9	36	0,90	0,90	0,90

2.3 Pitkittäisarviointiin liittyviä näkökulmia

2.3.1 Pitkittäisaineisto ja nollaluokan aineisto

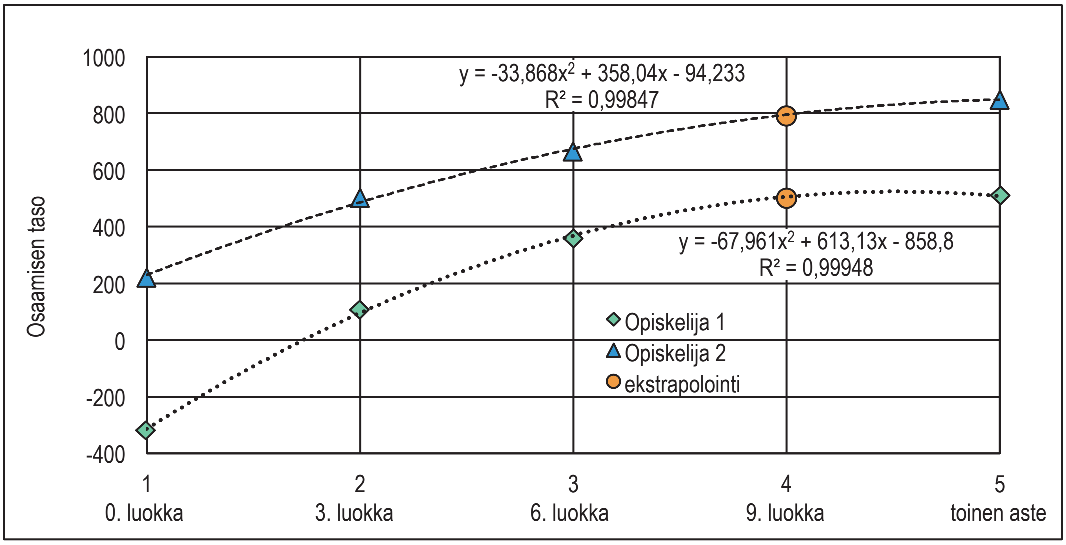
Vaikka kyseessä on lähes koko kouluajalta kootun pitkittäisaineiston analysointi, osaamisen muutosta ja sitä selittäviä tekijöitä ei juuri käsitellä tässä raportissa, vaan keskitytään osaamisen tason kuvaamiseen ammatillisen koulutuksen lopussa. Taustamuuttujien yhteydessä kuvataan osaamisen muuttuminen vuosien varrella. Varsinaiset mittaukset tehtiin 3. luokan alussa, 6. luokan alussa ja 9. luokan lopussa. Näiden varsinaisten mittausten lisäksi rakennettiin myös ns. nollaluokka-aineisto, joka antaa yleiskäsityksen siitä, mistä osaamisen taso alkaa nousta koulun alkaessa 1. luokan alussa.

Kouluun tulon vaihetta (0-luokka) ei siis suoraan mitattu, mutta aineisto konstruoitiin kolmannen luokan aineiston perusteella seuraavasti. Ensimmäisessä vaiheessa kolmelta varhaiskasvatuksen matematiikan opetuksen asiantuntijalta (Pirjo Aunio, Heidi Krzywacki ja Jari-Matti Vuorio, Helsingin yliopisto) kysyttiin heidän käsitystään siitä, kuinka moni prosentti kouluun tulijoista olisi koulun alkaessa osannut kunkin yksittäisen tehtävän kolmannen luokan alussa pidetystä kokeesta. Osa tehtävistä olisi ollut selvästi liian vaikea kaikille oppilaille, ja kaikki asiantuntijat olivat yksimielisiä siitä, että lukuun ottamatta muutamaa satunnaista poikkeusta yksikään koulutulokas ei olisi hallinnut tehtäviä. Tällaisia tehtäviä olivat mm. kertolaskuihin liittyvät prosessit. Osassa tehtävistä asiantuntijoiden mielipiteet poikkesivat hieman toisistaan; osa edusti ”lempeämpää” näkemystä – hieman useampi osaisi tehtävän oikein – ja osa ”tiukempaa” näkemystä – hieman vähemmän olisi osannut tehtävän oikein. Tuonnempana pitkittäismuutosta kuvaavissa kuvioissa 0-luokan arvot on esitetty tiukemman arvion perusteella. Lempeämmän arvion mukaan kokonaisosaaminen koulua aloitettaessa olisi ollut noin 50 yksikköä korkeampi.

Nollaluokan datan rakentamisen toisessa vaiheessa 3. luokan aineistoa muokattiin edellisessä vaiheessa syntyneiden asiantuntijamielipiteiden pohjalta seuraavien periaatteiden mukaisesti. Ensiksi, 0-luokan oppilaat eivät osaa enempää kuin 3. luokan oppilaat. Toisin sanoen jos asiantuntijat ehdottivat korkeampaa ratkaisuprosenttia kuin 3. luokan kokeessa, arviota alennettiin hieman. Toiseksi, jos oppilas ei osannut tehtävää 3. luokalla, hän ei osannut sitä myöskään 0-luokalla. Kolmanneksi, 3. luokan kokeessa heikoimmat oppilaat eivät olisi suoriutuneet 0-luokan kokeesta paremmin kuin parhaat oppilaat. Viimeksi mainittu tarkoittaa sitä, että kun pisteitä otettiin pois, ne otettiin systemaattisesti heikoimmilta oppilailta. Jos asiantuntijat arvelivat, että korkeintaan 5 prosenttia oppilaista pystyisi suoriutumaan tehtävästä, 5 prosentille parhaista oppilaista jätettiin pisteet ja muilta (95 prosenttia heikoimmista oppilaista) oikea vastaus korvattiin nollalla (virheellisellä vastauksella). Mikäli parhaimpaan 5 prosenttiin kuuluvilla oppilailla oli virheitä, vastauksia ei korjattu oikeiksi.

2.3.2 Pitkittäisaineisto ja puuttuvien havaintojen mallittaminen

Pitkittäisaineisto tuottaa yhtäältä tilanteen, että aikasarjan kaikissa mittauspisteissä ei opiskelijalta saatu tietoa. Opiskelija saattoi olla mukana 0.-, 3.- ja 6. luokan aineistossa ja toisen asteen lopun aineistossa, mutta ei ehkä 9. luokan aineistossa. Toisaalta pitkittäisaineisto antaa mahdollisuuden mallittaa yksittäisen opiskelijan puuttuvan tiedon aiempien mittaustulosten avulla. Mikäli opiskelijalla oli kokonaisosaamisen osalta toisen asteen lopun ja 6. luokan alun mittaustulos, mutta 9. luokan mittaustulos puuttui, puuttuva tieto mallitettiin henkilökohtaisesti trendin perusteella. Korvaavan arvon lähtökohtana oli edeltävän ja jälkimmäisen mittauspisteen keskiarvo, jota korjattiin käyräviivaisen trendin mukaisesti kuvion 2.1 mukaisesti, mikäli tiedossa oli tieto kaikista muista mittauspisteistä. Ymmärrettävästi arvio on karkea, mutta on suuntaa-antava lähtötaso kyseisillä henkilöillä arvioitaessa muutosta 9. luokan ja lukion välillä.



KUVIO 2.1. Yksittäisten puuttuvien tietojen korvaaminen pitkittäisaineistossa

Kaikkiaan 109 puuttuvaa tietoa 9. luokan aineistossa ja 32 6. luokan aineistossa korvattiin edellä kuvatulla tavalla.

2.3.3 Pitkittäisaineiston analysoinnin haasteita

Metsämuuronen (2009a; 2010a; 2013a) on pohtinut kansallisen oppimistulosarvioinnin pitkittäisaineistoihin liittyviä menetelmällisiä haasteita. Keskustelu liitetään tähän, ja kritiikkiin pyritään vastaamaan kyseessä olevan aineiston näkökulmasta. Koulututkimuksen piirissä muutoksen mittaamiseen on vuosien varrella kiinnitetty paljonkin kriittistä huomiota (mm. Cronbach & Furby 1970; Linn & Slinde 1977; Linn 1981; Bezruczko 2004). Muiden muassa Bryk ja Raudenbush (1987), Cohen ja Cohen (1975), Rogosa, Brandt ja Zimowski (1982) sekä Collins ja Horn (1991) ovat kehitelleet muutosmittauksen metodologiaa. Keskeisinä haasteina muutosta tutkittaessa nousee esiin kolme tekijää.

Ensiksi muutoksen reliabiliteetti (*change score reliability*), jota perinteisesti mitataan testi-uusintatestikorrelaatiolla tai intra-class korrelaatiolla (ICC), jää usein näennäisesti matalaksi. Tällöin haaste on Brykin ja Raudenbushin (1987) mukaan se, että mittausmenettelystä voi seurata se, että yksilön osaamisessa ei näytä tapahtuvan muutosta. Heidän mukaansa muutoksen mittaaminen tapahtuu yleensä mittareilla, joita ei ole tarkoitettu varsinaiseen muutoksen mittaamiseen vaan tiettynä aikana kertaluonteiseen yksilöiden osaamisen tason mittaamiseen. Erityisesti jos tällöin vielä standardoidaan mittatulokset eri ikäluokilla erikseen (kuten esimerkiksi tapahtuu Suomessa ylioppilaskokeiden yhteydessä), eliminoidaan muutoksen mittaamisen mahdollisuus tehokkaasti. Psykometrisia mittauksia olisi Brykin ja Raudenbushin mukaan hyvä kehittää siihen suuntaan, että mittaukset huomioisivat sekä yksilön tason että muutoksen mittaamiseen. Tässä pitkittäisaineistossa tähän haasteeseen on vastattu muuttamalla eri vuosien osaaminen vertailukelpoiseksi IRT-mallinnuksen avulla. Testit luotiin tarkoituksellisesti pitkittäismittausta varten, ja siksi suuri määrä (78 %) linkkitehtäviä pitää huolen siitä, että vertailu yli ajan on niin uskottavaa kuin se ylipäänsä voi olla.

Toiseksi mittausten välillä saattaa ilmetä vaikeasti selitettäviä negatiivisia korrelaatioita loppumittauksen ja alkumittauksen välillä. Bereiter (1963) on osoittanut tämän johtuvan ainakin osittain mittausvirheestä. Negatiivinen korrelaatio syntyy käytännössä siitä, että heikoimmat opiskelijat saavat myöhemmän mittauksen perusteella paremman muutoslukeman (*gain score*) kuin alun perin parhaimmat opiskelijat. Todellinen yhteys alkumittauksen ja lisääntyneen kasvun välillä on Brykin ja Raudenbushin mukaan (1987) tyypillisesti vaikeasti tavoitettava. Negatiivisia korrelaatioita syntyi myös aiemmissa Opetushallituksen pitkittäisaineistoissa (Metsämuuronen 2010a; 2013a). Tämän tosin on tulkittu olevan luonnollista: ilmeistä on, että lähtötasoltaan heikompien oppilaiden osaamisen on mahdollisuus kehittyä enemmän kuin jo valmiiksi hyvien oppilaiden. Analysoinnissa tämä huomioidaan siten, että ei käsitellä niinkään muutosta itsessään vaan muutosta vasta sen jälkeen, kun lähtötilanne on ensin otettu huomioon. Teknisesti tämä tapahtuu kovarianssianalyysin avulla.

Kolmanneksi IRT-mallinnuksen piiristä (mm. Embretson & Reise, 2000; Bezruczko, 2004) nousee kritiikkiä raakapisteiden käyttöä kohtaan siitä näkökulmasta, että raakapisteissä tapahtuvaa muutosta on käytännössä mahdoton tulkita mielekkäästi tai tarkasti. Tämä johtuu siitä, että muutos ei ole lineaarista. Psykometrisen viimeisimmän tietämyksen mukaan IRT-mallinnus ja sen avulla mittausten vertaistaminen tuo tässä mielessä etua klassiseen raakapisteillä mitattavaan testi-uusintatestimittaukseen (mm. Wright, 1968; Hambleton, 1993; Béguin, 2000; Reeve, 2002; Linacre, 2003; Schumacker, 2005). Tässä arvioinnissa aineistojen vertaistaminen on nimenomaan tehty IRT-mallinnuksella.

Edellisten lisäksi Bryk ja Raudenbush (1987) kritisoivat pitkittäisasetelmia siitä, että muutostutkimuksissa on usein tyydytty kahden mittauskerran asetelmaan. Tätä Bryk ja Raudenbush (1987) samoin kuin Bryk ja Weisberg (1977) ja Rogosa, Brandt ja Zimowski (1982) pitävät liian vähäisenä määränä muutoksen mittaamisen kannalta. Kyse on samasta ilmiöstä, josta myös Hautamäki ja Kuusela (2005) ovat keskustelleet: kahden mittauksen avulla saadaan selville muutos ja sen määrä, mutta vasta kolmas mittauskerta kertoo, kuinka pysyviä tulokset ovat. Tässä mielessä käsillä oleva aineisto vastaa melko hyvin tähän haasteeseen: ensimmäisen kerran on ollut mahdollisuutta tutkia neljän mittauskerran – tai jopa viiden, jos nollaluokan mittauskin otetaan huomioon – avulla muutosta.

2.4 Käytetyt muuttujat, termit ja menetelmät

2.4.1 Käytettävät muuttujat

Oppimistuloksia ja asenteita kuvataan arvioinnissa taulukkoon 2.6 kootuilla osa-alueilla.

TAULUKKO 2.6. Osaamisen ja asenteiden osa-alueet muttauksessa

Oppimistulokset	Asenteet
Kokonaisosaaminen	Kokonaisasenne
Algebra	Käsitys itsestä oppiaineen osaajana
Funktiot	Oppiaineesta pitäminen
Geometria	Oppiaineen koettu hyödyllisyys
Luvut ja laskutoimitukset	Matematiikka-ahdistus
Tilastot ja tietojen käsittely	Kodin tuki matematiikan opiskeluun
	Tunnetila matematiikan opiskelussa

Oppimistulokset (tuonnempana osaaminen) ilmaistaan pääsääntöisesti pistemääränä asteikolla, jossa 9. luokan keskiarvo on 500 (ks. Liite 1).[4] Jos opiskelijan osaaminen esimerkiksi 9. luokalla oli 500 ja toisen asteen lopussa 650, osaamisen kasvu on 150 yksikköä/pistettä. Asenteita kuvataan ensisijaisesti asteikolla 0–4, jossa 0 tarkoittaa äärimmäisen negatiivista asennetta, 2 neutraalia asennetta ja 4 äärimmäisen positiivista asennetta. Poikkeuksen tästä tekee Tunnetila matematiikan opiskelussa -osamittareissa, joissa asteikko on 0–4, jossa 0 tarkoittaa ”ei koskaan” ja 4 tarkoittaa ”aina”.

Kukin opiskelija on vastannut sekä testiin että taustakyselyyn, jossa on kysymyksiä muun muassa motivaatiosta, kielitaustasta ja vanhempien koulutuksesta. Näihin tietoihin on liitetty koulutuksen järjestäjiä koskevia demografisia tietoja.

2.4.2 Käytettävät termit

Tuonnempana käytetään tilastolliseen testaukseen liittyvää termiä *tilastollisesti merkitsevä* kuvaamaan sitä, kuinka luotettavasti ryhmien välillä on eroa muissakin kuin otoskouluissa. Ryhmien välillä voi olla pieniä eroja, mikä voi olla myös otoksesta johtuvaa satunnaista vaihtelua. Tilastollisessa testauksessa (kuten esimerkiksi varianssianalyysissa) keskiarvojen eroja on testattu aineiston kokoon ja mittaustapaan sopivalla menetelmällä. Kun tekstissä kerrotaan eron kahden tai useamman ryhmän välillä olevan tilastollisesti merkitsevä, se tarkoittaa, että ero tulisi näkyviin otoksesta

4 Osaamista kuvaavat standardipisteet on muunnettu ns. 10xT-muunnoksella niin, että 9. luokan keskimääräinen oppilas saa arvokseen 500 pistettä ja tätä heikommat saavat luonnollisesti alle 500 olevia arvoja ja paremmat yli 500 olevia arvoja (ks. Liite 1). Asteikko on sama kuin aiemmassa raportissa (Metsämuuronen, 2013d) sekä PISA-, TIMSS- ja PIRLS-tutkimuksissa.

riippumatta. Virhepäätelmän riski on hyvin pieni (esimerkiksi korkeintaan 5 prosenttia). Tämän indikaattorina tekstissä käytetään merkintää $p = 0{,}05$, joka viittaa suoraan 5 prosentin riskiin. Vastaavasti tietenkin esimerkiksi merkintä $p = 0{,}002$ tarkoittaa 0,2 prosentin riskiä tehdä virhepäätelmä ja merkintä $p < 0{,}001$ sitä, että virhepäätelmän riski jää pienemmäksi kuin 0,1 prosenttia.

Toinen tilastolliseen testaukseen liittyvä termi on *efektikoko*. Ero ryhmien välillä voi olla tilastollisesti merkitsevä – eli eroa ryhmien välillä on varmasti otoksesta riippumatta – mutta ero ei välttämättä ole suurta. *Efektikoko kertoo sen, kuinka suurta ryhmien välinen ero on*. Kun esimerkiksi tyttöjen ja poikien keskiarvot ovat samat ja jakaumat samanlaiset, efektikoko on nolla. Jos taas esimerkiksi poikien tulos olisi tyttöjen tulosta niin paljon parempi, että 80 % pojista sijoittuu tyttöjen keskiarvon yläpuolelle, efektikoko on suuri. Efektikoon mittana käytetään raportissa ensisijaisesti Cohenin *f-, d-* ja *h*-mittoja (Cohen, 1988), koska niiden arvot ovat helposti vertailtavissa eri aineistoissa ja koska niille on olemassa karkeita rajoja kuvaamaan efektikoon pienuutta tai suuruutta. Cohenin *f* on käytössä, kun vertaillaan kahta tai useampaa keskiarvoa, Cohenin *d*, kun kuvataan korrelaation suuruutta ja Cohenin *h*, kun vertaillaan prosenttiosuuksia toisiinsa. Karkeat rajat efektikoon suuruudelle on esitetty taulukossa 2.7.

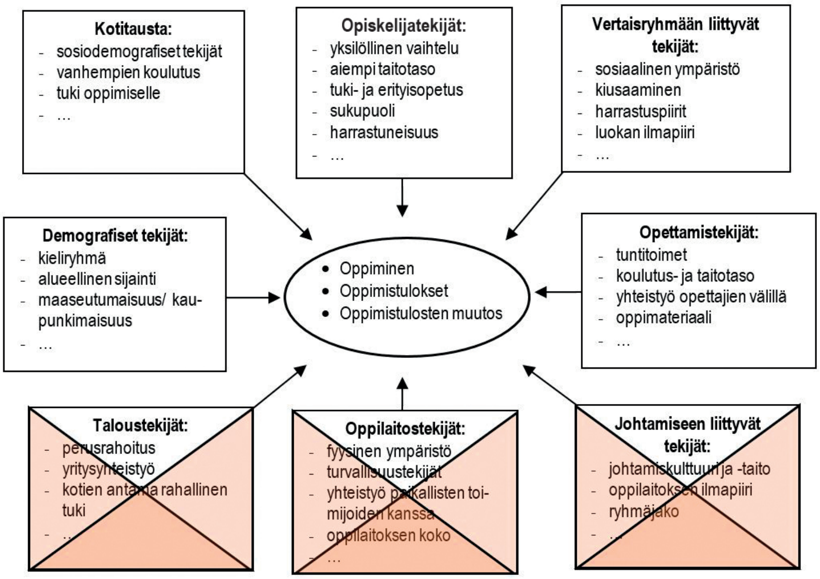
TAULUKKO 2.7. Efektikokojen rajat

efektikoon indikaattori	pieni efektikoko	keskisuuri efektikoko	suuri efektikoko
Cohenin f	< 0,1	noin 0,2–0,3	> 0,4
Cohenin d	< 0,2	noin 0,4–0,5	> 0,8
Cohenin h	< 0,2	noin 0,4–0,5	> 0,8

Korrelaatioiden ja regressiomallien yhteydessä käytetään edellisten lisäksi termiä *selitysaste*, joka kertoo, kuinka monta prosenttia muuttujat selittävät toistensa vaihtelusta. Kun kaksi muuttujaa on täydellisessä yhteydessä toisiinsa (kuten esimerkiksi osaaminen raakapisteinä ja prosentteina maksimipistemäärästä), korrelaatio (r) muuttujien välillä on $r = 1$. Tällöin riittää, kun tiedetään toinen muuttujista; toinen selittää täydellisesti toisen – selitysaste on 1,00 eli prosentteina ilmaistuna 100 %. Mikäli korrelaatio puolestaan olisi suuruudeltaan $r = 0{,}40$, selitysaste olisi $r^2 = 0{,}4 \text{x} 0{,}4 = 0{,}16$ eli muuttujat selittäisivät toisistaan 16 % ja ilmiöstä jäisi selittymättä 84 %. Varianssianalyysin yhteydessä selitysasteena käytetään Eetan neliötä (η^2) tai osittais-Eetan neliötä (*partial eta-squared*, η_p^2, ks. Pierce, Block & Aguinis, 2004), kun kyseessä on useita selittäviä tekijöitä. Regressiomallien yhteydessä kuvataan selitysasteena multippelikorrelaatiokertoimen neliö R^2. Kun muuttujia on mallissa useampia kuin yksi, R^2 antaa hieman liian suuren arvion selitysasteesta, koska korrelaatiokertoimen neliö johtaa aina positiiviseen suuntaan menevään satunnaiseen vaihteluun. Tätä korjataan ohjelmistoissa yleisesti Wherryn (1931) korjauksella, jota merkitään tekstissä symbolilla R^2_{Adj}.

2.4.3 Taustamuuttujien käsitteellinen malli

Kun matemaattista osaamista toisen asteen lopussa selitetään erilaisilla muuttujilla, käytetään hyödyksi samaa lähestymistapaa kuin aiemmissakin analyyseissa. Alkuperäisessä mallissa (Metsämuuronen, 2009a) oppimiseen, oppimistuloksiin ja oppimistulosten muutokseen vaikuttavia tekijöitä tarkastellaan kahdeksasta eri näkökulmasta: opiskelijaan liittyvät yksilölliset tekijät, vertaisryhmään liittyvät tekijät, kotiin ja perheeseen liittyvät tekijät, opettajaan ja opettamiseen liittyvät tekijät, koulun johtamiseen liittyvät tekijät, koulun fyysisiin olosuhteisiin liittyvät tekijät, taloustekijät ja demografiset tekijät (kuvio 2.2).



KUVIO 2.2. Taustamuuttujien käsitteellinen malli

Taustakyselyitä ei kohdistettu opettajille eikä rehtoreille. Näin ollen kuvion 2.2 mallissa johtamiseen ja toimipisteen fyysisiin olosuhteisiin liittyvät tekijät jäävät tarkastelun ulkopuolelle, samoin taloustekijät. Opettamiseen liittyviä pedagogisia seikkoja kysyttiin opiskelijoilta ja näin ollen jonkin verran taustatietoa saadaan opettamiseen liittyvistä seikoista. Jossain määrin voidaan kartoittaa myös kotitaustaan ja vertaisryhmään liittyviä tekijöitä – jälkimmäistä lähinnä koulukiusaamisen näkökulmasta. Ammatillisen koulutuksen aineiston yhteydessä opiskelijoiden kurssivalinnat käsitetään oppimistuloksia selittäviksi *opiskelija*tekijöiksi, vaikka ne saattaisivat olla myös osa koulun hallinnollista näkökulmaa.

2.4.4 Analyysimenetelmät

Ryhmien välisiä eroja kuvataan yksinkertaisilla tilastollisilla tunnusluvuilla, kuten osaamisen keskimääräisinä tasoina ja niiden muutoksina. Aineiston analysoinnissa käytetään yleisesti tunnettuja menetelmiä (ks. esimerkiksi Tabachnik & Fidell, 2006 tai suomeksi esimerkiksi Metsämuuronen, 2009b). Keskeisesti käytetään varianssianalyysin (ANOVA) ja regressioanalyysin eri muotoja. Ryhmien välisten erojen *post hoc* -vertailussa käytetään Tukeyn parittaisvertailua.

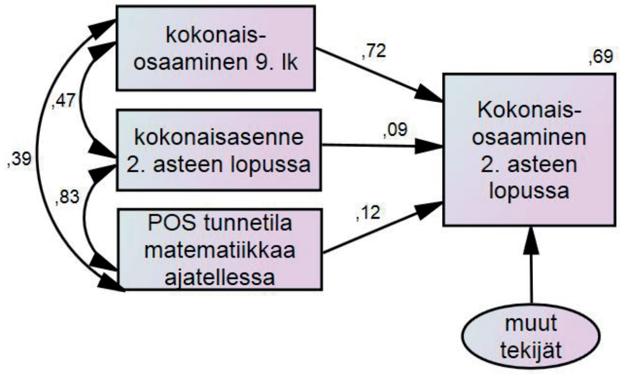
Samoin kuin aiemmissa pitkittäisaineiston raporteissa (Niemi & Metsämuuronen, 2010; Metsämuuronen 2013d)) tässäkin kuvataan numeerisesti testisuureita ja efektikokojen suuruuksia. Käytännössä testisuureet – kuten F-, t- tai χ^2-testiarvot – ja näihin liittyvät merkitsevyystasot (p-arvot) ja efektikoot (f-, d-, ja w-arvot) kuvataan alaviitteissä.

Aineisto on lähtökohtaisesti ryvästynyt[5], ja p-arvojen korjaamisessa olisi oikein käyttää hyödyksi monitasomallinnusta (Goldstein 1986; Bryk & Raudenbush 1987; Raudenbush & Bryk 2002; ks. suomeksi esimerkiksi Metsämuuronen 2008; 2009b). Monilta järjestäjiltä mukana on kuitenkin niin vähän opiskelijoita, että ko. menettely tuottaa epävakaita tuloksia. Siksi p-arvoja ei korjata, mutta tiedetään, että ne eivät ole tarkat osittaisesta ryvästymisestä johtuen.

Keskeisten ennustetekijöiden löytämisessä hyödynnetään Decision Tree -analyysia (DTA). DTA on joukko menetelmiä, joiden avulla analysoidaan laajoja aineistoja ja luokitellaan selittäviä muuttujia (*Independent variables*) kiinnostavan kohdemuuttujan (*Dependent Variable*), kuten osaamisen tai osaamisen muutoksen, suhteen. Kyseessä on SPSS-ohjelmiston ns. numeronmurskaustyökalu, joka on erittäin tehokas tilanteissa, joissa ei välttämättä ole olemassa olevaa teoriaa – tai sitä ei nähdä tarpeelliseksi käyttää – kertomaan, miten selittävät muuttujat pitäisi ryhmitellä, jotta kohdemuuttuja voitaisiin selittää mahdollisimman hyvin. DTA tekee mekaanisesti kaikki mahdolliset muuttujien väliset ryhmittelyt ja valitsee niistä tilastollisin perustein parhaan mahdollisen. Menetelmä on herkkä muuttujien valinnalle: yhdenkin muuttujan lisääminen tai poistaminen mallista voi muuttaa tulosta oleellisesti.

Osassa tuloksia käytetään myös polkumallinnusta. Siinä voidaan mallintaa kiinnostavien tekijöiden yhteyksiä toisiinsa. Esimerkkinä yksinkertaisesta polkumallista on kuviossa 2.3 havainnollistettu, toisen asteen lopun osaamista selittävä malli:

5 Kouluaineistojen yhteydessä käytetään yleensä ryväsotantaa, jossa samasta koulusta valitaan useita oppilaita, joiden keskiarvon avulla kuvataan kyseisen koulun ominaisuuksia (kuten keskimääräisiä oppimistuloksia). Ryväsotannasta – jos oppilaiden valinta on satunnaista – seuraa, että koulun keskiarvo on kyllä tarkka kuvaamaan koulun keskimääräistä osaamista (ja näin kansallista keskiarvoa), mutta kansallisten johtopäätösten näkökulmasta oppilaiden vaihtelu (varianssi) on pienempää kuin tilanteessa, että yhtä monta opiskelijaa olisi valittu satunnaisesti eri puolilta Suomea eri kouluista. Tämä johtuu siitä, että tietyn koulun oppilaita yhdistävät samat olosuhteet, mahdollisesti sama asuin-alue ja sama sosioekonominen status, samat opettajat ja samat koulun käytänteet. Tällä ryvästymiseksi kutsutulla ilmiöllä on vaikutusta erityisesti tilastollisten johtopäätösten tekemiseen, jotka usein perustuvat oppilaiden vaihteluun. Tästä syystä ryvästynyttä aineistoa analysoidaan monitasomallituksella, kun halutaan saada tarkkoja tuloksia. Tämä kuitenkin edellyttää riittävän määrän havaintoja kuhunkin kouluun.



KUVIO 2.3. Esimerkki yksinkertaisesta polkumallista

Esimerkissä kokonaisosaamista toisen asteen lopussa selitetään 9. luokan kokonaisosaamisella sekä kokonaisasenteella ja matematiikan opiskeluun liittyvillä positiivisilla tunnetiloilla toisen asteen lopussa. Yhteensä nämä tekijät selittävät osaamisesta 69 prosenttia (R^2 = 0,69). Toisen asteen lopun asenteet ja tunnetilat korreloivat voimakkaasti (r = 0,83), ja kokonaisosaaminen 9. luokan lopulla korreloi kohtuullisen voimakkaasti sekä kokonaisasenteeseen (r = 0,47) että tunnetilaan (r = 0,39). Regressiokertoimet (0,72, 0,09 ja 0,12) näkyvät mallissa suorien nuolien päällä. Polkumallia käytetään AMOS-ympäristössä.

3
Aineisto

Raportoitava aineisto on neljäs samoilta opiskelijoilta koottu tieto heidän matematiikan osaamisestaan. Opiskelijat osallistuivat tiedonkeruuseen ollessaan perusopetuksen 3., 6., 9. luokilla ja toisella asteella lukiossa tai ammatillisessa koulutuksessa. Kaikkina vuosina osa opiskelijoista on pudonnut pois ja aiheuttaa katoa.

Toisen asteen aineiston tiedonkeruun ajankohta (kevät 2015) ei ollut suosiollinen kattavuuden näkökulmasta. Lopulliseen aineistoon kuului 3 912 opiskelijaa, joista 2 051 vastasi kokeeseen ja siihen liittyvään taustakyselyyn – 1 310 lukioista ja 741 ammatillisista oppilaitoksista. 48 % potentiaalista vastaajista ei halunnut useista tarjotuista mahdollisuuksista huolimatta osallistua tiedonkeruuseen. Kaikilta kohdejoukon opiskelijoilta oli kuitenkin käytettävissä joko 3., 6. tai 9. luokan tieto; 3 664 opiskelijalta käytettävissä oli 9. luokan lopun tulos. Ylioppilaskoetiedot saatiin yhdistettyä 1004 opiskelijalle.

Kokonaisuutena arvioiden on syytä olla varovainen, kun tuloksia yleistetään erityisesti ammatillisen koulutuksen naisopiskelijoihin ja kaupunkimaisten lukioiden opiskelijoihin. Mukaan tulleet ovat olleet keskimäärin hieman motivoituneempia ja edistyneempiä matematiikan osaamisessa kuin poisjääneet. Aineisto kuitenkin sisältää varsin kattavan määrän opiskelijoita kaikilta osaamisen tasoilta maan eri osista, kuntatyypeistä ja kieliryhmistä. Kun kuvataan toisen asteen lopun tuloksia*, muistetaan, että tulokset antavat hieman liian myönteisen kuvan osaamisen tasosta lukioissa ja ammatillisessa koulutuksessa. Sen sijaan kun kuvataan* muutosta *ja näin verrata samoja opiskelijoita 9. luokan lopussa ja toisen asteen koulutuksen lopussa, edellä mainituilla aineistoa vinouttavilla seikoilla on vain vähäinen vaikutus yleistettävyyteen. Huolimatta selvästä kadosta, aineisto on siis pienin varauksin yleistettävissä uskottavasti koko 2. asteen opiskelijoiden populaatioon.*

3.1 Aineistojen koonti ja yhdistäminen

Koska OPH ei käyttänyt aiemmissa arvioinneissa oppilaan henkilötunnuksia tunnistetietoina, toiselle asteelle siirtyneiden opiskelijoiden löytäminen oli haasteellista. Aiempien vuosien yhdistämistä varten – henkilötietojen sijaan – oppilaista oli käytettävissä koulukohtainen oppilasluettelo, jonka koulun rehtori oli lähettänyt lähtömittausotoksen poimintaa varten. Perusopetuksen 3. luokan aineiston syöttövaiheessa oli listaan merkitty kullekin oppilaalle henkilökohtainen koulun sisäinen numerokoodi. Kuudennen ja yhdeksännen luokan tiedonkeruun suunnittelussa ja toteutuksessa tämä otettiin huomioon, ja opettajat merkitsivät kunkin oppilaan optiseen lomakkeeseen heille OPH:ssa aiemmin luodun henkilökohtaisen koodin. Koodit tarkistettiin vielä syöttövaiheessa oppilaslomakkeisiin kirjoitetun nimen perusteella. Muutamaa poikkeusta lukuun ottamatta numerokoodit saatiin hyvin yhdistettyä yli vuosien. Jo siirryttäessä 9. luokalle haasteena yhdistämisessä oli, että yhtenäiskouluja lukuun ottamatta oppilaiden koulut ja koulukoodit muuttuivat lähes poikkeuksetta viimeistään yläluokilla. Jo tässä vaiheessa muutamia oppilaita jouduttiin poistamaan aineistosta koska lopullista vastinetta ei löytynyt tai yhdistäminen oli epävarmaa (Metsämuuronen, 2013d; vrt. Niemi & Metsämuuronen, 2010).

Toisen asteen otantaa suunniteltaessa keväällä 2014 ajatuksena oli alun perin ottaa yhteyttä kuhunkin 9. luokan aineiston otoskouluun ja pyytää niiltä tietoa siitä, mihin oppilaitokseen opiskelijat olivat siirtyneet toisen asteen opintoihin. Pääkaupunkiseudun järjestäjien suhteen ei ollut ongelmaa: yhteispalaverissa Helsinki-Espoo-Vantaa kaupunkien koulutoimen vastuuhenkilöiden kanssa sovittiin aineistojen luovutuksesta. Muuta maata varten pyydettiin toimintaohjeita tietosuojavaltuutetulta. Valtuutetun lausunnon mukaan tietoja ei saanut luovuttaa, joten lokakuussa 2014 tilattiin Opetushallituksesta yhteisvalintarekisteritiedot kaikista vuonna 2012 perusopetuksensa päättäneistä opiskelijoista, ja otannan valmistelua jatkettiin tämän pohjalta.

Yhteisvalintarekisterin 64 999 opiskelijan joukosta poimittiin ensin mekaanisesti koulukoodien perusteella kaikki 16 753 opiskelijaa, jotka tulivat 9. luokalla otokseen valikoituneista kouluista. Näistä opiskelijoista saatiin 9. luokan nimilistan perusteella yhdistettyä 4 480 opiskelijaa aiempaan aineistoon. Päätettiin, että aineistoa ei kerätä niistä lukioista, jonne oli mennyt enintään kaksi 9. luokan oppilasta. Näin päädyttiin 4 255 suuruiseen potentiaalisten toisen asteen opiskelijoiden joukkoon, joka pyrittiin tavoittamaan. Näiden opiskelijoiden oppilaitoksille (lukiokoulutuksessa) ja koulutuksen järjestäjille (ammatillisessa koulutuksessa) lähetettiin nimilista, testipaketit ja korjausohjeet sekä palautuskuori lomakkeiden palauttamista varten. Kaikista nimilistan opiskelijoista – riippumatta siitä osallistuivatko he kokeeseen vai ei – pyydettiin lisäksi opiskelijarekisteristä keskiarvotieto matematiikan ja äidinkielen kurssien arvosanoista. Lisäksi lukio-opiskelijoiden osalta pyydettiin tieto matematiikan kurssien määristä ja se, kirjoittiko hän lyhyen vai pitkän matematiikan vai ei lainkaan matematiikkaa. Oppilaitosten toimittamien lisätietojen kautta kävi ilmi, että osa opiskelijoista oli lopettanut opintonsa, siirtynyt toiseen kouluun tai vaihto-opiskelijaksi tai heitä ei jonkin muun syyn tähden ollut oppilaitoksen listoilla. Lopulliseen kohdejoukkoon kuului 3 912 opiskelijaa.

Toisen asteen aineiston tiedonkeruun ajankohta (kevät 2015) ei ollut suosiollinen kattavuuden näkökulmasta. Yhtäältä haluttiin saada tiedon keruun ajankohta niin lähelle ylioppilaskokeita kuin mahdollista, jotta saataisiin tieto opiskelunsa lopettavien päättövaiheen osaamisen tasosta. Käytännössä ainoa aikaväli tälle oli kahden viikon jakso tammikuun 2015 lopussa, ennen kuin opiskelijat siirtyvät valmistautumaan itsenäisesti ylioppilaskokeeseen. Toisaalta tiedettiin, että viimeisen vuoden ammatillisen koulutuksen opiskelijat siirtyisivät tammikuun jälkeen työssäoppimisjaksoille ja heidän saavuttamisensa koetta varten tulisi olemaan vaikeaa sen jälkeen. Monista syistä johtuen oppilaitokset ja koulutuksen järjestäjät saivat tiedon arvioinnista vasta joulukuun alussa 2014, ja koe oli tarkoitus suorittaa heti vuoden 2015 alussa. Aikaa valmisteluille jäi siis vähän.

Lopulliseen kohdejoukkoon kuului siis 3 912 opiskelijaa, joista 2 051 vastasi kokeeseen ja siihen liittyvään taustakyselyyn – 1 310 lukioista ja 741 ammatillisista oppilaitoksista. 1 861 (48 %) potentiaalista vastaajista ei halunnut useista tarjotuista mahdollisuuksista huolimatta osallistua tiedonkeruuseen. Kaikilta kohdejoukon opiskelijoilta oli käytettävissä joko 3., 6. tai 9. luokan tieto; 3 664 opiskelijalta käytettävissä oli 9. luokan lopun tulos.[6]

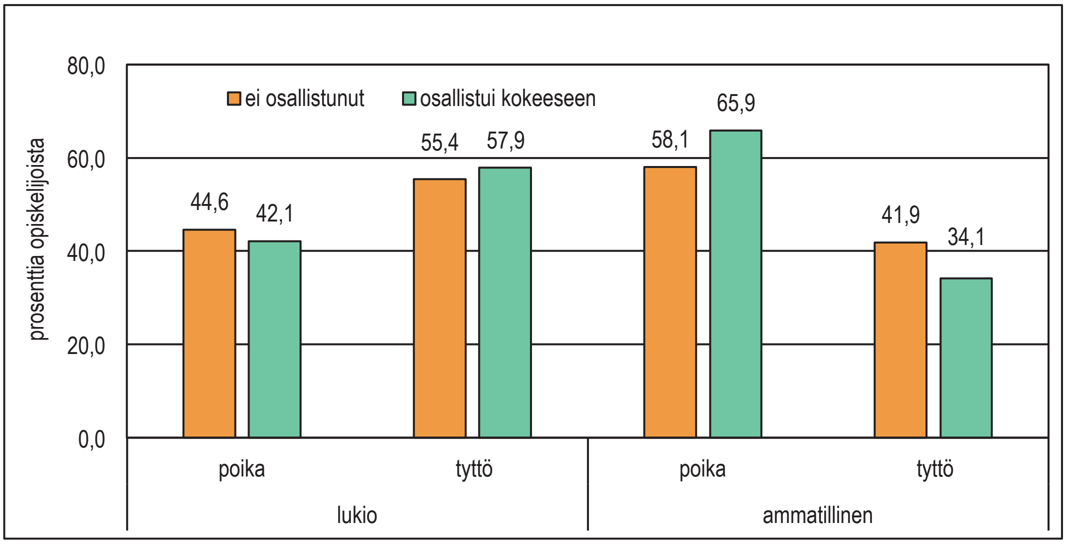
Myöhemmin lukioaineistoon yhdistettiin opiskelijoiden ylioppilastutkintotiedot. Mikäli opiskelijoilta oli käytössä sekä kevään että syksyn tieto, käyttöön otettiin arvosanoista parempi ja tähän liittyvät pistemäärät. Ylioppilaskoetiedot saatiin yhdistettyä 1004 opiskelijalle. Tämä yhdistäminen tapahtui henkilötunnusta käyttämällä.

3.2 Otos ja kato

Lähes puolet opiskelijoista ei halunnut osallistua kokeeseen tarjotuista mahdollisuuksista huolimatta. Keskeinen kysymys on: ovatko poisjääneet opiskelijat systemaattisesti erilaisia kuin vastanneet opiskelijat? Mikäli poisjääneet vastaavat ominaisuuksiltaan tiedonkeruuseen osallistuneita, tulokset voidaan yleistää perustellusti koko populaatioon. Mikäli poisjääneet edustavat erityisiä ryhmiä, kuten tyttöjä tai poikia, tiettyä kieliryhmää, asuinseutua tai esimerkiksi heikoimpia tai parhaimpia opiskelijoita, yleistämisen suhteen on oltava varovaisempi.

Vastaamatta jättämisessä ilmenee joitain systemaattisia, joskin selittymättä jääviä, ilmiöitä. Ensiksi näyttää siltä, että lukioaineistossa tytöt ovat osallistuneet hieman tunnollisemmin tiedonkeruuseen kuin pojat (kuvio 3.4). Ero katoaineiston ja osallistuneiden välillä on kahden prosenttiyksikön luokkaa. Sen sijaan ammatillisen koulutuksen aineistossa pojat ovat osallistuneet selvästi tunnollisemmin tiedonkeruuseen kuin tytöt; ero sukupuolten välillä on kahdeksan prosenttiyksikön luokkaa. Kieliryhmien välillä ei juuri ole havaittavia eroa poisjääneiden ja mukaan tulleiden osuuksien välillä.

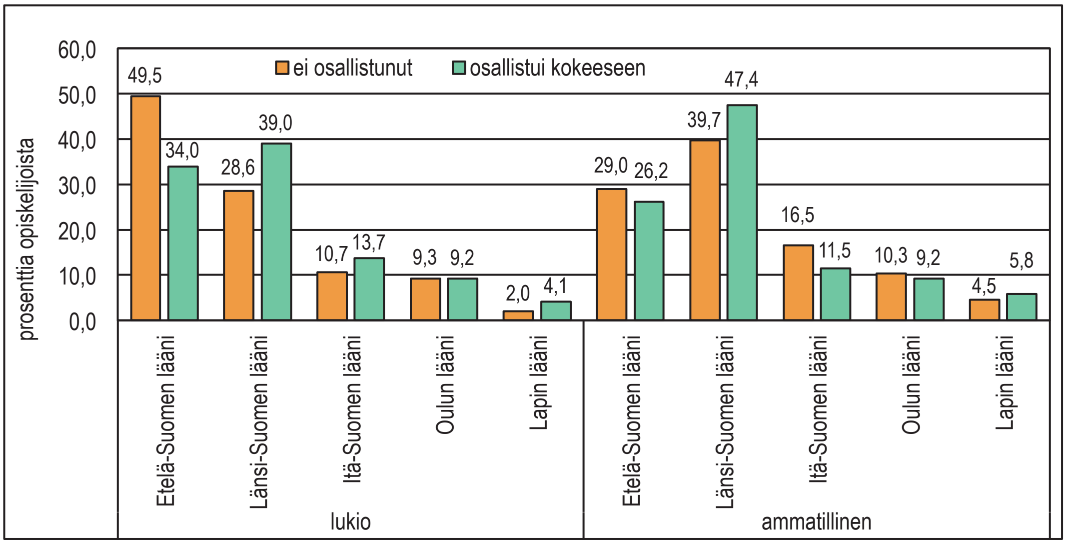
6 Kaikilta opiskelijoilta oli käytettävissä jokin aiemmista mittaustuloksista – joko 3.-, 6.- tai 9. luokan tulos. Tässä raportissa keskitytään toisen asteen lopun tulosten kuvaamiseen ja näin ei haluttu rajata ulos niitä, joilta ei käytettävissä ollut 9. luokan tulosta. Mikäli opiskelijan 9. luokan tulos puuttui, mutta käytettävissä oli aiempia mittauksia ja toisen asteen lopun tulos, 9. luokan tulos korvattiin arvolla opiskelijan trendin perusteella (ks. luku 2.3.2).



KUVIO 3.4. Sukupuolten väliset erot katoaineiston ja tiedonkeruuseen osallistuneiden välillä

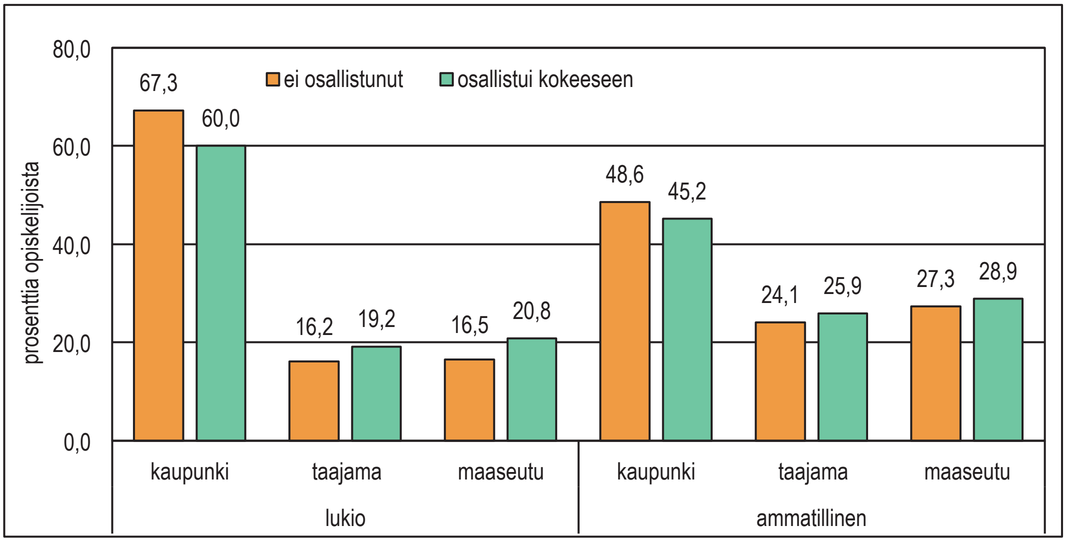
Toiseksi näyttää siltä, että lukioaineistossa katoa on tullut erityisesti entisen Etelä-Suomen läänin alueelta[7] – katoaineiston opiskelijoista lähes puolet (50 %) ja osallistuneista vain kolmannes (34 %) tuli Etelä-Suomesta (kuvio 3.5). Vastaavasti Länsi-Suomen lukioista tuli selvästi enemmän tiedonkeruuseen osallistuneita opiskelijoita (39 %) verrattuna katoaineistoon (29 %). Maan muiden osien osalta erot ovat selvästi pienempiä. Ammatillisen koulutuksen aineistossa erot alueellisesti ovat vähäisempiä, joskin tässäkin aineistossa Länsi-Suomen opiskelijoissa oli selvästi enemmän tiedonkeruuseen osallistuneita opiskelijoita (47 %) verrattuna katoaineistoon (40 %). Ruotsinkielisessä aineistossa (ks. luku 5) kato on suurta Etelä-Suomen läänin alueella; Länsi-Suomen läänin alueelta mukaan tulleita oli lähes kaksi kertaa enemmän kuin Etelä-Suomen läänin alueelta, vaikka populaatiossa heitä on suurin piirtein yhtä paljon.

7 Tässä verrataan vanhojen läänien alueita vertailukelpoisuuden säilyttämiseksi aiempien aineistojen välillä.



KUVIO 3.5. Alueiden väliset erot katoaineiston ja tiedonkeruuseen osallistuneiden välillä

Kolmanneksi näyttää siltä, että katoa on ollut hieman enemmän kaupungeissa kuin taajamissa ja maaseudulla (kuvio 3.6). Selvintä tämä on lukioaineistossa, jossa katoaineiston opiskelijoista 67 prosenttia ja osallistuneista 60 prosenttia tuli kaupungeista. Erityisen vaikea oli saavuttaa seutukunnan keskuskaupunkien lukio-opiskelijoita; monesta lukiosta saavutettiin vain kourallinen opiskelijoita ja täysin vastaamatta jääneestä 12 koulusta yhdeksän (80 %) oli Helsingistä, Turusta, Oulusta, Joensuusta tai Lappeenrannasta ja Imatralta. Ammatillisen koulutuksen aineistossa erot ovat selvästi maltillisempia (48 % ja 46 %).



KUVIO 3.6. Kuntaryhmien väliset erot katoaineiston ja tiedonkeruuseen osallistuneiden välillä

Neljänneksi aineiston perusteella on ilmeistä, että poisjääneiden opiskelijoiden sekä 9. luokalla mitattu että toisen asteen opintojen yhteydessä osoitettu osaaminen[8] oli tilastollisesti merkitsevästä heikompi kuin tiedonkeruuseen osallistuneilla (taulukko 3.8). Tiedonkeruuseen osallistuneet opiskelijat olivat lukioissa keskimäärin puoli arvosanayksikköä parempia, ja he olivat suorittaneet keskimäärin yhden kurssin enemmän matematiikkaa kuin poisjääneet – ero on merkittävä (d ≈ 0.40). Ammatillisen koulutuksen opiskelijoiden aineistossa erot vastannaieden ja vastaamatta jättäneiden välillä ovat pienemmät. Samoin 9. luokalla kokonaisasenne on merkitsevästi myönteisempi osallistuneiden hyväksi. Lähtötasolla 9. luokan aineistossa osaamisen ero oli noin 20 yksikköä, mikä vastaa 5 prosenttiyksikön eroa maksimipistemäärissä laskettuna.

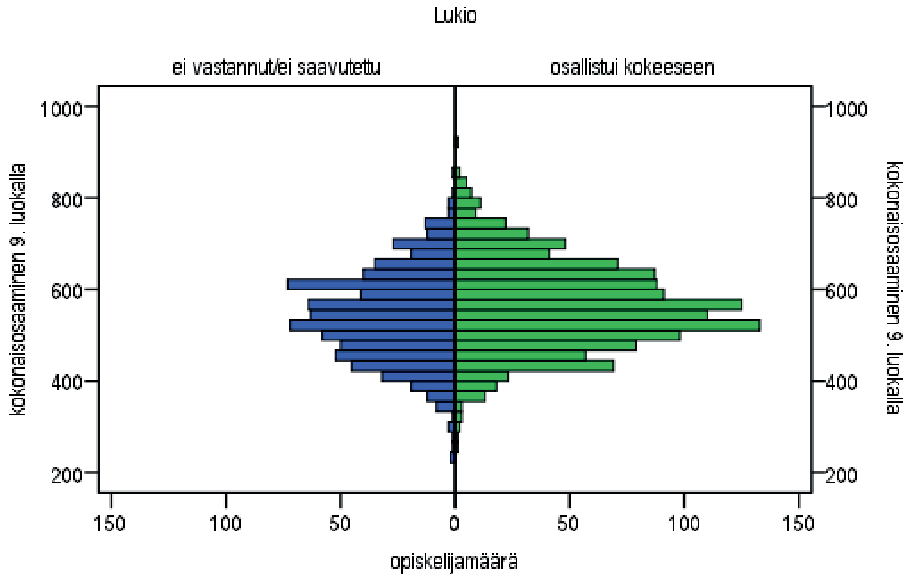
TAULUKKO 3.8. Osaamisen ja asenteiden erot aineistojen välillä

	muuttuja	ei-vastanneet	vastanneet	t	df	p-arvo	Cohenin d
Lukio	Matematiikan kurssien keskiarvo[1]	6,8	7,4	-7,82	1929	<0,001	-0,38
	Matematiikan kurssien määrä[1]	8,9	10,3	-8,43	1926	<0,001	-0,41
	Äidinkielen kurssien keskiarvo[1]	7,6	7,9	-2,79	1925	0,005	-0,14
	9. luokan kokonaisasenne[2]	0,4	0,6	-6,19	2000	<0,001	-0,29
	9. luokan kokonaisosaaminen[3]	544	565	-4,74	2001	<0,001	-0,22
Ammatillinen	Matematiikan arvosana[1,4]	1,9	2,0	-3,79	1653	<0,001	-0,18
	Äidinkielen arvosana[1, 4]	2,0	2,1	-4,15	1654	<0,001	-0,10
	9. luokan kokonaisasenne[1]	-0,1	0,1	-3,40	1427	0,001	-0,19
	9. luokan kokonaisosaaminen[2]	450	469	-2,05	1422	0,041	-0,21

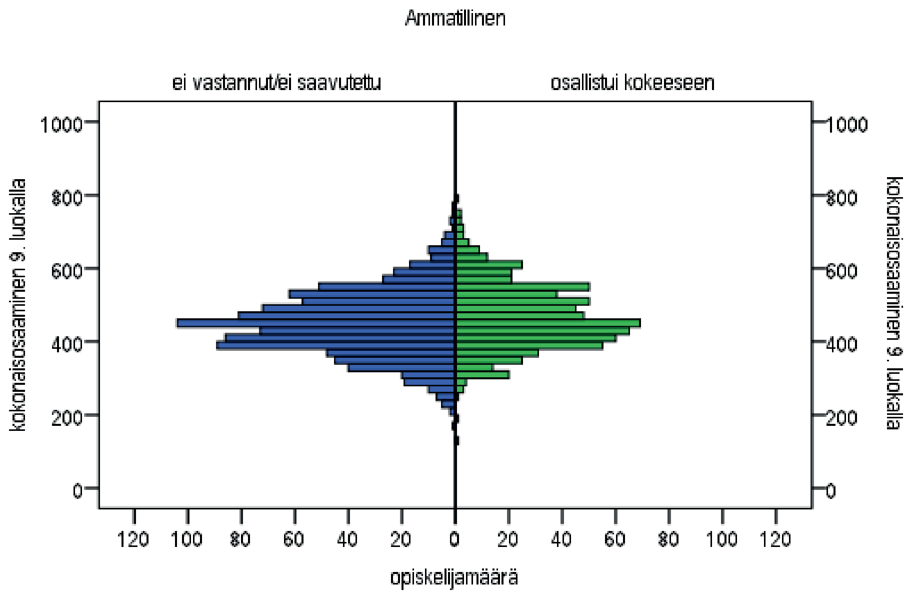
1) koulutuksen järjestäjän opiskelijatietojärjestelmästä saatu tieto
2) asteikolla -2 – +2
3) 10xT asteikolla, jossa 9. luokan keskiarvo on 500
4) asteikolla 1 = T, 2 = H, 3 = K

Vaikka poisjääneiden osaamisen *taso* oli merkitsevästi alhaisempi kuin mukaan tulleiden, osaamisen *jakauman muoto* 9. luokan aineistossa on silmämääräisesti arvioiden hyvin samankaltainen kahdessa ryhmässä (kuviot 3.7 ja 3.8) – lukuun ottamatta aineistojen määristä johtuvaa eroa. Tämä kertoo siitä, että – lukuun ottamatta keskiarvossa ja opiskelijamäärissä havaittavaa eroa – poisjääneiden opiskelijoiden jakaumat eivät ole lähtötasoltaan oleellisesti mukaan tulleita opiskelijoiden jakaumista poikkeavia.

8 Opiskelijatietojärjestelmistä pyydettiin kaikkien koulusta tulleiden opiskelijoiden tiedot muutaman keskeisen muuttujan osalta – sekä testiin osallistuneista että poisjääneistä.



KUVIO 3.7. Osaamisen jakautuminen katoaineistossa ja osallistuneiden aineistossa lukioissa



KUVIO 3.8. Osaamisen jakautuminen katoaineistossa ja osallistuneiden aineistossa ammatillisessa koulutuksessa

Kokonaisuutena arvioiden on syytä olla varovainen, kun tuloksia yleistetään erityisesti ammatillisen koulutuksen naisopiskelijoihin ja kaupunkimaisten lukioiden opiskelijoihin. Mukaan tulleet ovat olleet keskimäärin hieman motivoituneempia ja edistyneempiä matematiikan osaamisessa kuin poisjääneet. Aineisto kuitenkin sisältää varsin kattavan määrän opiskelijoita kaikilta osaamisen tasoilta maan eri osista, kuntatyypeistä ja kieliryhmistä. Kun kuvataan toisen asteen lopun *tuloksia*, muistetaan, että tulokset antavat hieman liian myönteisen kuvan osaamisen tasosta lukioissa ja ammatillisessa koulutuksessa. Sen sijaan kun kuvataan *muutosta* ja näin verrata samoja opiskelijoita 9. luokan lopussa ja toisen asteen koulutuksen lopussa, edellä mainituilla aineistoa vinouttavilla seikoilla on vain vähäinen vaikutus yleistettävyyteen. Huolimatta selvästä kadosta, aineisto on siis pienin varauksin yleistettävissä uskottavasti koko 2. asteen opiskelijoiden populaatioon.

3.3 Lopullinen aineisto ja sen ominaispiirteitä

Lopulliseen aineistoon kuului 2 053 opiskelijaa, joista 1 312 oli lukioista ja 741 ammatillisista oppilaitoksista (taulukko 3.9). Kokonaisaineistossa oli miehiä 51 prosenttia ja naisia 49 prosenttia. Sukupuolijakaumat poikkeavat oleellisesti toisistaan lukioaineiston ja ammatillisen koulutuksen aineiston välillä – lukioissa vastanneet ovat enemmistöltään naisia (58 %) ja ammatillisen koulutuksen aineistossa miehiä (66 %). Länsi-Suomen alueelta on lievä yliedustus sekä lukioaineistossa (39 %) että ammatillisen koulutuksen aineistossa (47 %). Lukioissa aineisto on painottunut selkeämmin kaupunkeihin (60 %) kuin ammatillisen koulutuksen aineistossa (45 %) – muutoinkin ammatillisen koulutuksen jakaumassa ovat lukioaineistoa tasaisemmin edustettuina maaseutumaisista, taajamamaisista ja kaupunkimaisista kouluista lähteneet opiskelijat. Yleensä kansallisiin aineistoihin tulee mukaan opiskelijoita kaikista suurista kunnista. Tässä aineistossa maakuntakeskuksista mukana ei ole Lahdesta, Oulusta, Rovaniemeltä, Jyväskylästä, Hämeenlinnasta eikä Seinäjoelta tulleita opiskelijoita. Osasyynä on alkuperäinen otos, jossa osasta kaupunkeja ei kouluja valittu mukaan. Toisaalta edellä todettiin, että erityisen vaikea oli saavuttaa seutukunnan keskuskaupunkien lukio-opiskelijoita; täysin vastaamatta jääneestä 12 koulusta 80 prosenttia oli Helsingistä, Turusta, Oulusta, Joensuusta tai Lappeenrannasta ja Imatralta.

TAULUKKO 3.9. Valittuja aineistoa kuvaavia muuttujia ja niiden jakaumatietoja

Muuttuja		Koko aineisto (n)	Koko aineisto n = 2051 (%)	Lukio n = 1310 (%)	Ammatillinen n = 741 (%)
Sukupuoli	mies	1042	50,8	42,1	66,1
	nainen	1009	49,2	57,9	33,9
Oppilaitoksen kieli	suomi	1799	87,7	88,2	86,9
	ruotsi	252	12,3	11,8	13,1
Lääni/seutukunta (vanhan läänijaon mukaisesti)	Etelä-Suomi	639	31,2	34	26,2
	Länsi-Suomi	862	42,0	39	47,4
	Itä-Suomi	264	12,9	13,7	11,5
	Oulun lääni	189	9,2	9,2	9,2
	Lapin lääni	97	4,7	4,1	5,8
Kuntaryhmä (vanhan kuntaryhmäjaon mukaisesti)	kaupunki	1121	54,7	60,0	45,2
	taajama	443	21,6	19,2	25,9
	maaseutu	487	23,7	20,8	28,9
Kotikieli	suomi	1775	86,9	87,5	85,9
	ruotsi	158	7,7	6,4	10
	jokin muu	15	0,7	0,7	0,8
	suomi ja ruotsi	73	3,6	4,1	2,7
	suomi ja muu	12	0,6	0,8	0,1
	ruotsi ja muu	5	0,2	0,3	0,1
	suomi, ruotsi ja muu	4	0,2	0,2	0,3
Onko saanut suomi/ruotsi toisena kielenä (S2) -opetusta	Kyllä	290	15,5	13,2	19,8
	Ei	1575	84,5	86,8	80,2
Poissaoloja	0–5 päivää	937	46,0	46,4	45,3
	6–10 päivää	668	32,8	33,7	31,2
	11–20 päivää	273	13,4	14	12,2
	yli 20 päivää	160	7,9	5,9	11,3
Oppilaitoksessa viihtyminen	Erittäin hyvin	698	34,3	39,8	24,5
	Melko hyvin	1229	60,4	55,5	69,0
	Melko huonosti	95	4,7	4,2	5,6
	Erittäin huonosti	14	0,7	0,5	0,9
Kuinka usein on kiusattu oppilaitoksessa opiskelun aikana?	Useita kertoja viikossa	6	0,3	0,2	0,4
	Noin kerran viikossa	10	0,5	0,3	0,8
	Harvemmin	194	9,5	6,4	14,9
	Ei lainkaan	1837	89,7	93,0	83,9
Onko saanut apua/erityistä tukea matematiikan opiskeluun?	Kyllä	255	12,6	10,8	16,0
	Ei	1761	87,4	89,2	84,0
Vanhempien ylioppilastutkinto	kumpikaan ei ole	699	37,3	27,2	56,1
	toinen on	644	34,4	35,6	32,2
	molemmat ovat	531	28,3	37,3	11,7

Aineistossa on selkeä yliedustus ruotsinkielisten koulutuksen järjestäjien opiskelijoita (12 %) – 6 prosentin edustus oli ollut lähempänä demografista edustavuutta. Tämä johtuu siitä, että alun perinkin haluttiin yliotostaa ruotsinkielisiä opiskelijoita uskottavien tulosten raportoimiseksi myös tässä ryhmässä. Aiemmissa vaiheissa alemmilla luokilla ruotsinkieliset opiskelijat ovat edustaneet n. 25–30 prosenttia kaikista ruotsinkielisistä kouluista ja oppilaista. Kotikielen suhteen asia on monimutkaisempi kuin oppilaitoksen opetuskielen suhteen. Puhtaasti ruotsinkielisiä opiskelijoita on kokonaisaineistossa ja lukioissa vajaa 8 prosenttia, sillä vajaa 4 prosenttia lukio-opiskelijoista osoittautuu kotikieleltään sekä suomen- että ruotsinkielisiksi eli kaksikielisiksi. Vajaalla kahdella prosentilla opiskelijoista on jokin muu kuin suomen kieli kotikielenään – useimmiten joko suomen tai ruotsin kielen rinnalla. Tässä mielessä on kiintoisaa, että peräti 16 prosenttia opiskelijoista on kuitenkin saanut jossain vaiheessa opintojaan suomi (tai ruotsi) toisena kielenä (S2) -opetusta. Näyttää siis siltä, että valtaosa muun kuin suomen- ja ruotsinkielisistä opiskelijoista on omaksunut toisen kotimaisen kielen omaksi kotikielekseen opintojen kuluessa.

Pääsääntöisesti opiskelijat viihtyvät oppilaitoksessaan erittäin hyvin (34 % opiskelijoista) tai melko hyvin (60 %) – ehkä hieman paremmin lukioissa (40 % erittäin hyvin viihtyneitä) kuin ammatillisessa koulutuksessa (25 %). Surullista on, että noin yksi prosentti opiskelijoista kokee toistuvaa, vähintään viikoittaista, kiusaamista – lukioissa 0,5 prosenttia ja ammatillisissa oppilaitoksissa 1,2 prosenttia opiskelijoista. Osuus näyttää äkkiseltään pieneltä, mutta mikäli tuloksen yleistää koskemaan koko opiskelijajoukkoa, maassamme kiusataan viikoittain tai toistuvasti usean kerran viikossa lähes 4000 toisen asteen koulutuksessa olevaa opiskelijaa.[9] Poissaoloja opiskelijoilla on pääsääntöisesti korkeintaan 10 päivää (78 % opiskelijoista), joskin näyttää siltä, että paljon – yli 20 päivää – poissa olevia opiskelijoita on lähes kaksinkertainen määrä ammatillisessa koulutuksessa (11 %) lukioihin verrattuna (6 %). Apua tai erityistä tukea matematiikan opintoihin on saanut 13 prosenttia opiskelijoista. Määrä on hieman suurempi ammatillisen koulutuksen aineistossa (16 %) kuin lukioaineistossa (11 %), mikä on ymmärrettävää, sillä osaamisen taso oli alun perin selvästi heikompaa ammatilliseen koulutukseen hakeutuneiden joukossa (ks. tuonnempana kuvio 4.12).

Vanhempien koulutustaustaa on OPH:n ja Karvin oppimistulosarvioinneissa vuodesta 2011 lähtien kartoitettu yksinkertaisella tiedolla siitä, ovatko vanhemmat ylioppilaita vai eivät (Kuusela, 2011). Vanhempien ylioppilastausta on selittänyt selvästi osaamisen eroja (esimerkiksi Metsämuuronen, 2013b).[10] Kokonaisaineisto jakautuu melko tasaisesti niihin, joilla molemmat vanhemmat ovat ylioppilaita (28 %), joilla vain toinen vanhemmista on ylioppilas (34 %) ja niihin, joilla kumpikaan vanhemmista ei ole ylioppilas (37 %). Lukioaineisto ja ammatillisen koulutuksen aineisto ovat kuitenkin varsin selkeästi eriytyneitä asian suhteen. Lukioaineistossa 73 prosentilla opiskelijoista ainakin toinen vanhemmista on suorittanut ylioppilastutkinnon, kun ammatillisen koulutuksen aineistossa luku on 44 prosenttia: aineiston perusteella 56 prosentilla ammatillisen koulutuksen

9 Tilastokeskuksen mukaan (http://www.stat.fi/til/lop/2014/lop_2014_2015-06-10_tau_003_fi.html) vuonna 2014 lukioissa opiskeli 103 914 opiskelijaa ja ammatillisessa koulutuksessa 271 880 opiskelijaa (http://www.stat.fi/til/ aop/2014/ aop_2014_2015-09-23_tau_002_fi.html). 0,5 % lukio-opiskelijamäärästä on 520 opiskelijaa ja 1,2 % ammatillisen koulutuksen opiskelijamäärästä on 3263 opiskelijaa. Yhteensä siis lähes 3800 opiskelijaa.

10 ks. myös Kärnä, Hakonen & Kuusela 2012, 142–144; Ouakrim-Soivio & Kuusela 2012; 116–124; Summanen 2014, 107–110; Venäläinen 2014, 138–142; Hildén & Rautopuro 2014, 80; Härmälä & Huhtanen 2014, 197; Härmälä, Huhtanen & Puukko 2014, 80.

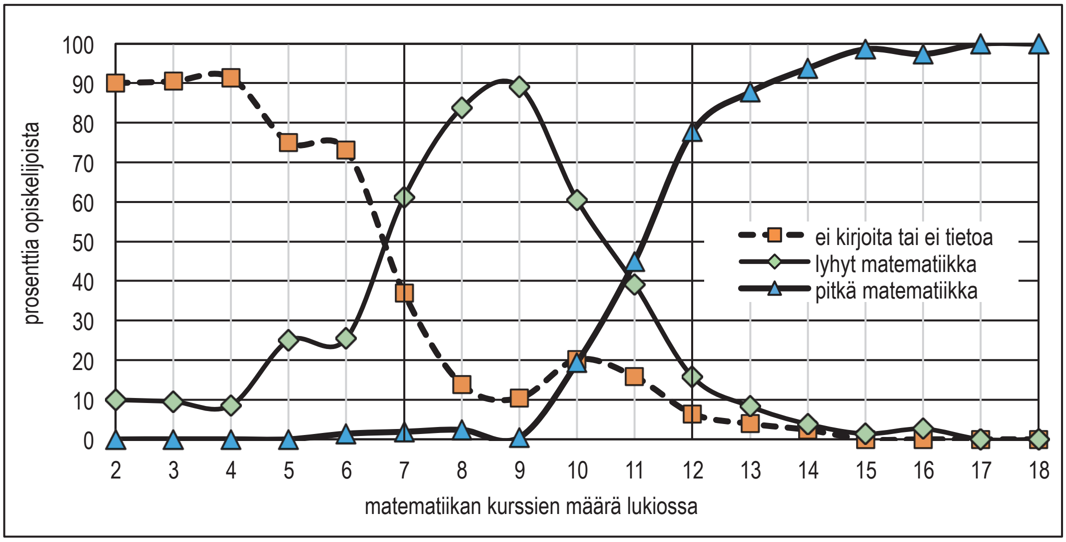
opiskelijoista kumpikaan vanhemmista ei ollut ylioppilas. Seikka jo yksinään indikoi ammatillisen ja lukiokoulutuksen eriytymistä vanhempien koulutustaustan mukaisesti. Tämän perusteella voidaan ehkä edelleen puhua jopa jonkinlaisesta koulutuksen periytyvyydestä toisen asteen koulutuksessa – asiaan on kiinnitetty huomiota korkeakouluvalintojen näkökulmasta (Kivinen & Rinne, 1995; Myrskylä, 2009; Ruohola, 2012; Suominen, 2013).

Edellä kuvattujen tekijöiden osuutta osaamisen eriytymisessä tarkastellaan luvussa 4.

4
Matemaattinen osaaminen ja asenteet matematiikkaa kohtaan toisen asteen koulutuksen lopulla

Tässä raportissa käsitellään samanaikaisesti ammatillisen ja lukiokoulutuksen loppuvaiheen opiskelijoita. Perusymmärrys kurssien määristä ja vaativuudesta lukiossa johtaa siihen, että ei ole mielekästä käsitellä lukiota yhtenä suurena joukkona vaan pienempinä ryhminä. Lukiokoulutuksessa jako matematiikan pitkään ja lyhyeen oppimäärään tarkentuu, kun aineiston perusteella tiedetään, että opiskelijat jakautuvat itse asiassa *kolmeen* ryhmään sen suhteen, kirjoittavatko he ylioppilaskokeessa matematiikan pitkän vai lyhyen oppimäärän kokeen vai kirjoittavatko he *lainkaan* matematiikkaa. Kuvio 4.9 havainnollistaa sen, että matematiikan pitkän oppimäärän kokeeseen osallistuneet suorittivat käytännössä matematiikkaa 12 kurssia tai enemmän, matematiikan lyhyen pitkän oppimäärän kokeeseen osallistuneet suorittivat valtaosin 7–11 kurssia ja kun kursseja oli suoritettu vähemmän kuin seitsemän, opiskelijoilla oli tendenssi olla osallistumatta matematiikan kokeisiin ylioppilastutkinnossa. Tätä jakoa hyödynnetään tuonnempana lukioaineistoa kuvattaessa.[11]

11 Aineiston analyysi perustuu siihen tietoon, joka testin tekemisen hetkellä tiedossa oli opintohallintorekisterissä. Ylioppilaskokeeseen ilmoittautuminen oli jo tehty tässä vaiheessa. Tilanne näyttäytyy tästä selvästi poikkeavalla tavalla kun lopulta tiedettiin, kirjoittiko opiskelija lopulta matematiikan vai ei. Päätellen puuttuvista ylioppilasarvosanoista näyttää siltä, että noin puolet 8–9 kurssia suorittaneista ei lopulta suorittanut yo-koetta lainkaan keväällä eikä syksyllä.



KUVIO 4.9. Matematiikan kurssien määrä lukiossa ja ylioppilaskirjoituksiin osallistuminen

Luvussa 4.1 kuvataan osaamisen taso ja osaamisen muutoksen suuruus ja asenteet yleisellä tasolla. Luvussa 4.2 kuvataan osaamista ja sen muutosta keskeisten tasa-arvomuuttujien – sukupuolen, kieliryhmän, kuntaryhmän ja maantieteellisen alueen – näkökulmista. Luvuissa 4.3–4.5 tarkastellaan opiskelijaan, kotiin ja perheeseen ja vertaisryhmään liittyviä tekijöitä ja luvuissa 4.6–4.7 opettamiseen ja kouluun liittyviä tekijöitä, jotka selittävät osaamista tai sen muutosta. Ruotsinkielisten koulutuksen järjestäjien erityiskysymyksiä käsitellään luvussa 5.

4.1 Matemaattinen osaamisen ja asenteet toisen asteen lopussa

Kokonaisuutena osaaminen lisääntyy toisen asteen opintojen aikana selvästi. Tästä lisääntymisestä suuri osuus selittyy lukio-opintojen pitkän oppimäärän kurssien vaikutuksella. Osaaminen eriytyy selvästi sekä lukiokoulutuksen sisällä pitkän ja lyhyen oppimäärän välillä että lukion ja ammatillisen koulutuksen välillä. Vaikka erot koulumuotojen välillä ovat valikoitumisen vuoksi suuret jo toisen asteen lähtövaiheessa, ne kasvavat opintojen edetessä. Suurin osaamisen kasvu lukio-opinnoissa näyttää syntyvän Algebran ja Lukujen ja laskutoimitusten alueella. Näillä osa-alueilla osaamistaan lisäävät myös ne lyhyen oppimäärän ylioppilaskokeen suorittaneet opiskelijat, jotka suorittivat lukiossa enemmän kuin vain pakolliset kurssit erityisesti. Algebran ja Lukujen ja laskutoimitusten osa-alueilla myös vaihtelu on suurinta: heikoimmat opiskelijat olivat perusopetuksen 3. luokan alun tasolla ja parhaimmat selvästi 9. luokan keskitasoa korkeammalla.

Pitkittäisaineiston näkökulmasta on ilmeistä, että matemaattisen osaamisen taso eriytyy jo varhaisina kouluvuosina. Erityisen selkeästi eriytyminen näkyy perusopetuksen yläluokilla 9. luokalle tultaessa ja siitä edelleen toisen asteen loppuun asti. Ammatillisen koulutuksen opiskelijoiden ja niiden lukiolaisten, jotka suorittavat vain minimimäärän kursseja, matematiikan osaamisen taso pysyy 9. luokalla saavutetulla tasolla.

Toisen asteen lopussa opiskelijat suhtautuvat matematiikkaan oppiaineena kokonaisuutena neutraalisti, mutta selvästi positiivisesti siinä nähtyjen hyötynäkökulmien vuoksi tulevaisuuden työelämässä ja jatko-opinnoissa. Sekä ammatillisen- että lukiokoulutuksen opiskelijoiden kokemus itsestään osaajana on lähes identtinen, vaikka osaamisen tasossa on merkittävä ero. Lukio-opinnoissa korkea vaatimustaso ja vertailuryhmän tasaisuus näyttää pienentävän kokemuksen positiivisuutta. Lukio-opinnoissa matematiikan opiskeluun liittyy useammin positiivisia tunnekokemuksia kuin ammatillisessa koulutuksessa. Erityisen positiivisia tuntemukset olivat niillä, joiden lukion matematiikan kurssien keskiarvosana oli korkeampi kuin 9,25 riippumatta kurssien määrästä, tai kun opiskelija oli suorittanut yli 13 kurssia matematiikkaa.

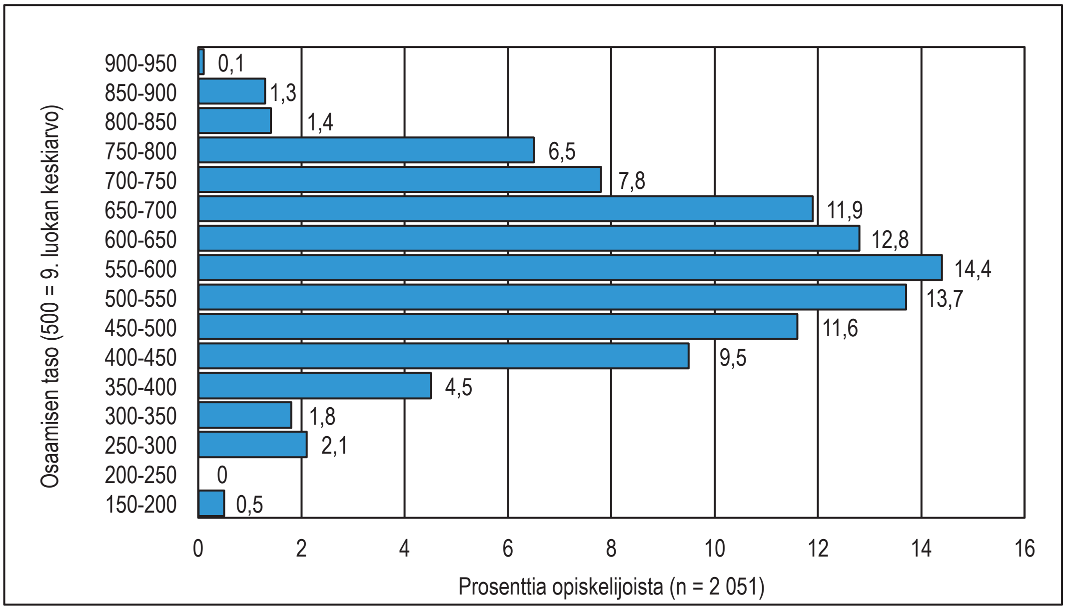
Tässa luvussa kuvataan päätulokset yleisellä tasolla osaamisen suhteen (luku 4.1.1), osaamisen eriytymisen suhteen lukiossa ja ammatillisessa koulutuksessa (luku 4.1.2), osaamisen muuttumisen näkökulmasta (luku 4.1.3) ja asenteiden suhteen (luku 4.1.4).

4.1.1 Osaaminen jakautuu normaalisti mutta on eriytynyttä lukioissa ja ammatillisissa oppilaitoksissa

Kokonaisuutena matemaattinen osaaminen toisen asteen lopussa jakautuu normaalisti (kuvio 4.10). Keskimääräinen osaamisen taso oli 570 yksikköä asteikolla, jossa 9. luokan keskiarvo on 500 (taulukko 4.10). Osaaminen kuitenkin eriytyy voimakkaasti lukio-opinnoissa ja ammatillisissa opinnoissa (kuvio 4.11 ja taulukko 4.11); lukio-opiskelijoiden keskiarvo on 627, kun se ammatillisessa koulutuksessa on 469. Ero on absoluuttisestikin arvioiden erittäin suuri.[12] On huomattava, että ammatilliseen koulutukseen hakeutuneiden lähtötasokin oli alun perin selvästi matalampi

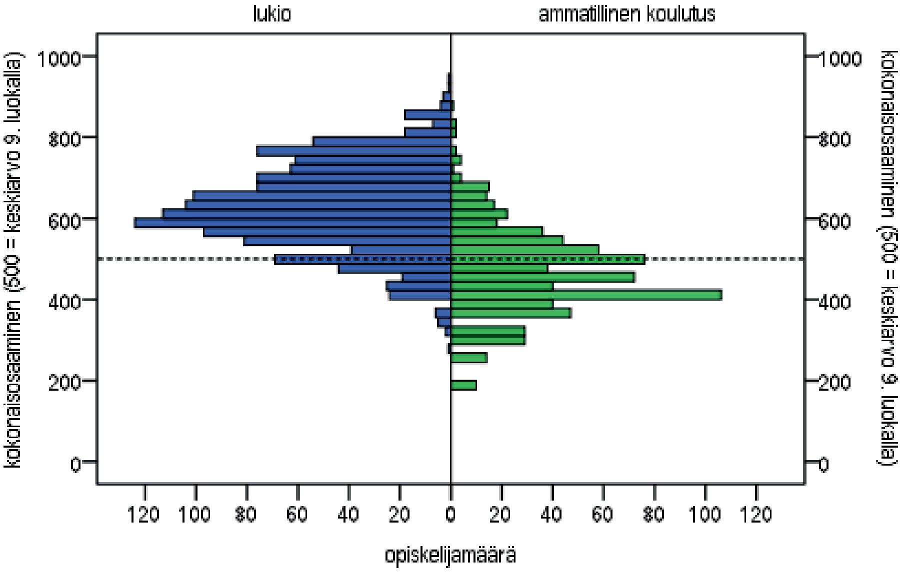
12 ANOVA: Kokonaisosaaminen $F(1; 2049) = 1044{,}42$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}71$

(468) kuin lukioon hakeutuneiden (565) (kuvio 4.12). Vaikka tämäkin ero on erittäin merkitsevä ja huomattavan suuri, se on kuitenkin selvästi vähäisempi kuin toisen asteen koulutuksen lopussa.[13] Näyttää siis ilmeiseltä, että osaamisen ero kasvaa toisen asteen koulutuksen aikana.

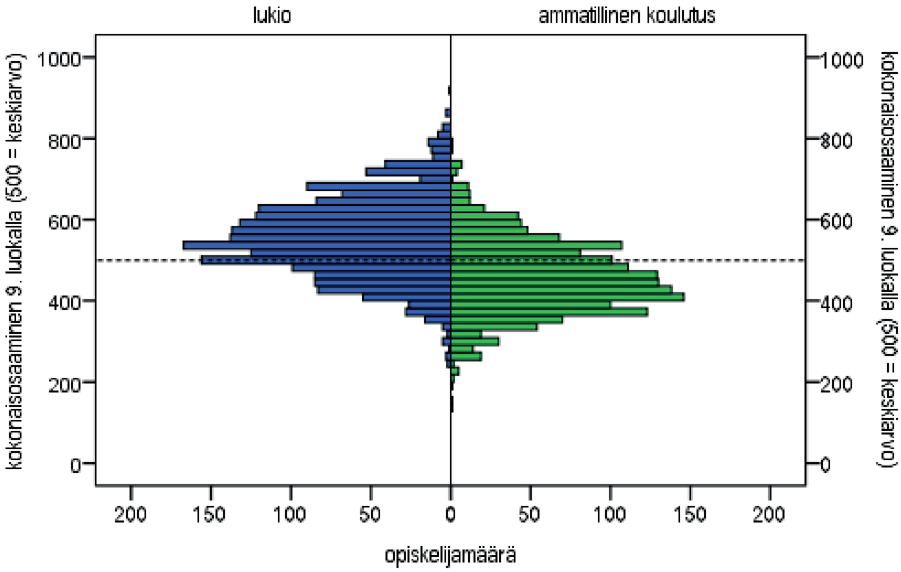


KUVIO 4.10. Kokonaisosaamisen jakautuminen toisen asteen koulutuksen loppussa

13 ANOVA: Kokonaisosaaminen $F(1; 1931) = 457$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}49$



KUVIO 4.11. Kokonaisosaamisen jakautuminen ammatillisen ja lukiokoulutuksen lopussa



KUVIO 4.12. Kokonaisosaamisen jakautuminen lukioon ja ammatilliseen koulutukseen hakeutuneiden joukossa 9. luokan lopussa

TAULUKKO 4.10. Osaamisen osa-alueiden perustunnusluvut koko aineistossa

Osa-alue	keskiarvo	pienin arvo	suurin arvo	keskihajonta	variaatiokerroin[1]
Kokonaisosaaminen	570	199	935	131,1	23,0
Algebra	582	39	824	189,3	32,5
Funktiot	572	192	956	148,3	25,9
Geometria	533	145	875	147,4	27,7
Luvut ja laskutoimitukset	550	49	716	176,6	32,1
Tilastot ja tietojen käsittely	536	142	879	133,1	24,8

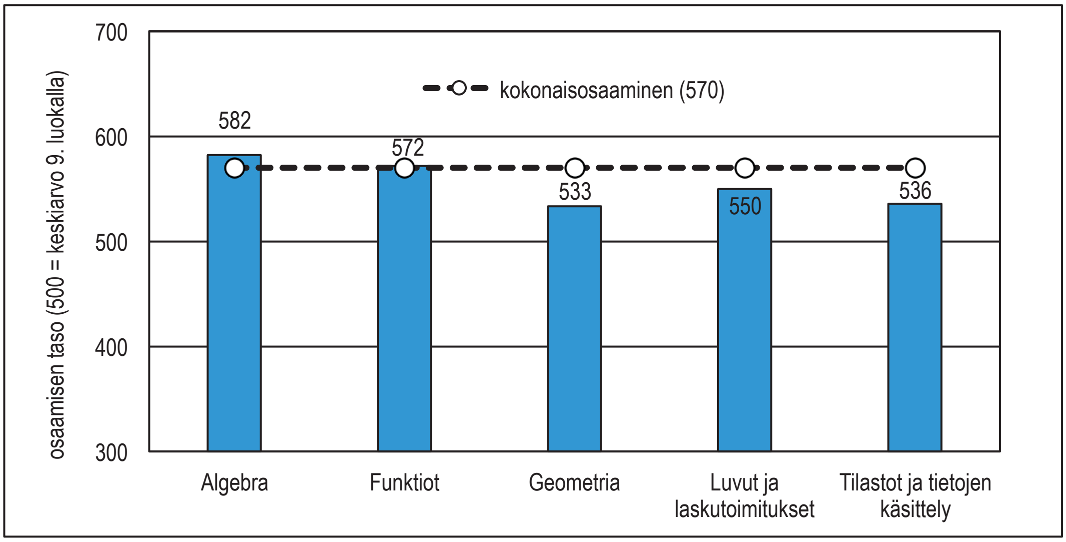
1) keskihajonta/keskiarvo*100 (%)

TAULUKKO 4.11. Osaamisen osa-alueiden perustunnusluvut eri aineistoissa

	lukiokoulutus (n = 1310)				ammatillinen koulutus (n = 741)			
Osa-alue	keski-arvo	vaihtelu-väli	keski-hajonta	variaatio-kerroin[1]	keski-arvo	vaihtelu-väli	keski-hajonta	variaatio-kerroin[1]
Kokonaisosaaminen	627	272–935	106,1	16,9	469	199–876	107,7	23,0
Algebra	666	39–824	120,3	18,1	433	39–824	197,7	45,7
Funktiot	631	214–956	118,3	18,7	467	192–866	137,1	29,4
Geometria	578	145–875	136,2	23,6	452	145–875	131,1	29,0
Luvut ja laskutoimitukset	612	49–716	127,1	20,8	442	49–716	198,5	44,9
Tilastot ja tietojen käsittely	567	142–606	95,8	16,9	482	142–879	168,3	34,9

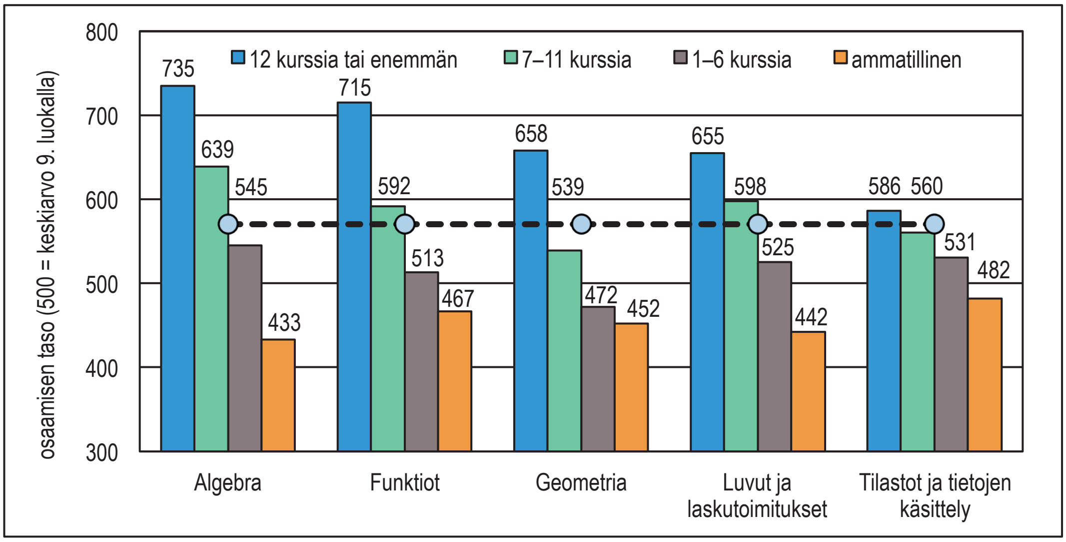
1) keskihajonta/keskiarvo*100 (%)

Kokonaisaineistossa matematiikan osa-alueista osattiin parhaiten Algebra (582) ja Funktiot (572) ja selvästi heikommin Geometria (533) sekä Tilastot ja tietojen käsittely (536) (kuvio 4.13). Viimeksi mainitusta ei ole tarpeen tehdä pitkälle meneviä johtopäätöksiä, sillä käytetty mittari oli hyvin lyhyt. Taulukosta 4.10 huomataan, että vaihtelu on suurta Algebran ja Lukujen ja laskutoimitusten alueella – vaihteluväli ulottuu 3. luokan tasosta (39–49) lukion pitkän matematiikan tasoon (716–824). Huomionarvoista on, että nämä ääripäät löytyvät sekä lukioaineistosta että ammatillisen koulutuksen aineistosta (taulukko 4.11). Ero aineistojen välillä syntyy siitä, että lukiokoulutuksessa korkeita pistemääriä oli huomattavasti enemmän kuin ammatillisen koulutuksen aineistossa. Huomionarvoista on myös, että niistä ammatillisen koulutuksen opiskelijoista, jotka saivat korkeita pistemääriä, valtaosa *ei* ollut suorittamassa kaksoistutkintoa eikä kirjoittamassa lukiossa matematiikan pitkää oppimäärää ylioppilaskokeessa.



KUVIO 4.13. Osaaminen matematiikan eri osa-alueilla koko aineistossa

Suurin absoluuttinen ero ammatillisen ja lukiokoulutuksen aineistojen välillä syntyy Algebran osa-alueella (kuvio 4.14). Tällä osa-alueella myös ne, jotka suorittivat lukiossa vain pakolliset matematiikan opinnot tai sitäkin vähemmän (1–6 kurssia), menestyivät selvästi paremmin (545) kuin ammatillisen koulutuksen opiskelijat (433); ero on 112 yksikköä. Ero on selvä myös Lukujen ja laskutoimitusten osa-alueella (525 ja 442) – 83 yksikköä. Muilla osa-alueilla ryhmien välinen ero on maltillisempi (20–49 yksikköä). Näyttää siis siltä, että lukio-opetus harjaannuttaa Algebran ja Lukujen ja laskutoimitusten alueilla myös niitä, jotka eivät ole matemaattisesti orientoituneita. Pitkän matematiikan valinneille – käytännössä niille, jotka olivat suorittaneet 12 kurssia tai enemmän matematiikkaa lukiossa – suurin osaamisen lisäys tuli Algebran (736) ja Funktioiden (715) osa-alueilla ja pienemmässä määrin Geometriassa ja Lukujen ja laskutoimitusten osa-alueella (658 ja 655). Selvästi matalinta osaaminen on Tilastot ja tietojen käsittelyn (586) osa-alueella. Tämän osa-alueen mittari oli kuitenkin lyhyt ja erottelukyvyltään heikko, mikä voi selittää alisuorittamiselta näyttävän ilmiön.

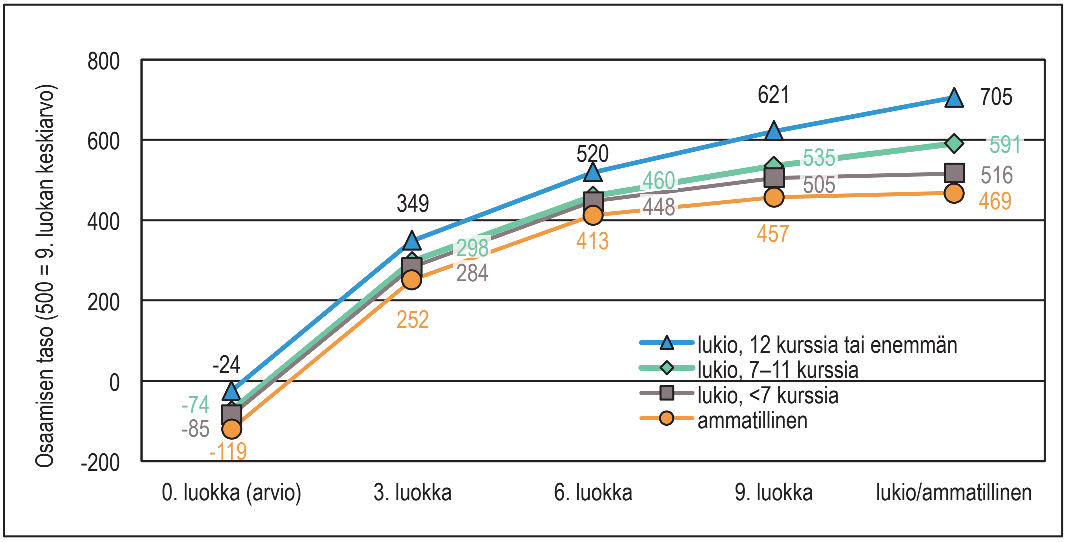


KUVIO 4.14. Osaaminen matematiikan eri osa-alueilla lukiossa ja ammatillisessa koulutuksessa

4.1.2 Osaaminen eriytyy jo varhaisilla luokilla, mutta selvemmin perusopetuksen yläluokkien aikana ja toisella asteella

Osaaminen eriytyy jo varhaisina kouluvuosina (kuvio 4.15). Jo kouluun tullessaan ne opiskelijat, jotka myöhemmin kirjoittavat pitkän ylioppilaskokeen lukiossa, suoriutuvat matemaattisista tehtävistä paremmin (osaaminen -24 yksikköä) kuin ne oppilaat, jotka myöhemmin menevät ammatilliseen koulutukseen (-119) – keskiarvojen ero on lähes 100 yksikköä. Keskiarvojen ero on merkitsevä ja merkittävä.[14] Erot ryhmien välillä ovat samaa suuruusluokkaa 6. luokan alkuun asti (osaamisen ero 94–105 yksikköä), mutta aineiston pieneen hajontaan nähden ero on jopa merkittävämpi kuin koulun alkaessa ja 3. luokan alussa.[15] Yläluokkien aikana osaamisen erot kasvavat huomattavasti niin, että 9. luokan loputtua erot ovat erittäin merkittäviä[16] ja laajenevat vielä toisen asteen opinnoissa, kun lukion pitkän matematiikan valinneet saavat huomattavan lisäarvon opinnoistaan.[17] Pitkittäisaineiston näkökulmasta lukion minimikurssit suorittaneiden ja ammatillisen koulutuksen opiskelijoiden osaamisen taso ei juuri nouse 9. luokalla saavutetusta tasosta. Asia tarkentuu luvussa 4.4.1, jossa käsitellään vanhempien ylioppilastutkinnon vaikutusta osaamiseen.

14 ANOVA $F(3; 2743) = 96{,}88$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}33$
15 ANOVA $F(3; 2743) = 137{,}87$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}39$
16 ANOVA $F(3; 3475) = 566{,}92$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}70$
17 ANOVA $F(3; 2046) = 702{,}63$ $p < 0{,}001$, $f = 1{,}02$

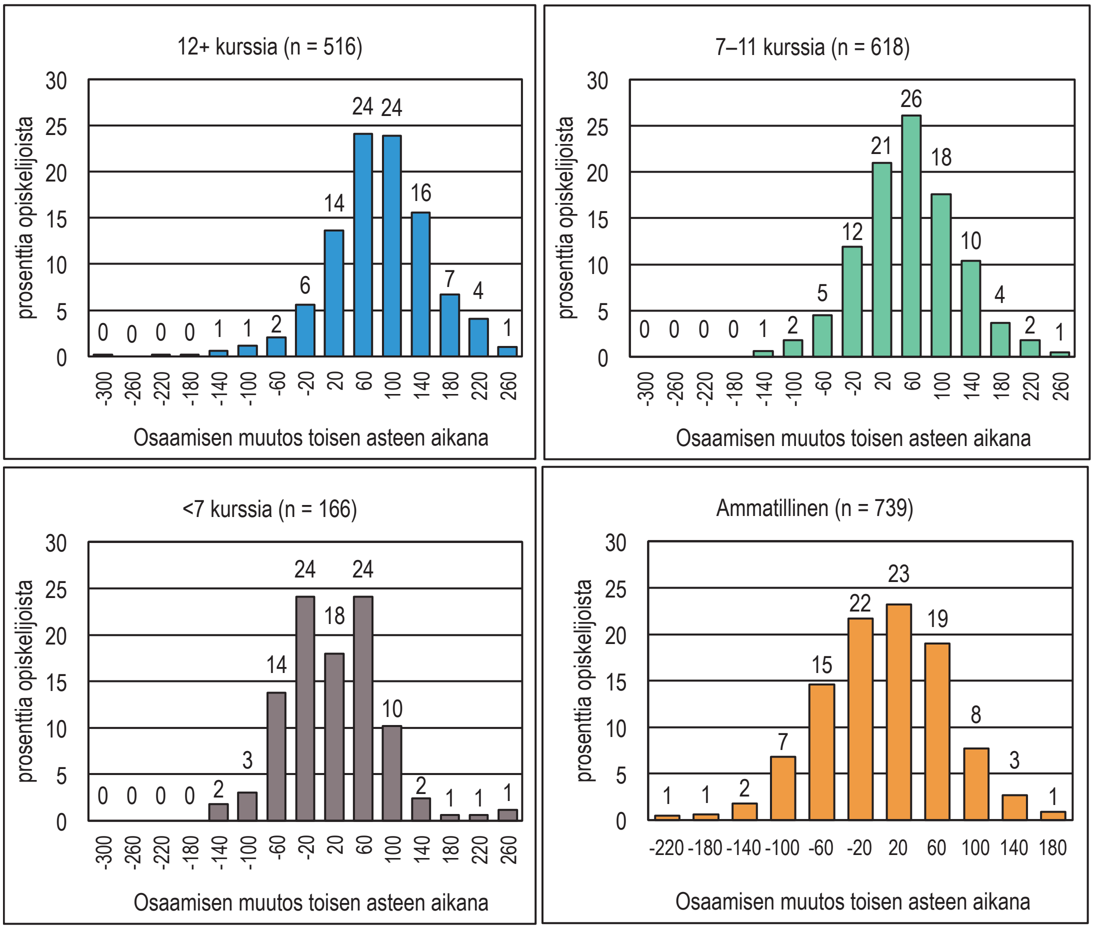


KUVIO 4.15. Osaamisen muutos 13 kouluvuoden aikana

Kuvion 4.15 perusteella tiedetään, että lukion matematiikan pitkän oppimäärän suorittaneilla (12 kurssia tai yli) osaaminen lisääntyy keskimäärin 84 yksikköä. Vastaavasti matematiikan lyhyen oppimäärän suorittaneilla, mutta ylimääräisiä kursseja ottaneilla (7–11 kurssia) osaaminen lisääntyi keskimäärin 56 yksikköä. Tiedetään siis, että pitkän matematiikan ryhmässä *yhden vuoden* aikana osaaminen lisääntyy 28 yksikköä ja 7–11 kurssia suorittaneiden ryhmässä 19 yksikköä. Tätä tietoa hyödynnetään, kun tuonnempana arvioidaan ryhmien välisten erojen suuruutta. Lukion minimikurssimäärin suorittaneilla ja ammatillisen koulutuksen suorittaneilla – joilla osaaminen ei käytännössä muutu 9. luokan jälkeen – tämankaltainen vertailu ei ole mielekäs.

4.1.3 Osaamisen polut ovat yksilöllisiä vaikka säännönmukaisuuksia löydetään

Yleisesti ottaen raportissa käsitellään opiskelijoita ryhminä, ja tuloksia kuvataan ryhmien keskiarvoina. Suurempina ryhminä käsiteltäessä opiskelijoista ja heidän taustoistaan löytyy säännönmukaisuuksia; osaamista ja osaamisen muutosta voidaan selittää mielekkäästi valituilla taustamuuttujilla. Yksittäisen opiskelijan osaamisen polkua ei kuitenkaan voida ennustaa. Positiivisessa tilanteessa tämä tarkoittaa sitä, että heikoista lähtökohdista voidaan saavuttaa hyviä tuloksia – tosin päinvastoinkin voi käydä. Kuviossa 4.16 havainnollistetaan eri opiskelijaryhmien osaamisen muutosta. Osaamisen muutosta kuvaava asteikko on rakennettu siten, että -300 viittaa alle -300 oleviin arvoihin, -260 viittaa arvoihin välillä -300 ja -260 ja niin edelleen kunnes (+)260 viittaa arvoihin välillä 220–260. Arvo -300 tarkoittaa, että osaaminen laski 300 yksikköä ja vastaavasti +260, että osaaminen lisääntyi 260 yksikköä; nämä ääritilanteet ovat harvinaisia ja lienevät seurausta alisuorituksesta jommassakummassa kokeessa.[18]



KUVIO 4.16. Osaamisen muutos yksilöopiskelijan kannalta eri opiskelijaryhmissä

Kaikissa opiskelijaryhmissä osaaminen voi sekä nousta että laskea huomattavasti. Äärimmillään kokonaisosaaminen on saattanut toisen asteen aikana joko nousta tai laskea yli 300 yksikköä. Tämä suuruinen muutos on erittäin suuri. Osaaminen nousi ja laski eniten matematiikan pitkän oppimäärän opiskelijoilla – molemmat ääripäät ovat edustettuna tässä ryhmässä. Yleisesti ottaen – keskimäärin – suurinta nousua syntyy lukion pitkän (+83) ja lyhyen matematiikan (+57) lukijoiden

18 Kansallisessa arvioinnissa hyvä suoritus ei ole koskaan sattumaa vaan osaamisen seurausta. Heikko suoritus voi yhtäältä olla seurausta siitä, että opiskelijan osaamisen taso on aidosti matala. Toisaalta hyväkin opiskelija voi tehdä heikon suorituksen, mikäli ei ole motivoitunut tekemään koetta tosissaan – jos ollenkaan – tai jos hän jättää kokeen kesken syystä tai toisesta. Siksi kyseessä on aina "näytetty osaaminen" – näin paljon opiskelija halusi näyttää osaamistaan kansallisessa kokeessa. Osaamisen muutoksen arviointi on astetta haasteellisempaa; muutos voi olla teknistä seurausta siitä, että opiskelija teki poikkeuksellisen suorituksen alkumittauksessa. Asiaa pohtivat enemmän Kuukka ja Metsämuuronen (2016) tarkastellessaan S2-oppimäärän päättöarvosanojen muodostumista.

ryhmissä ja tätä vähemmän lukion lyhyen matematiikan pakollisten kurssien suorittajilla (+18) ja ammatillisen koulutuksen opiskelijoilla (+2). Erot kaikkien ryhmien välillä ovat merkitseviä ja ero ääriryhmien välillä erittäin merkittävä.[19] Huomattakoon kuitenkin, että vaikka keskimääräinen osaamisen lisäys ammatillisessa koulutuksessa on pientä, joukossa on paljon opiskelijoita (31 %), joiden osaaminen nousee vähintään 20 yksikköä – 12 prosentilla yli 60 yksikköä.

Toinen huomio liittyy jakaumien normaalisuuteen – osaamisen muutos on luonnostaan normaalinen ilmiö. Tästä poikkeuksen tekee lukion ryhmä, jossa opiskeltiin matematiikkaa vähimmäismäärä. Tämä ryhmä näyttää jakaantuvan kahteen populaatioon: niihin, joilla osaaminen laskee hieman ja niihin, joilla se nousee selvästi. Ilmiön syytä ei pohdita tässä sen enempää – todetaan vain, että tämä ryhmä poikkeaa muista ryhmistä.

Luvussa 4.3.3 tarkennetaan, kuinka aiempi osaaminen selitti osaamista toisen asteen lopussa.

4.1.4 Matematiikka koetaan hyödyllisenä ja siitä saadaan positiivisia tunnekokemuksia

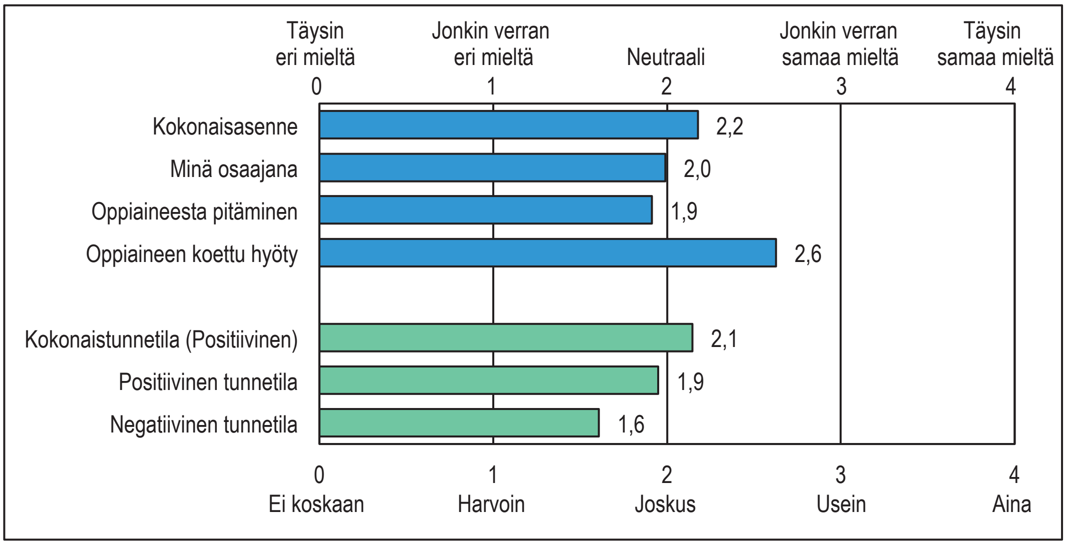
Kansallisissa oppimistulosarviointiraporteissa oppilaiden ja opiskelijoiden asenteet oppiainetta kohtaan on ymmärretty kahdella tavalla. Yhtäältä asennoitumiselle on annettu oma itsenäinen arvonsa. On ajateltu, että asenteet heijastavat affektiivisen eli tunnealueen oppimistulosta kognitiivisen eli tiedollisen alueen rinnalla, ja toisaalta asenteilla on nähty välineellinen arvo selittämässä oppimistuloksia. Molemmat näkökulmat ovat perusteltuja ja molempia tarkastellaan tässä raportissa. Tässä luvussa tarkastellaan asenteita itsenäisinä tekijöinä ja asenteiden osuutta osaamisen selittämisessä luvuissa 4.2 ja 4.3. Asenteen osatekijöistä tässä jaksossa käsitellään Fennema–Sherman-testin ja sen osa-alueiden (Oppiaineesta pitäminen, Minä osaajana ja Oppiaineen koettu hyödyllisyys) tuloksia ja koettuja tunnetiloja matematiikan oppimisessa (Positiiviset tunnetilat ja Negatiiviset tunnetilat). Koettua Matematiikka-ahdistusta ja Perheen tukea matematiikan opintoihin sekä niiden osuutta matematiikan oppimisessa käsitellään luvussa 4.3.

Kokonaisuutena arvioiden Fennema-Sherman-testin osa-alueista selkeästi positiivisimmin suhtauduttiin matematiikan hyötynäkökulmiin (kuvio 4.17); 58 prosenttia toisen asteen loppuvaiheen opiskelijoista koki matematiikan ainakin *jonkin verran* hyödylliseksi tulevien opintojen tai työelämän näkökulmasta ja vain 8 prosenttia oli *jonkin verran eri mieltä* tai *täysin eri mieltä* matematiikan hyödyllisyydestä. Matematiikasta oppiaineena pidettiin selvästi vähemmän: 32 prosenttia opiskelijoista piti matematiikasta ainakin *jonkin verran* ja 38 prosenttia oli *jonkin verran eri mieltä* tai *täysin eri mieltä* väitteistä, joilla kartoitettiin matematiikasta pitämistä. Erot keskiarvoissa ovat merkitseviä ja merkittäviä.[20] Arvioidessaan omia tunnetilojaan matematiikan opinnoissa opiskelijat ilmaisivat kokeneensa hieman enemmän positiivisia tunteita (keskimäärin 1,9) kuin negatiivisia (1,6). Keskiarvojen ero on merkitsevä, muttei merkittävän suuri.[21]

19 ANOVA, $F(3; 1931) = 144{,}25$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}47$

20 Parittainen t-testi OSAA – HYÖTY: $t(2048) = -30{,}37$, $p < 0{,}001$, $d = -0{,}67$
Parittainen t-testi PITÄÄ – HYÖTY: $t(2048) = -34{,}97$, $p < 0{,}001$, $d = -0{,}77$

21 Parittainen *t*-testi POS – NEG: $t(2035) = 9{,}014$, $p < 0{,}001$, $d = 0{,}20$

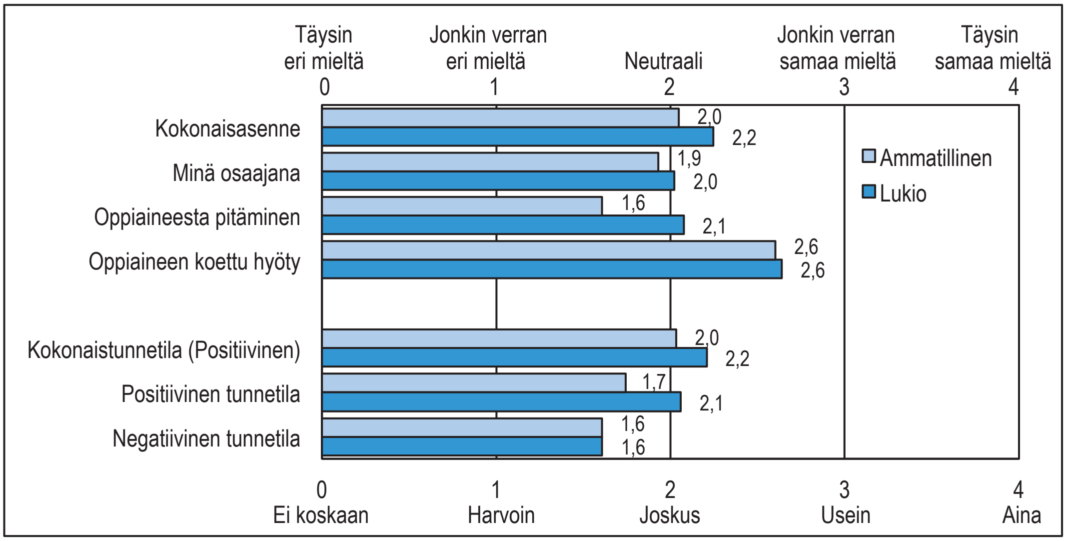


KUVIO 4.17. Asenteen osatekijät koko aineistossa

Matematiikan kokeminen hyödylliseksi ei poikennut lukion ja ammatillisen koulutuksen opiskelijoiden välillä (kuvio 4.18). Sen sijaan lukio-opiskelijat pitivät selvästi enemmän matematiikasta oppiaineena (keskimäärin 2.1) kuin ammatillisen koulutuksen opiskelijat (1,6). Ero on merkitsevä ja keskisuuri.[22] Kiintoisaa ja ehkä hieman erikoistakin on, että sekä lukio- ja ammatillisen koulutuksen opiskelijoiden kokemus itsestään osaajana on lähes identtinen (2,0 ja 1,9), vaikka osaamisen tasossa on merkittävä ero. Olisi ollut odotettavaa, että lukio-opiskelijoiden kokemus omasta osaamisestaan olisi ollut selvästi positiivisempi, onhan heidän osaamisensa merkittävästi parempaa. Näyttää siltä, että lukio-opinnoissa korkea vaatimustaso ja vertailuryhmän tasaisuus vähentävät kokemuksen positiivisuutta.

Lukio-opinnoissa matematiikan opiskeluun liittyy merkitsevästi ja merkittävästi useammin positiivisia tunnekokemuksia (keskimäärin 2,1) kuin ammatillisessa koulutuksessa (1,7).[23] Erityisen positiivisia tuntemukset olivat niillä, joiden lukion matematiikan kurssien keskiarvosana oli korkeampi kuin 9,25 riippumatta kurssien määrästä (keskimäärin 2,7), ja niillä, jotka olivat suorittaneet yli 13 kurssia matematiikkaa (2,4). Erityisen vähäisesti positiivisia tuntemuksia oli niillä lukio-opiskelijoilla, jotka olivat suorittaneet korkeintaan kuusi kurssia (keskimäärin 1,4) ja joiden keskiarvosana oli 5,6 tai vähemmän. Vastaavasti vähäisesti positiivisia tuntemuksia oli niillä ammatillisen koulutuksen opiskelijoilla, joiden matematiikan kurssiarvosana oli tyydyttävä (1,4). Negatiivisten tunnekokemusten suhteen eroa ei ollut lukio- ja ammatillisen koulutuksen välillä.

22 ANOVA: $F(1; 2046) = 97{,}19$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}22$
23 ANOVA: $F(1; 2035) = 73{,}24$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}19$



KUVIO 4.18. Asenteen osatekijät lukio- ja ammatillisen koulutuksen aineistossa

4.2 Matemaattinen osaaminen ja asenteet keskeisten tasa-arvomuuttujien näkökulmasta

Miehet menestyvät matematiikassa merkitsevästi naisia paremmin toisen asteen koulutuksen lopussa; matematiikan osaamiseltaan parhaista opiskelijoista vain 27 prosenttia on naisia ja 73 prosenttia miehiä. Naiset ovat lukiossa noin yhden vuoden jäljessä miehiä – ammatillisessa koulutuksessa noin kahden vuoden verran. Kaikissa taitotasoluokissa naisopiskelijat kokivat opintojensa aikana merkittävästi enemmän negatiivisia tuntemuksia, ja heidän käsityksensä itsestään osaajana olivat kielteisempiä kuin miehillä.

Eri kieliryhmissä on mahdollisuus saada yhdenvertainen matematiikan osaamisen taso. Ruotsinkielisten koulujen oppilaat ovat kirineet kiinni suomenkielisten koulujen oppilaat jo perusopetuksen aikana. Ruotsinkieliset opiskelijat nousivat suomenkielisten tasolle selvästi heikommista lähtökohdista, mutta saavuttivat suomenkielisten tason 9. luokan loppuun mennessä – tämän jälkeen eroja ei ole missään tutkituista ryhmistä.

Kokonaisuutena arvioiden eri puolilla Suomea on mahdollisuus saada yhdenvertainen matematiikan osaamisen taso. Maakuntien välillä näyttää olevan selittymätöntä vaihtelua siinä, kuinka paljon osaamista kehittyy. Joissain maakunnissa (esimerkiksi Kainuu, Päijät-Häme ja Pirkanmaa) sekä lukioissa että ammatillisessa koulutuksessa kehittyy kansallisesti arvioiden parasta osaamista ja toisissa maakunnissa (esimerkiksi Kymenlaakso, Itä-Uusimaa ja Varsinais-Suomi) kehittyy molemmissa koulumuodoissa kansallisesti arvioiden heikointa osaamista.

Perinteisesti koulutuksellisen tasa-arvon näkökulmiksi OPH:n ja Karvin oppimistulosarvioinneissa on otettu sukupuoleen, kieliryhmiin, maantieteellisiin alueisiin ja kuntaryhmiin liittyvät tekijät. Lähtökohtaisesti ryhmien ja alueiden välillä ei saisi olla koulutuksellista epätasa-arvoa. Mikäli eroja havaitaan, on syytä pohtia, mitä voitaisiin tehdä, että erot pienisivät.

Tässä luvussa kuvataan keskeiset tulokset tasa-arvon näkökulmasta sukupuolen suhteen (luku 4.2.1), koulun opetuskielen suhteen (luku 4.2.2), järjestäjän maantieteellisen sijainnin suhteen (luku 4.2.3) ja kuntaryhmityksen suhteen (luku 4.2.4).

4.2.1 Naiset menestyvät heikommin kuin miehet ja kokevat useammin negatiivisia kokemuksia

Edellä luvussa 3 aineiston katoa pohdittaessa havaittiin, että miehiä oli kokonaisaineistossa 51 % ja naisia 49 %. Sukupuolijakaumat poikkeavat oleellisesti toisistaan lukioaineiston ja ammatillisen koulutuksen aineiston välillä – lukioissa vastanneet ovat enemmistöltään naisia (58 %) ja ammatillisessa koulutuksen aineistossa miehiä (66 %).

Naisten matemaattinen osaaminen on yhden tai kahden vuoden päässä miesten osaamisesta

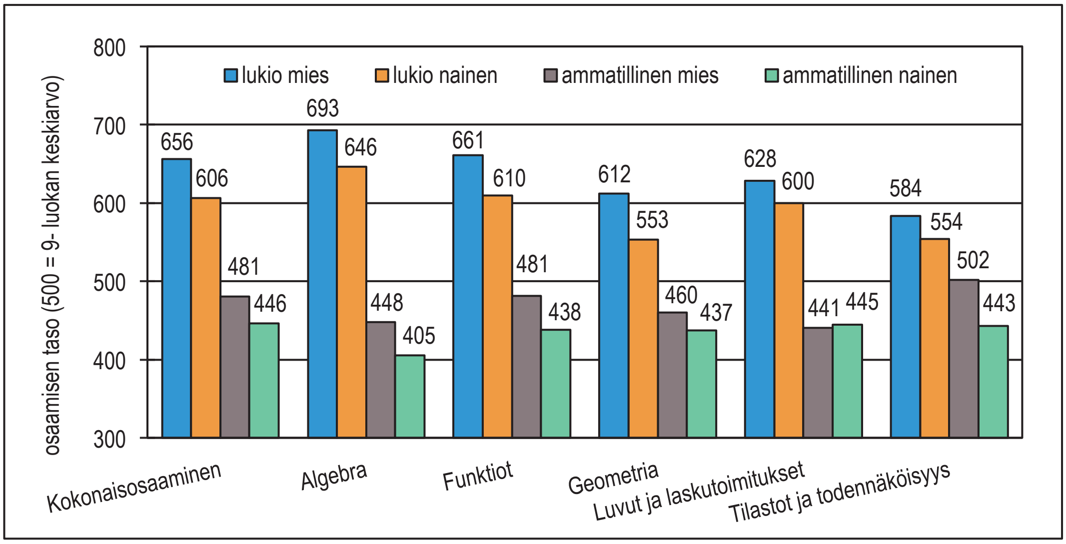
Kokonaisaineistossa miesten ja naisten välillä ei ole merkittävää eroa osaamisen tasossa. Ero sukupuolten välillä on merkitsevä Tilastot ja todennäköisyys-, Geometria- ja Luvut- ja laskutoimitukset -osa-alueilla, mutta suurimmillaankin erot ovat pieniä.[24] Tuonnempana tosin huomataan, että naisten osuus parhaiden osaajien joukossa on yhä selvästi pienempi kuin miesten.

Vaikka kokonaisaineistossa miesten ja naisten välillä ei eroa olekaan, osaaminen näyttäytyy erilaisena kun sitä tarkastelleen erikseen ammatillisen- ja lukiokoulutuksen aineistoissa. Molemmissa aineistoissa miehet menestyvät merkitsevästi paremmin kuin naiset (kuvio 4.19). Lukioaineistossa ero on merkitsevä kaikkien ja merkittävä lähes kaikkilla osa-alueilla – osa-alueesta riippuen miehet ovat 28–59 yksikköä parempia kuin naiset. Suurimmillaan ero on Geometrian osa-alueella ja pienimmillään Lukujen ja laskutoimitusten osa-alueella.[25] Ammatillisen koulutuksen aineistossa erot miesten ja naisten välillä ovat yleisesti ottaen samaa suuruusluokkaa kuin lukioaineistossa (22–59 yksikköä) sillä erotuksella, että ammatillisen koulutuksen aineistossa Lukujen ja laskutoimitusten osa-alueella ei ole lainkaan eroa miesten ja naisten välillä. Suurimmillaan ero on Tilastot ja todennäköisyys -osa-alueella. Ammatillisen koulutuksen aineistossa vaihtelu on kuitenkin suurempaa ja opiskelijoita vähemmän kuin lukioaineistossa. Tästä syystä erot eivät ole merkittävän suuria.[26] Toisaalta kokonaisosaamisen osalta ero toisen asteen lopussa on 35 yksikköä poikien hyväksi – se vastaa lähes *kahden vuoden* osaamisen muutosta lukiossa 7–11 kurssia suorittaneiden ryhmässä. Tästä näkökulmasta eroa voi pitää erittäin merkittävänä.

24 ANOVA, koko aineisto
Tilastot ja todennäköisyys: $F(1; 2049) = 10{,}29$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}07$
Luvut ja laskutoimitukset: $F(1; 2049) = 7{,}39$, $p < 0{,}007$, $f = 0{,}06$
Geometria: $F(1; 2049) = 5{,}88$, $p < 0{,}015$, $f = 0{,}05$

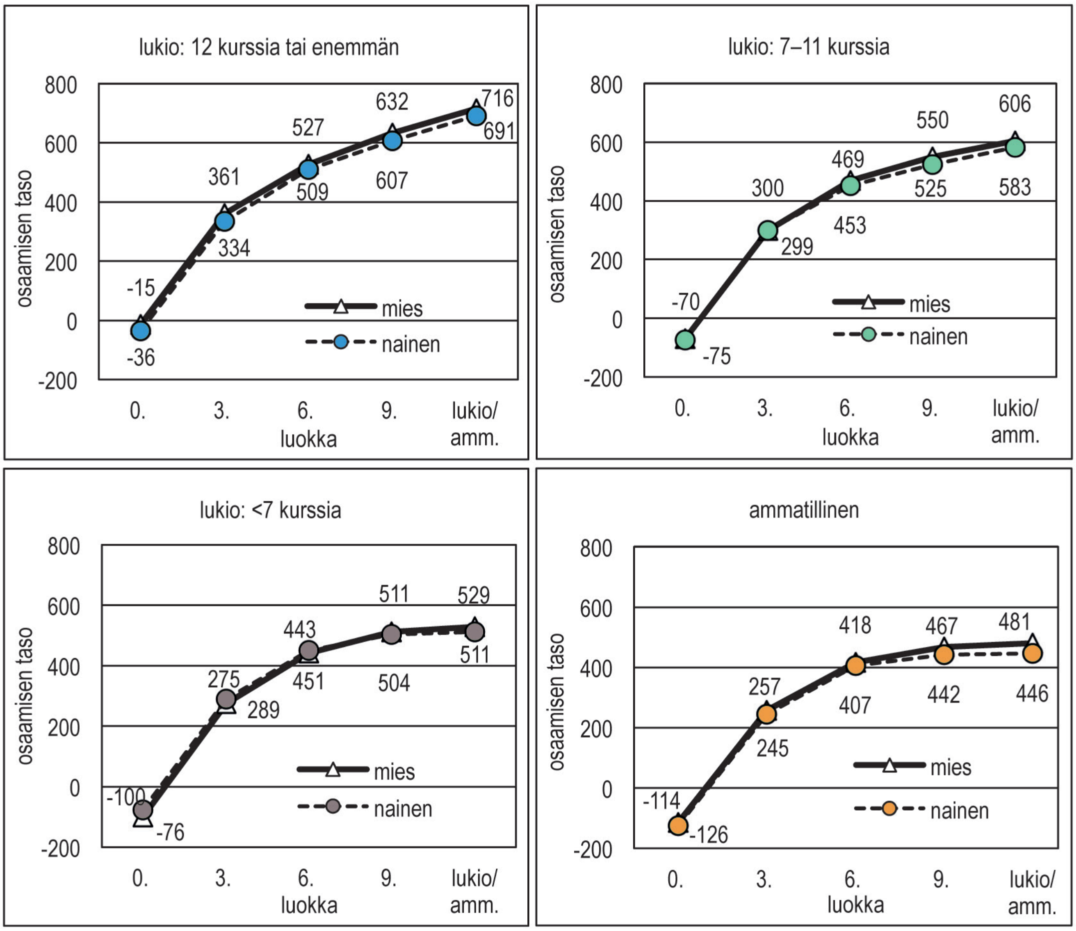
25 ANOVA, lukio
Kokonaisosaaminen: $F(1; 1308) = 75{,}12$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}24$
Algebra: $F(1; 1308) = 49{,}94$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}20$
Funktiot: $F(1; 1308) = 64{,}06$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}22$
Geometria: $F(1; 1308) = 61{,}49$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}22$
Luvut ja laskutoimitukset: $F(1; 1308) = 16{,}31$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}11$
Tilastot ja todennäköisyys: $F(1; 1308) = 31{,}26$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}16$

26 ANOVA, Ammatillinen
Kokonaisosaaminen: $F(1; 739) = 17{,}48$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}16$
Algebra: $F(1; 739) = 7{,}77$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}11$
Funktiot: $F(1; 739) = 16{,}87$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}16$
Geometria: $F(1; 739) = 4{,}83$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}08$
Luvut ja laskutoimitukset: $F(1; 739) = 0{,}08$, *n.s.*, $f = 0{,}00$
Tilastot ja todennäköisyys: $F(1; 739) = 20{,}99$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}17$



KUVIO 4.19. Sukupuolten väliset osaamisen erot lukio- ja ammatillisessa aineistossa

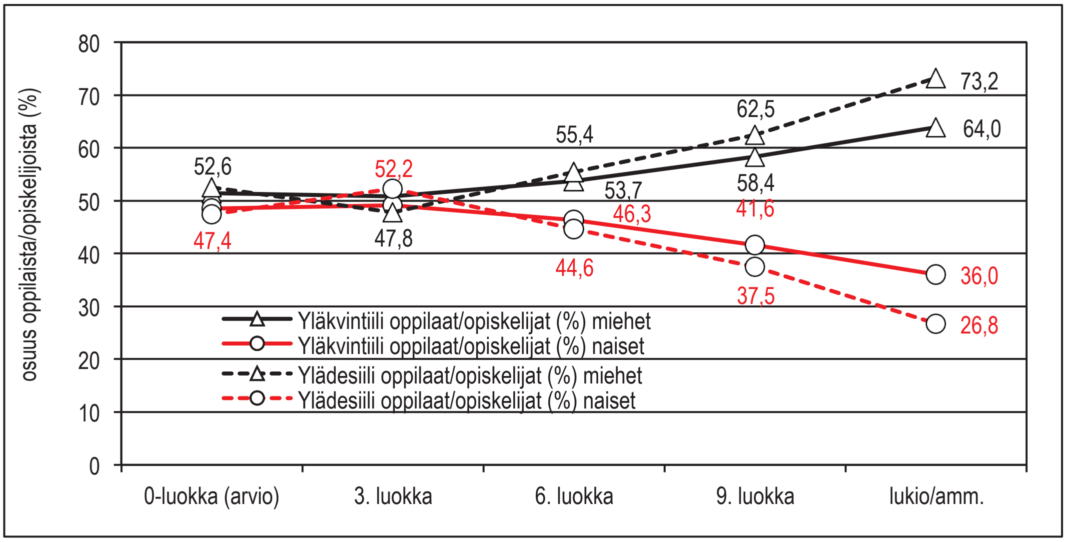
Varhaisina vuosina osaaminen ei poikkea tyttöjen ja poikien välillä (kuvio 4.19). Ammatilliseen koulutukseen hakeutuneiden opiskelijoiden osaaminen eriytyy selkeimmin yläluokkien aikana; tytöt ovat jo 9. luokan lopulla hieman matalammalla osaamisen tasolla kuin pojat ja ero lisääntyy ammatillisen koulutuksen aikana. Toisen asteen lopussa ero vastaa lukion lyhyen matematiikan suorittaneilla kahden vuosiluokan tasoa kuten edellä todettiin. Lukiossa 7–11 kurssia suorittaneiden opiskelijoiden osaaminen eriytyy jo yläluokkien aikana, mutta kasvaa hieman lukiossa. Toisen asteen lopussa naisten osaaminen on 23 yksikköä heikompaa, mikä vastaa reilun vuoden osaamisen tasoa. Lukiossa vähintään 12 kurssia suorittaneiden miesopiskelijoiden osaaminen näyttää olevan hieman naisopiskelijoita parempaa jo varhaisista vuosista lähtien. Toisen asteen lopussa ero on 25 yksikköä, mikä vastaa noin yhden vuoden aikana saavutettua osaamista.



KUVIO 4.20. Sukupuolten välinen ero eri vuosiluokilla

Naisten osuus parhaiden osaajien joukossa on matala

Aiemmin 9. luokan aineiston yhteydessä huomattiin, että tyttöjen osuus matematiikassa parhaiten menestyneiden oppilaiden joukossa oli 37–42 prosentin tasolla riippuen siitä, tarkasteltiinko ehdottomasti huippuosaajia (parasta desiiliä) ja yleisemmin parhaita osaajia (parasta kvintiiliä); parhaista oppilaista tyttöjä oli siis merkittävästi vähemmän kuin poikia (Metsämuuronen, 2013b, 89). Tyttöjen osuus laski systemaattisesti 3. luokan alun jälkeen – 6. luokan alussa osuus oli 45 prosenttia ja 9. luokan lopussa 37 prosenttia. Toisen asteen lopussa naisten osuus on enää 27 prosenttia (kuvio 4.21).



KUVIO 4.21. Parhaiden oppilaiden ja opiskelijoiden sukupuolijakauma

Tyttöjen osuus parhaista oppijoista vähenee systemaattisesti kouluvuosien aikana. Toisen asteen lopussa ehdottomasti parhaista matematiikan suorituksia tehneistä opiskelijoista 27 % on naisia ja 73 % miehiä – parhaassa viidenneksessä naisia on 36 % ja miehiä 64 %. Erot ovat merkitseviä ja merkittäviä.[27] Naisten jatko-opintojen näkökulmasta tilanne näyttäytyy mahdollisuuksia kaventavalta: riippumatta siitä, johtuuko naisten vähäisempi määrä parhaiden matematiikan harrastajien joukossa heidän omasta suuntautumisestaan muihin oppiaineisiin kuin matematiikkaan, matemaattista osaamista tarvitaan esimerkiksi monissa insinööritieteiden, kauppatieteiden tai matematiikan ja tilastotieteen opiskelua vaativissa ammateissa. Mitä vähemmän naisia on parhaiden matematiikan osaajien joukossa, sitä vähäisempi heidän osuutensa tietyissä ammateissa voi olla, mikä potentiaalisesti vinouttaa ammattirakenteita sukupuolia syrjivästi.

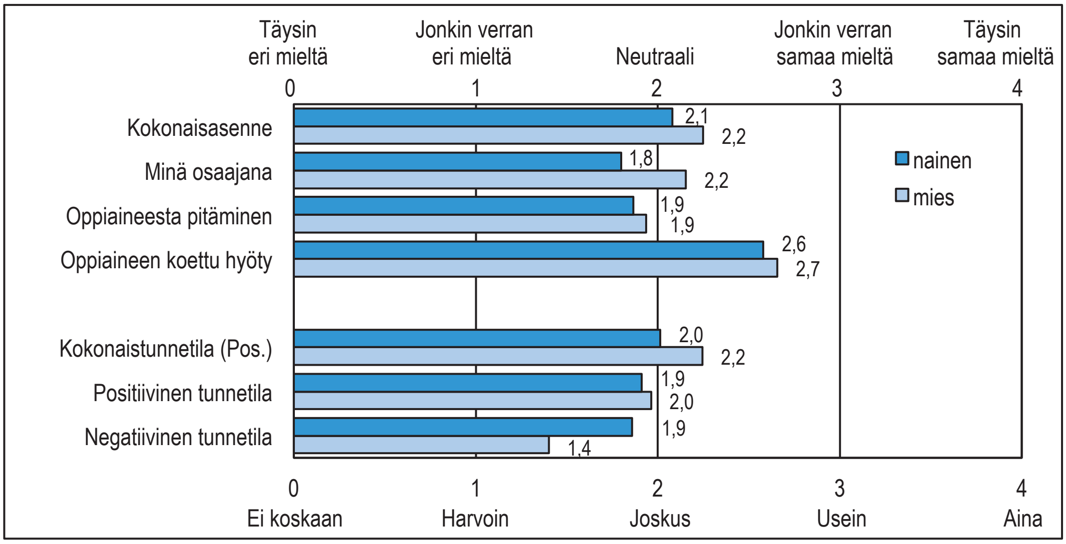
Naiset kokevat enemmän negatiivisia kokemuksia matematiikkaa ajatellessaan

Asenteista on syytä nostaa esiin kaksi seikkaa. Kokonaisaineistossa naisten kokemus itsestään matematiikan osaajina on merkitsevästi ja merkittävästi matalampi kuin miesten (kuvio 4.22).[28] Tulos on samansuuntainen kuin aiemmin tutkituilla luokka-asteilla 3–9 (Tuohilampi & Hannula, 2013, 244; Metsämuuronen & Tuohilampi, 2014). Naisopiskelijat kokivat myös miesopiskelijoihin verrattuna merkitsevästi ja merkittävästi useammin negatiivisia tuntemuksia – turhautumista, vihaa, ahdistusta ja avuttomuutta – ajatellessaan matematiikan opintojaan.[29]

27 Binomitesti, kvintiili $p < 0{,}001$, $h = 0{,}57$, desiili $p < 0{,}001$, $h = 0{,}97$

28 ANOVA, Minä osaajana $F(1;\ 2047) = 77{,}76$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}19$

29 ANOVA, Negatiiviset tunnetilat $F(1;\ 2034) = 129{,}91$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}25$

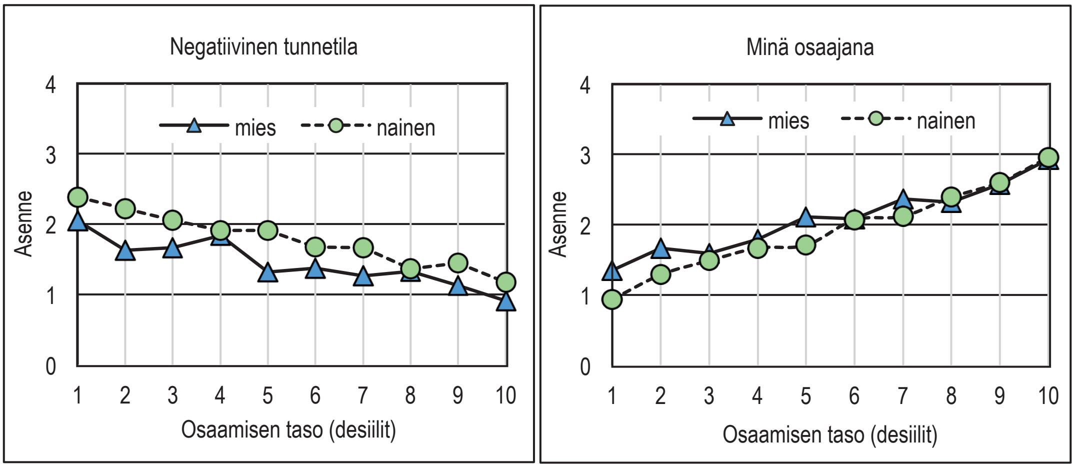


KUVIO 4.22. Sukupuolten väliset erot asenteiden osa-alueilla koko aineistossa

Huomion arvoista on, että naisopiskelijat kokivat miehiä enemmän negatiivisia tunnetiloja kaikissa taitotasoryhmissä (kuvio 4.23) – erot ovat merkitseviä ja merkittäviä lähes kaikissa osaamisryhmissä.[30] Alemmissa osaamisryhmissä (desiileissä 1–3 ja 5) ero naisten ja miesten kokemuksissa omasta osaamisestaan on merkittävän suuri – lähes yhden hajontayksikön suuruusluokkaa.[31] Jostain syystä siis naisopiskelijoiden kokemukset ja tuntemukset ovat selvästi kielteisempiä matematiikkaa kohtaan kuin miesten, jopa parhaimmilla osaamisen tasoilla. Tämä saattaa osaltaan selittää sitä, miksi naisopiskelijoiden osaamisen taso on miesopiskelijoiden tasoa matalampi. Kuviosta 4.23 huomataan myös, että ylimmissä desiileissä (8–10) miesten ja naisten kokemuksessa itsestään matematiikan osaajana ei ole lainkaan eroa – tältä osin tilanne poikkeaa 9. luokan lopun tilanteesta. Hyvät opiskelijat tietävät siis sukupuolesta riippumatta olevansa hyviä. Alemmissa desiileissä (1–2) eli alimmassa kvintiilissä miehet kokevat olevansa selvästi parempia kuin naiset, vaikka absoluuttisesti arvioituna osaaminen onkin samansuuruista.

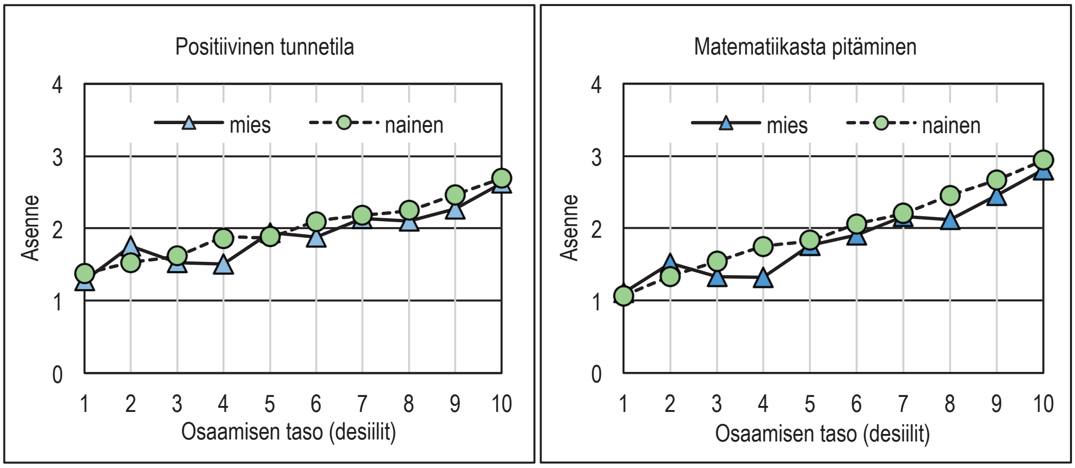
30 lukuun ottamatta desiilejä 4 ja 8 kaikki merkitsevyydet $p < 0{,}022$ ja efektikoot $f = 0{,}17–0{,}36$

31 kaikki merkitsevyydet $p < 0{,}001$; kaikki efektikoot $f = 0{,}25–0{,}39$



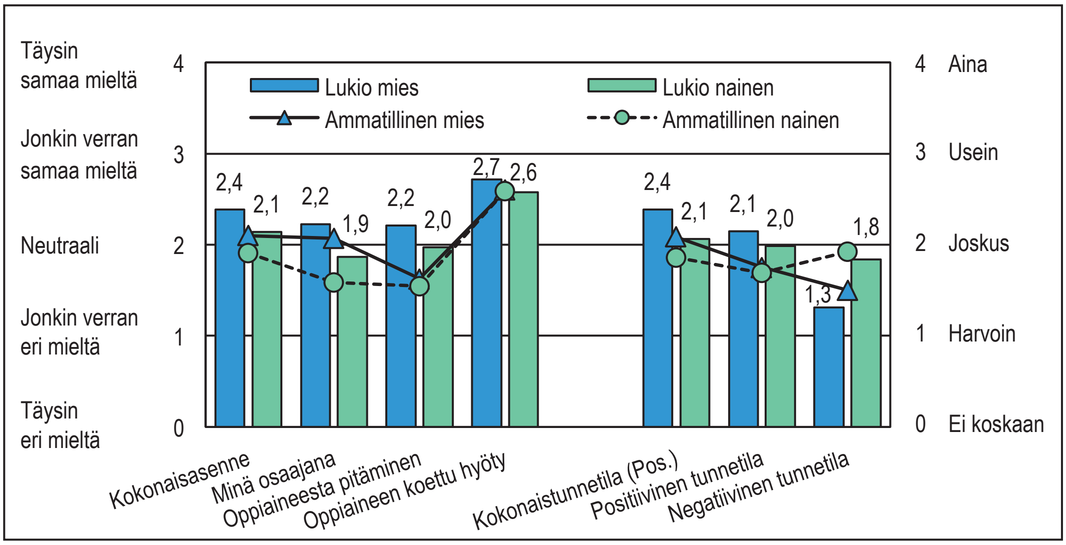
KUVIO 4.23. Negatiiviset tunnetilat ja Minä osaajana sukupuolten välillä eri osaamisen tasoilla

Omalla tavallaan kiintoisaa on, että vaikka naiset kokivat merkitsevästi ja merkittävästi useammin negatiivisia tuntemuksia pohtiessaan matematiikan opintoja, he kokivat *positiivisia* tunnetiloja yhtä paljon kuin miehet kaikilla osaamisen tasoilla (kuvio 4.24). Ero on tosin merkitsevä miesten hyväksi lukioissa, mutta ammatillisessa koulutuksessa erot eivät ole merkitseviäkään. Positiivinen tunnetila ja Matematiikasta pitäminen korreloivat hyvin korkeasti sekä naisten (r = 0,87) että miesten (r = 0,85) ryhmässä. Kuviosta 4.24 saa vaikutelman, että ylemmissä desiileissä (8–10) naiset pitävät enemmän matematiikasta kuin miehet – tämä pitää paikkansa. Toisaalta edellä todettiin, että naisten asennekeskiarvo on merkitsevästi matalampi kuin miesten. Tämä paradoksi selittynee sillä, että ylimmissä desiileissä on erittäin vähän naisia suhteessa miehiin ja näin ollen heillä on pieni vaikutus naisten keskiarvoon.



KUVIO 4.24. Positiiviset tunnetilat ja matematiikasta pitäminen sukupuolten välillä eri osaamisen tasoilla

Aiemmasta tiedetään ensiksi, että lukio-opiskelijat olivat osaamiseltaan selvästi parempia kuin ammatillisen koulutuksen opiskelijat, toiseksi, että negatiiviset ja positiiviset tunnetilat sekä kokemus itsestä osaajana ovat suoraan yhteydessä todelliseen taitotasoon ja kolmanneksi, että pojilla on taipumusta kokea positiivisempia tuntemuksia matematiikassa hieman vähäisemmilläkin taidoilla. Näin ollen ei ole yllätys, että nämä seikat heijastuvat lukion ja ammatillisen koulutuksen vertailussa: yleisesti ottaen ammatillisen koulutuksen naisopiskelijoiden käsitys itsestään osaajana oli merkitsevästi ja merkittävästi matalampi kuin miesopiskelijoiden (kuvio 4.25).[32] Samoin he kokivat useammin negatiivisia tunnetiloja kuin miesopiskelijat.[33] Huomion arvoista on, että myös lukiossa naisopiskelijat kokivat merkittävästi useammin negatiivisia tuntemuksia ajatellessaan matematiikan oppimista kuin miesopiskelijat – ero miesten ja naisten välillä on suurempi lukiossa kuin ammatillisessa koulutuksessa.[34]



KUVIO 4.25. Asenteen osatekijät lukio- ja ammatillisessa aineistossa

32 ANOVA, Ammatillinen koulutus, miehet ja naiset $F(1; 681) = 40{,}88$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}25$

33 ANOVA, Ammatillinen koulutus, miehet ja naiset $F(1; 673) = 27{,}75$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}20$

34 ANOVA, Lukio koulutus, miehet ja naiset $F(1; 1247) = 111{,}00$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}30$

4.2.2 Kieliryhmien välillä ei ole eroa osaamisen suhteen

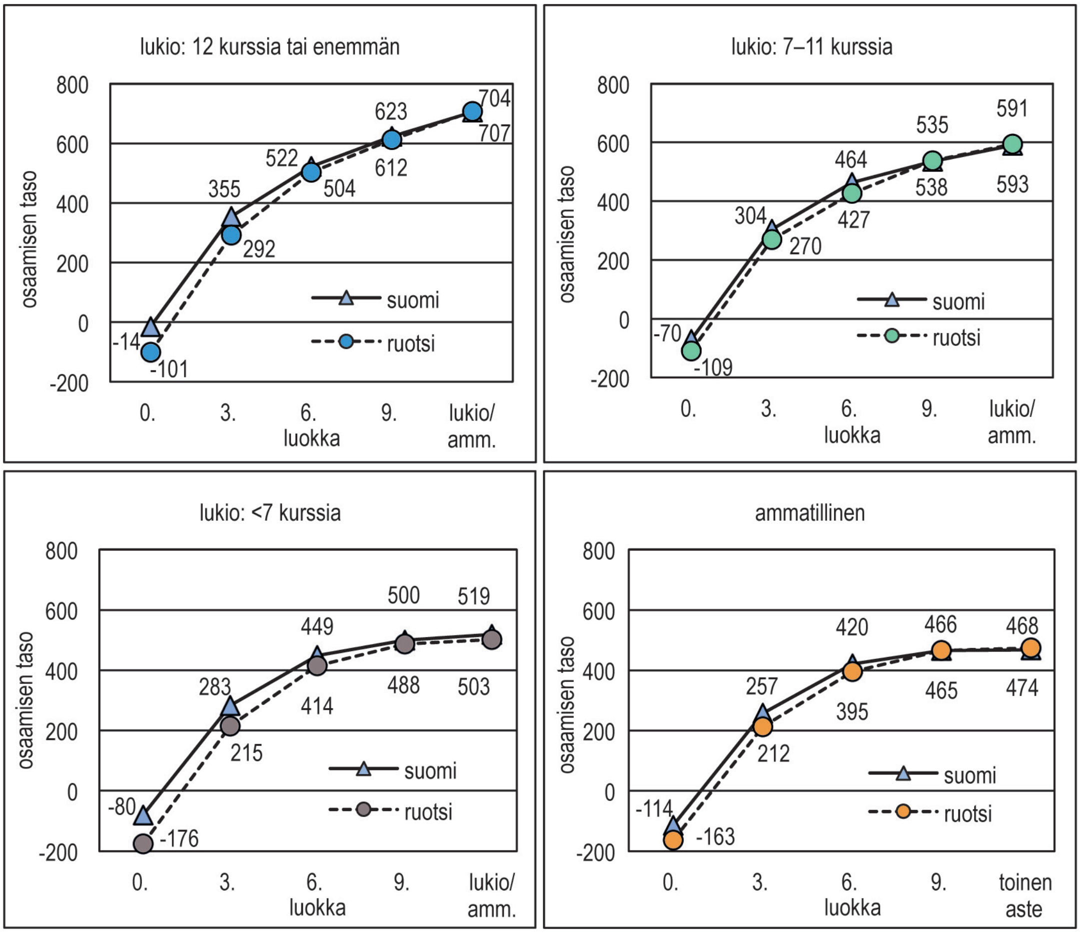
Kokonaisaineistossa suomenkielisten (n = 1 799) ja ruotsinkielisen (n = 252) opiskelijoiden välillä ei ole merkittävää eroa matematiikan osaamisessa toisen asteen lopussa.[35] Myöskään asenteissa ei ole merkittäviä eroja.[36] Merkityksettömän pieniä eroja lukuun ottamatta osaamisessa ei myöskään ole eroa kieliryhmien välillä, kun tarkastellaan erikseen lukioaineistoa ja ammatillisen koulutuksen aineistoa.[37] Tulos on merkittävä, kun muistetaan, että ruotsinkielisten opiskelijoiden raportoitiin 6. luokan aineiston yhteydessä olleen selvästi suomenkielisiä oppilaita jäljessä. Erityisesti taajamien ja maaseudun alakoulujen oppilaat olivat 6. luokan alussa samalla osaamisen tasolla kuin vastaavanlaisissa kouluissa olleet oppilaat 3. luokan alussa (Metsämuuronen 2010b, 105–106). Vielä 9. luokalla ruotsinkielisten maaseutukoulujen oppilaat olivat jäljessä suomenkielisiä oppilaita. Osaamisen muutos oli suurinta kaupunkien ja taajamien kouluissa, joissa kaksikielisten oppilaiden osuus oli suurinta (Metsämuuronen 2013b, 78, 138–139).

Vaikka osaaminen ei toisen asteen lopussa poikkeakaan kieliryhmien välillä, ruotsinkieliset opiskelijat nousivat suomenkielisten tasolle selvästi heikommista lähtökohdista, kuten kuviosta 4.26 huomataan. Huomionarvoista on, että ruotsinkielisessä aineistossa ei lähtötasolla ole juuri eroa niiden välillä, jotka myöhemmin kirjoittivat matematiikan pitkän (-101) tai lyhyen (-109) oppimäärän ylioppilaskokeen, eikä myöskään niiden välillä, jotka myöhemmin menivät ammatilliseen koulutukseen (-163) tai lukioon ja suorittivat matematiikassa vain matematiikan pakolliset kurssit (-176). Suomenkielisessä aineistossa eriytyminen ryhmien välillä oli selkeämpää jo kouluun tulon vaiheessa. Ehkä voidaan varovasti päätellä, että ruotsinkielisessä aineistossa – syystä tai toisesta – lapsen osaamisen kulku ei ole niin ennustettavissa kuin suomenkielisessä aineistossa. Yksilötasolla ennustamista ei tietenkään voi tehdä kummassakaan aineistossa, mutta yleisellä tasolla näyttää siltä, että suomenkielisissä kouluissa matemaattisen ”uran” pysyvyys on suurempi kuin ruotsinkielisessä aineistossa.

35 Kaikkien osaamisen osa-alueiden osalta $p > 0,20$ ja $f < 0,03$

36 Lukuun ottamatta HYÖTY-komponenttia, kaikkien asenteen osa-alueiden osalta $p > 0,14$ ja $f < 0,06$. Ruotsinkielisillä opiskelijoilla korostuivat hieman painokkaammin matematiikan hyödyllisyyteen liittyvät näkökulmat (p = 0,009), mutta ero suomenkielisiin nähden ei ole merkittävä ($f = 0,06$).

37 Lukuun ottamatta Tilastot ja tiedonkäsittely -osa-aluetta. lukiossa kaikkien osa-alueiden osalta $p > 0,36$ ja $f < 0,05$, ammatillisessa koulutuksessa kaikkien osa-alueiden osalta $p > 0,12$ ja $f < 0,06$



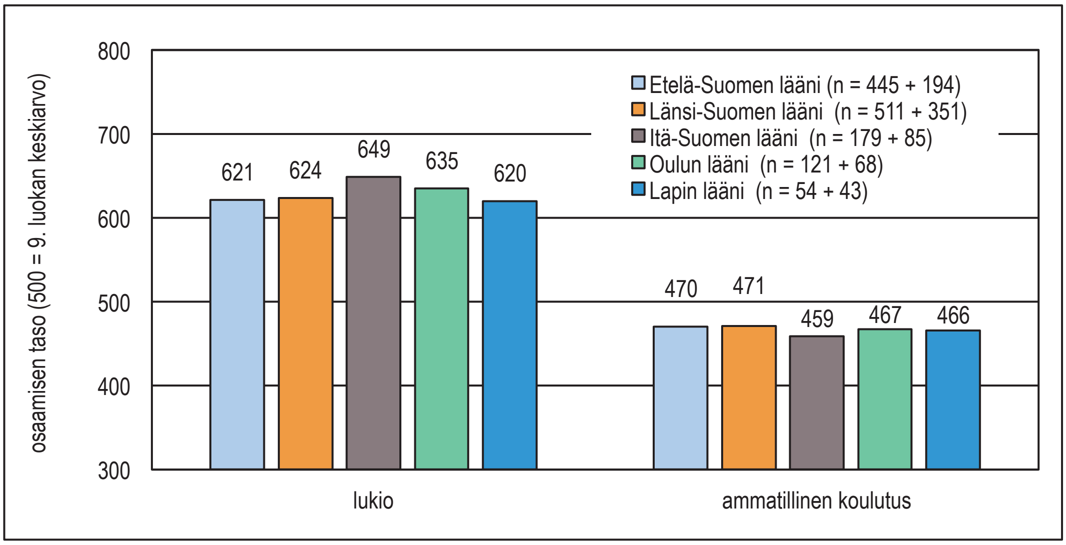
KUVIO 4.26. Osaaminen suomen- ja ruotsinkielisissä kouluissa eri kouluvuosina

Toinen huomio kuviosta 4.25 on, että yleisesti ottaen ruotsinkieliset opiskelijat saavuttivat suomenkielisten tason 9. luokan alkuun mennessä – tämän jälkeen eroja ei ole missään ikä- eikä tasoryhmissä. Poikkeuksen trendistä tekee ryhmä, joka myöhemmin suoritti lyhyen matematiikan yo-tutkintoon johtavat opinnot: tässä ryhmässä ei alun perinkään ollut eroa kieliryhmien välillä. Olisi houkuttelevaa ajatella, että ruotsinkielisten oppilaiden matala suoritustaso alimmilla luokilla selittyisi suomenkielisten- ja kaksikielisten oppilaiden heikolla kielitaidolla. Luvussa 5.2.2 huomataan kuitenkin, että nimenomaan *suomen*kieliset oppilaat *nostivat* tasoa ylöspäin. Kaiken kaikkiaan ruotsinkielisen aineiston erityiskysymyksiä tarkastellaan tarkemmin luvussa 5.

4.2.3 Osaaminen eriytyy maantieteellisesti

Vanhan läänijaon mukaisten alueiden välillä ei ole merkittäviä eroja opiskelijoiden osaamisessa eikä asenteissa (kuvio 4.26).[38] Tosin kokonaisaineistossa entisten Itä- ja Etelä-Suomen läänien alueilta tulleet opiskelijat näyttävät menestyneet hieman paremmin kokeessa ja Lapin läänin alueelta tulleet heikoimmin, mutta ero on merkitsevä vain Itä- ja Länsi-Suomen läänien välillä ja vain kokonaisosaamisessa ja Funktiolaskuissa.[39] Kokonaisaineistossa erot voivat selittyä sillä, että Etelä- ja Itä-Suomen oppilaitoksista mukaan tuli enemmän lukiolaisia (70 %) kuin Länsi-Suomen (60 %) ja Lapin alueen (58 %) oppilaitoksista.

Lukioissa kokonaisosaamisen ero ääriryhmien (Lapin lääni – Itä-Suomen lääni) välillä on 29 yksikköä, mikä vastaa reilun yhden vuoden eroa – Lapin läänin alueen opiskelijat ovat siis noin yhden vuoden Itä-Suomen läänin alueen opiskelijoita jäljessä. Ero on merkitsevä, muttei efektikoolla arvioituna merkittävä.[40] Ammatillisen koulutuksen aineistossa alueiden välillä ei ole eroa kokonaisosaamisen osalta. Kokonaisuutena arvioiden – kun huomioidaan laajat alueelliset kokonaisuudet – ei toisen asteen aikana siis voida havaita merkittävää koulutuksellista epätasa-arvoa.



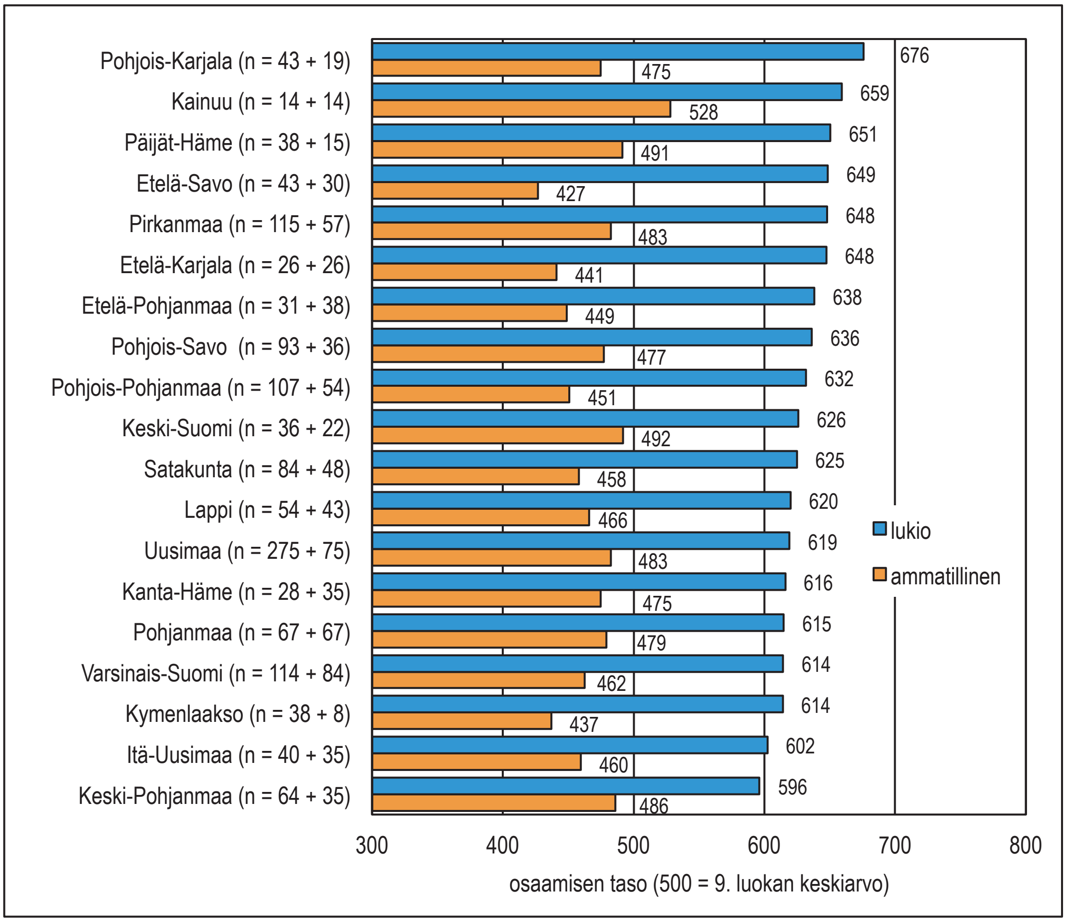
KUVIO 4.27. Osaamisen taso eri matematiikan osa-alueilla eri puolilla Suomea

38 kaikkien osa-alueiden osalta $f < 0{,}08$

39 Tukeyn testi, Itä-Suomen lääni vs. Länsi-Suomen lääni, Kokonaisosaaminen $p = 0{,}037$, Funktiot $p = 0{,}022$

40 Lukio, ANOVA, $F(4; 1305) = 2{,}576$, $p = 0{,}036$, $f = 0{,}09$

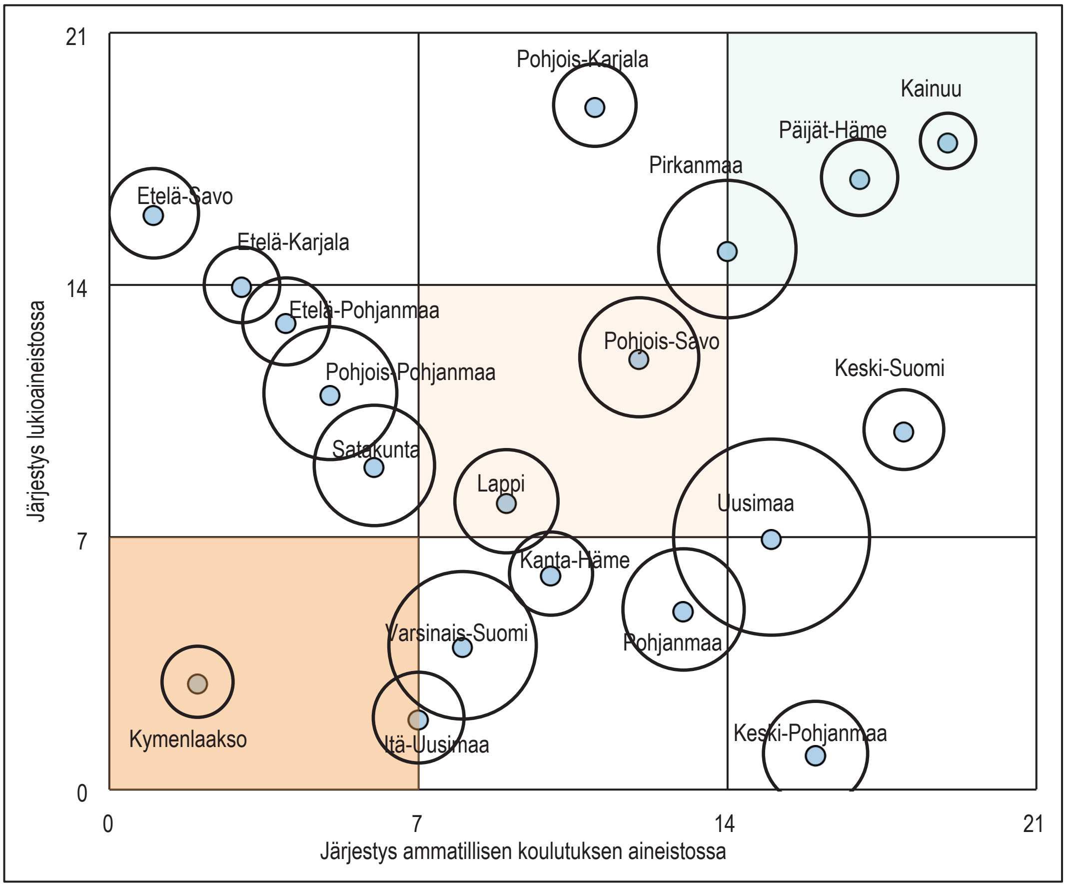
Alueiden välillä ilmenee hieman erikoisia eroja, kun tarkastellaan asiaa tarkemmin *maakunta*tasolla. Maakuntien välillä näyttää olevan merkittävää eroa opiskelijoiden keskimääräisen osaamisen näkökulmasta. Heikoimpiin ja parhaimpiin tuloksiin yltävien maakuntien välillä on lukioissa 80 yksikön poikkeama, mikä vastaa yli *kolmen vuoden* osaamisen eroa (kuvio 4.28). Äärimmillään Pohjois-Karjalan maakunnassa keskimääräinen osaamisen taso oli 676 kun se oli entisen Itä-Uudenmaan alueen lukioissa tasolla 602 ja Keski-Pohjanmaalla tasolla 596. Ero äärimaakuntien välillä on merkitsevä ja merkittävän suuri.[41] Ammatillisen koulutuksen aineistossa ero äärimaakuntien välillä on lukiotakin suurempi: lähes 100 yksikköä. Äärimmillään Kainuun maakunnassa keskimääräinen osaamisen taso oli 528 – selvästi korkeampi kuin ammatillisessa koulutuksessa keskimäärin – kun osaaminen oli entisen Kymenlaakson alueen lukioissa tasolla 437 ja Etelä-Savossa tasolla 427. Ero vastaa siis *neljän vuoden* etua Kainuun alueen opiskelijoille heikoimmin menestyneisiin maakuntiin nähden.



KUVIO 4.28. Keskimääräinen osaamisen taso eri maakunnissa

41 Vertailu vain äärimaakunnissa, ANOVA, $F(1; 129) = 10{,}05$, $p = 0{,}002$, $f = 0{,}28$

On kiintoisaa, että Kymenlaaksossa ja entisen Itä-Uudenmaan alueella opiskelijoiden tulos on muita alueita heikompi *sekä* lukiokoulutuksessa *että* ammatillisessa koulutuksessa. Vastaavasti kiintoisia ovat Kainuun, Päijät-Hämeen ja Pirkanmaan alueen oppilaitokset: näissä maakunnissa sekä lukioissa että ammatillisissa oppilaitoksissa tulokset ovat aineiston parhaita (kuvio 4.29). Etelä-Savon ja Etelä-Karjalan maakunnissa saatiin hyviä tuloksia lukioissa, mutta erittäin heikkoja ammatillisissa oppilaitoksissa. Vastaavasti Keski-Pohjanmaalla ja Pohjanmaalla saatiin erittäin hyviä tuloksia ammatillisessa koulutuksessa, mutta erittäin heikkoja tuloksia lukioissa. Uudellamaalla ja Keski-Suomessa saatiin maan parhaimpiin lukeutuvia tuloksia ammatillisessa koulutuksessa mutta lukioissa keskimääräistä alhaisempia. Tämä voi selittyä sillä, että monet lukiolaisista – erityisesti Helsingissä – eivät halunneet osallistua tiedonkeruuseen. Muistetaan kuitenkin, että poisjääneet olivat matematiikan osaamisessa 9. luokan aineistoissa yleisesti ottaen hieman *heikompia* kuin mukaan tulleet opiskelijat (ks. luku 3.2).



KUVIO 4.29. Maakuntien järjestys opiskelijoiden osaamisen suhteen lukio- ja ammatillisessa aineistossa (ympyrän koko vastaa opiskelijamäärää aineistossa)

Etelä-Suomen alue poikkeaa muista alueista siinä, että nykyisen Uudenmaan alueen koulut näyttävät jakautuvan osaamisessa selvästi kahteen[42] ryhmään: entisiin Itä-Uudenmaan kuntiin (osaamisen taso keskimäärin 536 yksikköä) ja entisiin Uudenmaan maakunnan alueen kuntiin (590). Ero näiden alueiden välillä on tilastollisesti merkitsevä ja merkittävän suuri.[43] Missään muussa maakunnassa kuntia ei voida jakaa samalla tavalla osaryhmiin. Metropolialueen kunnissa (Helsinki – Espoo – Vantaa) kokonaistulokset ovat merkitsevästi, joskaan eivät merkittävästi, paremmat kuin muualla Suomessa.[44]

4.2.4 Kaupunkien, taajamien ja maaseudun opiskelijat menestyvät yhtä hyvin

Luvussa 3.3 todettiin, että 55 prosenttia opiskelijoista tuli kaupungeista, 21 prosenttia taajamista ja 24 prosenttia maaseudulta.[45] Kokonaisaineistossa kuntaryhmien välillä on tilastollisesti merkitsevä, joskaan ei merkittävän suuri, ero kaikkien muiden paitsi Geometrian osa-alueella.[46] Kokonaisaineistossa kaupungeista saavutetut opiskelijat menestyivät matematiikassa hieman paremmin kuin taajamista ja maaseudulta tulleet opiskelijat – ero oli kokonaisosaamisessa 35 ja 21 yksikön luokkaa ja Algebrassa 56 yksikön luokkaa.[47] Ero kaupunkien hyväksi kokonaisaineistossa johtuu siitä, että 70 prosenttia kaupungeista tulleista opiskelijoista tuli lukioista, kun taajamista ja maaseudulta tulleista opiskelijoista vain 57–59 prosenttia tuli lukioista. Lukioaineistossa ja ammatillisen koulutuksen aineistossa kuntaryhmien välillä ei ole eroa – niin kaupungeista kuin maaseudulta tulleet opiskelijat menestyivät lähes identtisesti matematiikassa (kuvio 4.30).[48] Myöskään asenteissa ei ole merkitseviä eikä merkittäviä eroja kuntaryhmien välillä.[49]

---

42 Itse asiassa DTA pystyi jakamaan kunnat neljään ryhmään keskiosaamisen perusteella. Jako oli kuitenkin tilastollisessa mielessä heikompi kuin jako käytöstä poistuneen maakuntajaon mukaisesti Itä-Uudenmaan kuntiin/koulutuksen järjestäjiin ja Uudenmaan kuntiin/koulutuksen järjestäjiin.

43 $F(1; 423) = 11{,}87$, $p = 0{,}001$, $f = 0{,}17$

44 $F(1; 2\,049) = 9{,}34$, $p = 0{,}002$, $f = 0{,}07$

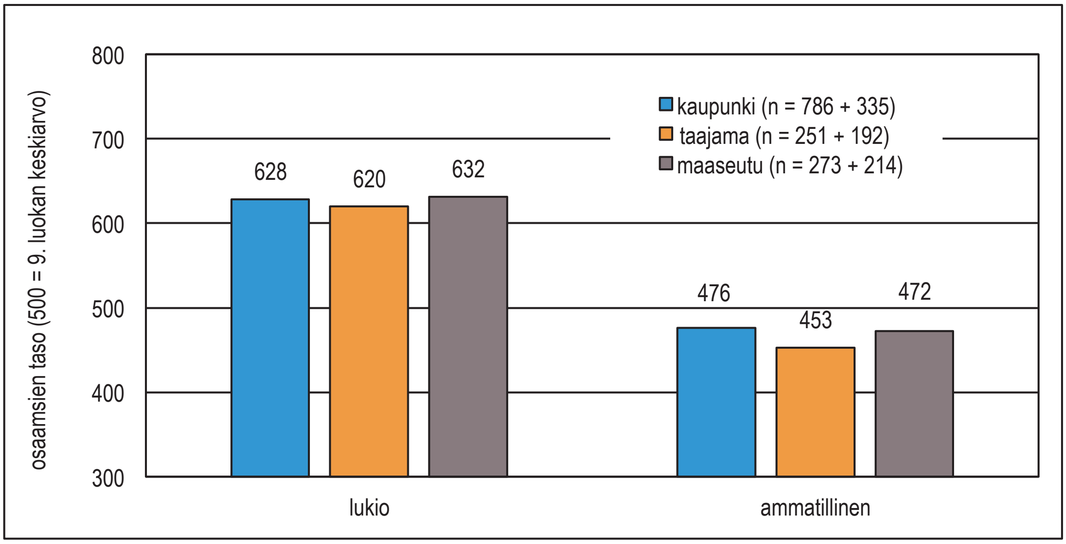
45 Tässä käytetään vanhaa jakoa vertailukelpoisuuden säilyttämiseksi aiempiin pitkittäisanalyyseihin. Jako ”kaupunkimaisiin”, ”taajamamaisiin” ja ”maaseutumaisiin” kouluihin, oppilaitoksiin tai koulutuksen järjestäjiin on monella tavalla ongelmallinen. Ensiksi ”maaseutumaisia” kouluja on tosiasiallisesti myös kaupungeissa, koska kunnat ovat yhdistyneet isommiksi kokonaisuuksiksi. Aiemmin ”maaseutumaisiksi” kouluiksi luokittuneet koulut ovat nyt teknisesti ”kaupunkikouluja” tai ”taajamakouluja” riippuen kunnasta. Toisaalta, positiivisesti arvioituna, aiemmin maaseutumaiseksi kouluksi luokiteltu koulu saa mahdollisesti nyt ”kaupunkikoulun” edut (kuten opetusresursseja, erityisopetusta jne.), joita aiemmin oli ehkä vaikea järjestää kunnan pienuuden vuoksi. Toiseksi, arvioinnin kannalta on haasteellista, että koulun opetustodellisuus ei muuttunut miksikään vaikka ”maaseutumainen” koulu olisikin nyt ”kaupunkimainen” koulu – koulun opettajamäärä ja ryhmäkoot saattavat edelleen olla pieniä eivätkä oppilaiden tai vanhempien ominaisuudet välttämättä muuttuneet (Metsämuuronen, 2013b, 139). Kolmanneksi, toisen asteen koulutuksessa asia on vielä hankalampi erityisesti ammatillisen koulutuksen näkökannalta, sillä monet järjestäjät ovat yhdistyneet yli kuntarajojen koulutuskuntayhtymiksi. Kuntaryhmityksellä ei tällöin ole juuri merkitystä. Lukiokoulutuksen osalta asia ei ole niin ongelmallista.

46 ANOVA Kokonaisosaaminen $F(2; 2048) = 13{,}03$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}11$
Algebra $F(2; 2048) = 18{,}03$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}13$
Funktiot $F(2; 2048) = 11{,}90$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}11$
Geometria $F(2; 2048) = 2{,}70$, $p = 0{,}067$, $f = 0{,}05$
Luvut ja laskutoimitukset $F(2; 2048) = 11{,}05$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}10$
Tilastot ja todennäköisyys $F(2; 2048) = 3{,}35$, $p = 0{,}035$, $f = 0{,}06$

47 Tukeyn testissä kaupungeista tulleiden opiskelijoiden keskiarvo poikkeaa sekä taajamista että maaseudulta tulleiden opiskelijoiden keskiarvoista, mutta taajamien ja maaseudun välillä ei ole eroa.

48 Osaamisen osalta kaikki efektikoot lukioaineistossa ovat pienemmät kuin $f = 0{,}04$ ja ammatillisen koulutuksen aineistossa pienemmät kuin $f = 0{,}12$.

49 Asenteiden osalta kaikki efektikoot sekä ammatillisessa että lukioaineistossa ovat pienemmät kuin $f = 0{,}06$.



KUVIO 4.30. Keskimääräinen osaamisen taso eri kuntaryhmissä

Huomionarvoinen kansallinen erikoisuus havaitaan, kun verrataan maakuntien keskuskuntien opiskelijoiden osaamista alueen reuna-alueiden opiskelijoiden osaamiseen ja sen muuttumiseen. Lukiokoulutuksessa osaaminen on samatasoista sekä keskuskuntien opiskelijoilla (621) kuin reunakuntien opiskelijoilla (631).[50] Sen sijaan ammatillisen koulutuksen opiskelijoiden osaaminen maakuntien keskuskunnissa on korkeampaa (486) kuin reuna-alueiden kunnissa (464). Ero on merkitsevä, joskaan ei merkittävä.[51] Ilmiö on kiintoisa siksi, että lähtötasoltaan opiskelijat olivat molemmissa ryhmissä samatasoisia.[52] Näyttää siis siltä, että matemaattisen osaamisen kasvulle ammatillisessa koulutuksessa kyettiin maakuntien keskuskunnissa luomaan otollisemmat olosuhteet kuin reunakunnissa. Voidaan pohtia, olisiko tämä seurausta erilaisista kurssi- ja tutkintovalinnoista ja tätä kautta myös osaamiseltaan parempia opiskelijoita kiinnostavammista opiskeluvaihtoehdoista.

50 Lukiokoulutus, ANOVA, F(1;1308) = 2,13, *p* = 0,144, *f* = 0,04

51 Ammatillinen koulutus, ANOVA, F(1;739) = 5,50, *p* = 0,019, *f* = 0,09

52 Lukiokoulutukseen menneet 9. luokalla, ANOVA, F(1;2063) = 0,38, *p* = 0,376, *f* = 0,02
Ammatilliseen koulutukseen menneet 9. luokalla, ANOVA, F(1;1706) = 0,48, *p* = 0,488, *f* = 0,02

4.3 Opiskelijaan liittyvät yksilölliset tekijät osaamisen selittäjinä

Lukioissa matematiikan kurssien määrällä ja kursseilla saaduilla arvosanoilla voidaan pitkälti selittää lukio-opiskelijoiden erot: lyhyen matematiikan minimikurssimäärillä ja siellä alle 6,5 kurssikeskiarvoilla saadaan nipin napin säilytettyä 9. luokan matematiikan osaamisen taso mutta yli 13 kurssia suorittaneiden ja opinnoissa vähintään arvosanan 8 ("hyvä") saaneiden osaamisen taso nousee selvästi – keskimäärin 84 yksikköä. Lukioissa on ilmeistä, että hyvään suoritukseen vaadittava osaaminen on hyvin erilaista pitkän ja lyhyen oppimäärän kursseilla. Lyhyen oppimäärän minimikurssimäärän (6 kurssia) suorittaneiden, arvosanan 10 saaneiden opiskelijoiden osaamisen taso vastaa pitkän oppimäärän arvosanan 6–7 saaneiden opiskelijoiden tasoa. Lyhyen oppimäärän minimikurssimääriä enemmän (7–11 kurssia) suorittaneiden, arvosanan 10 saaneiden opiskelijoiden osaamisen taso vastaa pitkän oppimäärän arvosanan 8 saaneiden osaamisen tasoa.

Näyttää siltä, ammatillinen koulutus tarjoaa mahdollisuuden päästä varsin kohtuulliseen, lyhyttä matematiikkaa vastaavaan, osaamisen tasoon. Opiskelijan oma aktiivisuus voi nostaa osaamisen lukion pitkän matematiikan opintojen tuottamalle tasolle. Ammatillinen koulutus ei siis estä matematiikan harrastajia kehittämästä itseään ja saavuttamasta erittäin korkeaa matematiikan osaamisen tasoa ilman kaksoistutkintoakin; tämä kuitenkin edellyttää omaa innostusta asiaan, sillä tälle tasolle ei päästä noudattamalla ammatillisen koulutuksen tutkintojen perusteita. Hyvälle – saati kiitettävälle – tasolle päässeiden opiskelijoiden määrä on tosin hyvin pieni ammatillisen koulutuksen aineistossa.

Sekä lukiossa että ammatillisessa koulutuksessa on merkitsevä ja merkittävä ero niiden opiskelijoiden välillä, jotka saivat ja jotka eivät saaneet matematiikan opintoihin erityistä tukea. Monet niistä opiskelijoista, jotka eivät saaneet/tarvinneet erityistä tukea 9. luokalla, tarvitsivat kuitenkin apua toisen asteen opintojen yhteydessä – lukiossa 8 prosenttia ja ammatillisessa koulutuksessa 9 prosenttia opiskelijoista. Sekä lukioissa että ammatillisessa koulutuksessa poissaolojen määrä selittää osaamista tilastollisesti merkitsevästi, joskaan erot ryhmien välillä eivät ole merkittävän suuria. Lukioissa parhaat tulokset saatiin ryhmässä, jossa poissaoloja ei juuri ollut ja jossa viihtyminen oli erinomaista.

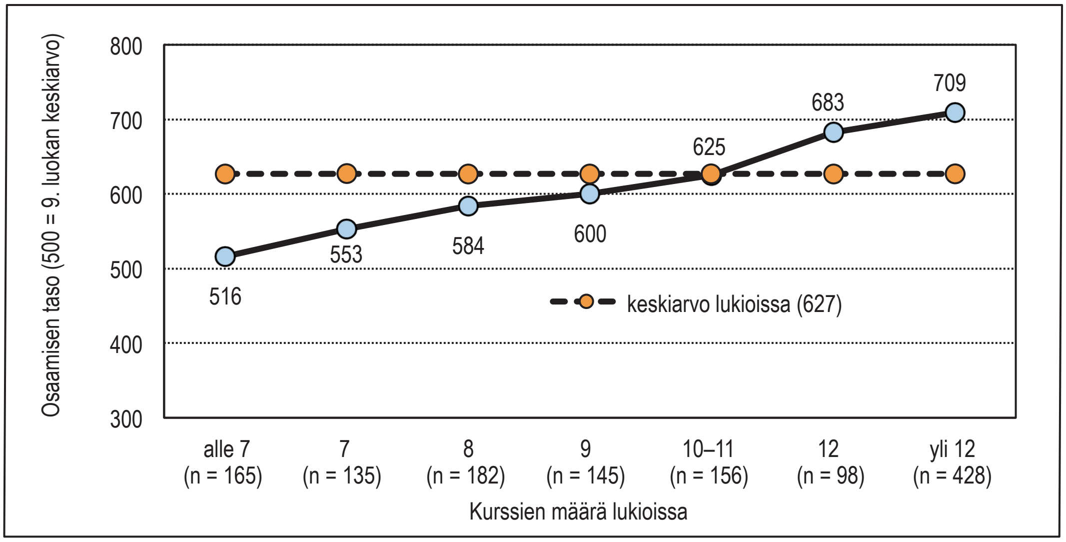
Kokonaisasenne korreloi osaamisen tasoon selvästi ja näin asenteilla näyttää olevan siis suuri merkitys osaamisessa toisen asteen koulutuksessa. Emme tosin aukottomasti tiedä seuraako positiivinen asenne hyvästä osaamisesta vai hyvä osaaminen positiivisesta asenteesta. 9. luokan kokonaisasenne ja kokonaisosaaminen selittävät sekä lukioon hakeutumista että toisen asteen koulutuksen matematiikan kurssien määrää. Mitä parempi osaaminen ja positiivisempi käsitys matematiikasta oppiaineena 9. luokalla, sitä todennäköisempää on valita lukio-opinnot ja lukiossa useampia kursseja matematiikkaa – ei siis vain pitkään oppimäärään vaadittavia kursseja vaan ylipäänsä.

Tässä jaksossa tutkitaan opiskelijaan liittyviä tekijöitä osaamisen erojen selittäjinä. Kurssimääriä ja kurssiarvosanoja käsitellään luvussa 4.3.1 ja 4.3.2. Lähtötasoa käsitellään luvussa 4.3.3. Erityisen tuen tarvetta ja kouluviihtyvyyttä tarkastellaan luvuissa 4.3.4 ja 4.3.5 ja asenteiden yhteyttä opintopolkuihin luvuissa 4.3.6 ja 4.3.7.

4.3.1 Kurssivalinnoilla on oleellinen vaikutus osaamisen kehittymiseen

Luvussa 1.2 asetettiin toisen asteen loppuvaiheeseen liittyvä erityiskysymys, jota tarkastellaan tässä osuudessa: Miten matematiikan kurssien määrä on yhteydessä osaamiseen lukio-opinnoissa?

Jo pääjakson alussa luvussa 4 todettiin, että suoritettujen kurssien määrä lukiossa oli selvästi yhteydessä siihen, kirjoittiko opiskelija matematiikan lyhyen vai pitkän oppimäärän ylioppilaskokeen vai kirjoittiko matematiikkaa lainkaan. DTA jakaa lukio-opiskelijat vieläkin tarkempiin ryhmiin. Analyysi löytää matematiikan kurssien määrästä seitsemän toisistaan tilastollisesti merkitsevästi (ja merkittävästi) poikkeavaa ryhmää: 6 kurssia tai vähemmän[53] (jossa osaamisen taso oli 516), 7 kurssia (553), 8 kurssia (584), 9 kurssia (600), 10–11 kurssia (625), 12 kurssia (683) ja yli 12 kurssia (709).[54] Kun lukioiden ja ammatillisten oppilaitosten opiskelijoiden keskiarvojen välillä on keskimäärin 158 yksikön ero (627–469), pelkästään lukion sisällä on vaihteluväli suurempi – 193 yksikköä – kun verrataan niitä, jotka suorittivat 6 kurssia tai vähemmän matematiikkaa niihin, jotka suorittivat yli 12 kurssia (kuvio 4.31).



KUVIO 4.31. Kurssien määrän yhteys osaamisen tasoon

Kurssien määrä yksinään selittää osaamisen vaihtelusta lukioissa 41 prosenttia[55], mikä on varsin korkea selitysaste kun muistetaan, että esimerkiksi sukupuoli selittää vaihtelusta vain 2–5 prosenttia.[56] Toisaalta myös saadut arvosanat lisäävät selitysastetta merkitsevästi; kurssien määrä

53 Teknisesti kuusi kurssia on minimi tutkinnon suorittamiseksi. Aineistossa kuitenkin oli mukana opiskelijoita, jotka opintorekisterin mukaan olivat suorittaneet vähemmän kuin 6 kurssia.

54 DTA, CHAID algoritmi, lukioaineisto ANOVA F(6; 1302) = 168,04, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}88$

55 Lineaarinen Regressioanalyysi $R = 0{,}64$, $R^2 = 0{,}41$

56 Selitysaste lukiossa $\eta^2 = 0{,}054$ ja ammatillisessa koulutuksessa $\eta^2 = 0{,}023$

ja arvosanat yhdessä selittävät osaamisen vaihtelusta peräti 59 prosenttia.[57] Tämä on tietenkin ymmärrettävää, sillä jos osaamisen taso on aidosti heikko, ei ole juuri väliä, onko suorittanut heikosti 6 kurssia vai 10 kurssia. Samoin on ymmärrettävää, että vaikka olisi saanut hyviä arvosanoja pakollisilla peruskursseilla, osaamisen taso ei välttämättä vastaa lainkaan samaa tasoa kuin jos olisi saanut hyviä arvosanoja syventäviltä jatkokursseilta. Niinpä molemmat tiedot ovat tärkeitä osaamisen selittämiseksi. DTA löytää kurssien määrän ja niistä saatujen arvosanojen yhdistelmistä 14 ryhmää, jotka poikkeavat toisistaan merkitsevästi ja merkittävästi. Tiivistetysti analyysin tulos on kuvattu taulukossa 4.12.

TAULUKKO 4.12. Kurssien määrän ja arvosanan yhteys osaamisen tasoon lukioissa (DTA:n pohjalta)

Taso-ryhmä	N	Kurssien määrä	Kurssien keskiarvosana	Osaamisen taso
1	59	7	6,5 tai alle	497
2	165	6 tai alle	arvosanoista riippumatta	516
3	91	9	7,7 tai alle	571
4	182	8	6,6–7,8	584
5	57	10	6,5 tai alle	595
6	76	7	yli 6,5	596
7	99	11	yli 6,5	642
8	54	9	yli 7,7	650
9	195	yli 12	7,7 tai alle	659
10	98	12	alle 7,8	683
11	93	yli 12	7,8–8,7	723
12	58	yli 12	8,7–9,25	751
13	82	yli 12	yli 9,25	784

Kun yhdistetään lukioaineistossa kurssien määrä ja niistä saadut arvosanat, heikoin osaamisen taso on niillä opiskelijoilla, jotka suorittivat 7 kurssia, mutta joiden kurssien keskiarvosana oli 6,5 tai sen alle (497 eli hieman alle 9. luokan keskitason) ja paras osaamisen taso niillä opiskelijoilla, jotka suorittivat yli 12 kurssia ja saivat keskiarvosanakseen yli 9,25 (784). Ero osaamisessa onääriryhmien välillä siis lähes 300 yksikköä. Ero on todella suuri kun muistetaan, että 6. luokan alun ja 9. luokan lopun välillä keskimääräinen osaaminen kasvoi noin 100 yksikön verran. Matematiikan lyhyen oppimäärän pakolliset kurssit suorittamalla lukioissa saadaan siis nipin napin säilytettyä 9. luokan matematiikan osaamisen taso mutta yli 12 kurssia suorittaneiden ja opinnoissa vähintään hyvin menestyneiden osaamisen taso nousee keskimäärin 84 yksikköä.

Analyysia syvennetään seuraavassa pääjaksossa, jossa tarkastellaan, miten arvosanat ja osaaminen vastaavat toisiaan eri kurssivalintojen tehneiden välillä.

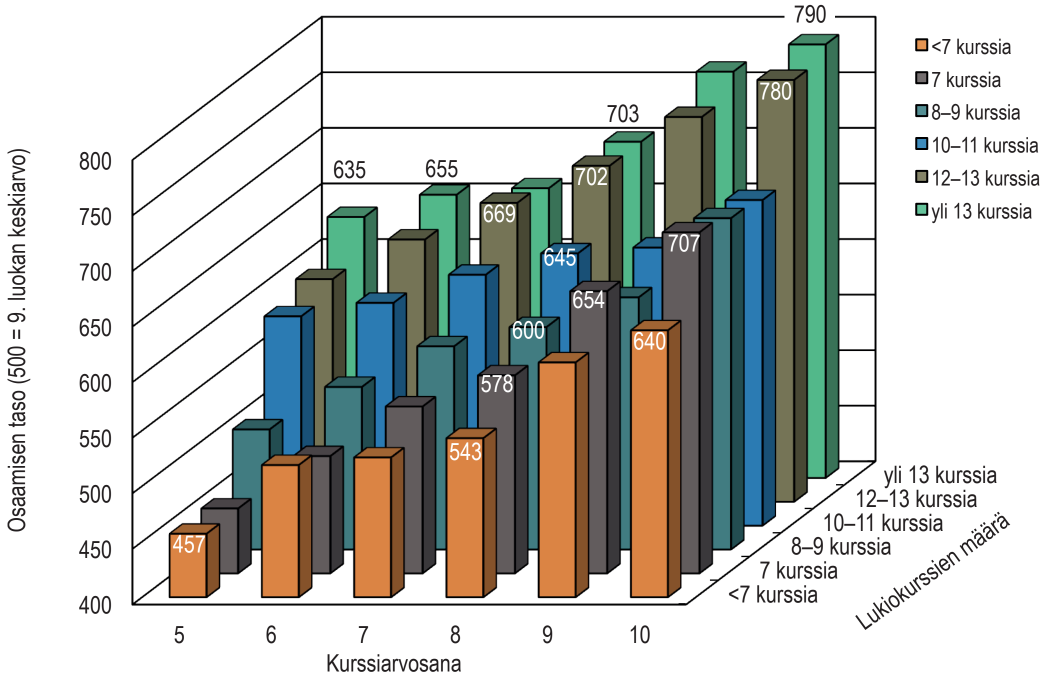
57 Lineaarinen Regressioanalyysi $R = 0{,}77$, $R^2 = 0{,}59$, $R^2_{Adj} = 0{,}59$

4.3.2 Kurssimäärät ja arvosanat yhdessä selittävät osaamisen tasoa lukiossa

Lukiossa osaamisen taso eri kurssimäärillä ja arvosanaluokissa vastaavat toisiaan

Luvussa 1.2 asetettiin kaksi toisen asteen loppuvaiheeseen liittyvää erityiskysymystä, joita tarkastellaan tässä osuudessa: Kuinka suuri osaamisen ero syntyy lukioissa matematiikan lyhyen ja pitkän oppimäärän opiskelijoiden välille? ja Millaisia osaamisen eroja syntyy ammatillisen koulutuksen ja lukioiden lyhyen ja pitkän matematiikan opiskelijoiden välille? Asiaa tarkastellaan kurssiarvosanojen näkökulmasta. Yhtäältä voi olla kiinnostavaa tietää, kuinka eri arvosanaluokkiin sijoittuneiden opiskelijoiden osaaminen vastaa toisiaan, kun huomioidaan kurssien määrä ja toisaalta voi olla kiinnostavaa tietää, kuinka arvosanan 8 (joka perusopetuksessa määritellään tasoksi ”hyvä”) saaneet opiskelijat poikkeavat toisistaan.

Kuvioon 4.32 on yhdistetty tieto opiskelijan valitsemien kurssien määrästä, kursseilla saaduista arvosanoista ja arviointikokeessa osoitetusta osaamisen tasosta. Aineiston perusteella näyttää siltä, että minimikurssimääriä (7 kurssia tai alle) opiskelleiden osaamisen tasossa on erittäin suuria eroja kurssiarvosanojen mukaan. Minimikurssimäärän opiskelleiden ja arvosanan 10 saaneiden opiskelijoiden osaaminen (640) vastaa samaa tasoa kuin opiskelijoilla, jotka olivat saaneet arvosanan 8 opiskeltuaan 8–9 kurssia (654) ja opiskelijoilla, jotka olivat saaneet keskiarvosana arvosanan 5–6 opiskeltuaan yli 13 kurssia (635–655). Vastaavasti 7 kurssia opiskelleiden mutta arvosanan 10 saaneiden opiskelijoiden osaaminen (707) vastaa samaa tasoa kuin opiskelijoilla, jotka olivat saaneet arvosanan 8 opiskeltuaan 12 kurssia tai enemmän ja (702–703). Luonnollisesti yli 13 kurssia suorittaneilla on sellaista osaamista, jota 7 kurssia (tai vähemmän) suorittaneilla ei ole – vaativien jatkokurssien sisältöjen osaamista – mutta 9. luokan sisältöjen osaamisessa tasot vastaavat toisiaan. Kokonaan oma ryhmänsä ovat ne opiskelijat, jotka olivat suorittaneet 12 kurssia tai enemmän keskiarvosanoilla 9–10 (746–790).



KUVIO 4.32. Lukiokurssien määrän ja arvosanan yhteys matematiikan osaamisen tasoon

Lukion matematiikan lyhyen ja pitkän oppimäärän arvosanat voidaan saattaa vertailukelpoisiksi

Kuviosta 4.32 havaitaan, että vain pakolliset kurssit suorittaneiden keskimääräinen osaamisen taso on ymmärrettävästi matalinta (543) ja 7–9 kurssia suorittaneilla osaamisen taso on selvästi korkeampi (578–600). Tästä seuraava ryhmän, 10–11 kurssia suorittaneiden ”hyvä” on tasolla 645 ja 12 kurssia tai enemmän suorittaneiden ”hyvä” on tasolla 702–703. Erot osaamisessa ovat erittäin merkittäviä.[58] Seikalla voi olla merkitystä jatko-opintoihin hakeutumisessa, jos osa korkeakoulun pääsypisteistä muodostuu lukion päästötodistuksen ja siellä matematiikan arvosanan perusteella – eikä lyhyen ja pitkän kurssimäärän arvosanoja painoteta kurssimäärillä.

Perusopetuksessa vertailukelpoinen arvosana on arvosana 8, jota arvioidaan ”hyvän” osaamisen kriteerien perusteella. Lukiossa arvosanan 8 standardia ei ole määritelty, joten eri oppilaitoksissa arvosana 8 voi muodostua – ja muodostuukin kuten huomataan luvussa 4.6.3 – eri perustein ja erilaisen osaamisen perusteella. On myös ilmeistä, että arvosanan 8 saaneilla opiskelijoilla on lukiossa hyvin erilainen osaamisen taso riippuen siitä, kuinka monta kurssia he ovat suorittaneet. Aineiston perusteella ei tiedetä, mikä tuli olemaan opiskelijan lopullinen arvosana lukion päästötodistuksessa. Oletetaan, että lopullinen arvosana syntyisi kurssiarvosanojen keskiarvona – ja sallitaan tähän pientä epävarmuutta.

58 ANOVA, vain arvosanan 8 saaneet opiskelijat, $F(5; 296) = 44{,}78$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}87$

Edellisestä tiedetään, että sekä matematiikan kurssien määrä että niissä saatu arvosana selittävät osaamista. Näin lukio-opiskelijan vertailukelpoisempi osaamisen taso voidaan aineistossa karkeasti arvioida suoritettujen kurssien ja näistä saanut keskiarvosanan perusteella seuraavalla mallilla:

Osaamisen taso = 194,85 + 16,88 x Matematiikan kurssien määrä + 35,19 x Matematiikan kurssien keskiarvosana

Malli selittää osaamisen tasosta 60 %, mikä empiiriseksi malliksi on varsin korkea, mutta sallii yksilökohtaiset poikkeamat.[59] Voimme siis ennustaa, että opiskelijan, joka oli suorittanut 12 kurssia keskiarvosanoilla 10, osaamisen taso olisi karkeasti 194,85 + 16,88 x 12 + 35,19 x 10 = 741. Vastaavasti opiskelijan, joka olisi suorittanut vain 6 kurssia ja saanut niistä keskiarvosanan 10, osaamisen taso olisi 194,85 + 16,88 x 6 + 35,19 x 10 = 648. Malli tarkentuu luvussa 4.6.3, jossa käsitellään oppilaitoksen vaatimustasoa ja arvosanalinjaa; osoittautuu, että ennuste tarkentuu, kun tiedetään, tuliko opiskelija vaatimustasoltaan vaativasta vai vaatimattomammasta oppilaitoksesta. Osoittautuu lisäksi, että yllä esitetyn mallin haaste on se, että vaikka kurssien määrät ja sisällöt ovat teknisesti samoja, niistä saatavat arvosanat eivät ole vertailukelpoisia.

Ammatillisen koulutuksen “hyvä” vertautuu lukion matematiikan lyhyen oppimäärän “hyvään”

Tarkastellaan ammatillisen koulutuksen ”hyvää” suhteessa lukion eri kurssien ”hyvään”. On odotettavaa, että ne ammatillisen koulutuksen opiskelijat, jotka suorittavat kaksoistutkinnon, menestyvät yhtä hyvin kuin vastaavia opintoja suorittaneet lukio-opiskelijatkin. Näitä kaksoistutkinnon suorittaneita opiskelijoita oli aineistossa 33.[60] Ammatillisen koulutuksen aineistossa oli useita opiskelijoita (n = 16), jotka *eivät* suorittaneet kaksoistutkintoa, mutta joiden osaamisen taso on yhtä hyvä (keskimäärin 762) kuin parhaita arvosanajoja saaneilla pitkän matematiikan oppimäärän suorittaneilla (745–787). Nämä opiskelijat luokittuivat tasolle ”K+” eli heidän osaamistaan ei voitu arvioida ammatillisessa koulutuksessa käytettävällä asteikolla (taulukko 4.13, kuvio 4.33). Näiden opiskelijoiden määrä tosin oli niin pieni (2,2 % ammatillisen koulutuksen aineiston opiskelijamäärästä), ettei heidän hyvällä tuloksellaan olisi ollut merkitystä keskiarvoa nostavana seikkana.

Ehdoton valtaosa ammatillisen koulutuksen opiskelijoista luokittui tasoille ”Tyydyttävä” (36 % opiskelijoista) tai tätä heikommaksi (43 %). Keskiarvoja vertaamalla näyttää siltä, että ammatillisessa koulutuksessa ”Tyydyttävän” tasoisiksi luokittuneiden opiskelijoiden osaamisen keskitaso (494) on samalla tasolla kuin niillä opiskelijoilla, jotka suorittivat lukiossa 6 kurssia tai vähemmän ja saivat arvosanan 6 tai 7 (taulukko 4.13). ”Hyvän” tasoisiksi luokittuneiden opiskelijoiden taso (578) oli karkeasti sama kuin niillä opiskelijoilla, jotka suorittivat lukiossa 9 kurssia tai vähemmän ja jotka saivat arvosanakseen 7–8. ”Kiitettävän” tasoisiksi luokittuneiden opiskelijoiden osaamisen

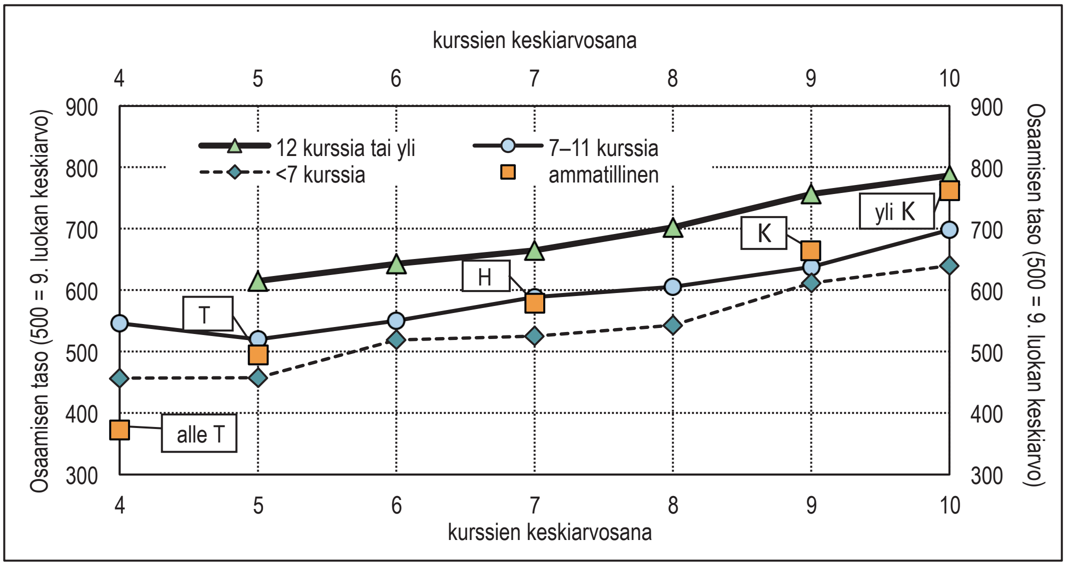
59 ANOVA, vain arvosanan 8 saaneet opiskelijat, $F(5; 296) = 44{,}78$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}87$

60 Aineistossa oli 33 opiskelijaa, jotka ilmoittivat suorittavansa kaksoistutkintoa. Näistä yhdelläkään ei ollut tietoa ylioppilastutkinnosta eikä heiltä myöskään saatu lukion kurssien määriä tai arvosanoja. Heidät kaikki luokiteltiin ammatillisen koulutuksen ryhmään, koska he tekivät ammatillisen koulutuksen arviointikokeen.

keskitaso (653) on samalla tasolla kuin niillä opiskelijoilla, jotka suorittivat lukiossa 11 kurssia tai vähemmän ja saivat arvosanan 9 tai jotka suorittivat lukiossa 12 kurssia tai enemmän arvosanoilla 5–7.[61]

TAULUKKO 4.13. Kurssien määrän ja arvosanan yhteys osaamisen tasoon

taito-taso	ammatillinen	koulu-arvosana	lukiokurssien määrä					
	(3 kurssia)		<7	7	8–9	10–11	12–13	yli 13
alle T	372		-	-	-	-	-	-
		5	457	458	508	588	600	635
T	494	6	519	506	546	601	636	655
		7	526	550	583	626	669	661
H	578	8	543	578	600	645	702	703
		9	611	654	627	650	746	766
K	653	10	640	707	698	693	780	790
K+	762							



KUVIO 4.33. Arvosanan ja taitotason yhteys matematiikan osaamisen tasoon

61 Kun tässä puhutaan tasoille T, H ja K luokittuneista opiskelijoista, se ei tarkoita välttämättä samaa kuin T, H ja K ammatillisessa koulutuksessa arkielämässä. Ensiksi luvussa 4.6.3 huomataan, että samoin kuin lukiokoulutuksessa myös ammatillisessa koulutuksessa järjestäjän, oppilaitoksen taso tai koulutusohjelman opiskelijoiden matemaattinen taso määrää pitkälti sen, millaisia taitotasoluokituksia oppilaitoksessa annetaan. Toiseksi tässä aineistossa taitotaso on määräytynyt tietyn *standard setting* -menettelyn perusteella, joka on tasavertainen kaikille mukana olijoille, mutta jota ei suoraan voi verrata menettelyihin, joilla taitotaso määräytyy ammatilisen koulutuksen arjessa. Tässä käytetty 3TTW-menettely perustuu kokeneiden ammatillisen koulutuksen matematiikan opettajien arvioon arviointikokeeseen valittujen tehtävien tasosta (ks. liite 1).

Näyttää siis siltä, että ammatillisen koulutuksen vaativuustaso vastaa melko hyvin lyhyen matematiikan ylioppilaskokeen kirjoittaneiden opiskelijoiden taitotasoa lukioissa.[62] Hyvälle – saati kiitettävälle – tasolle päässeiden opiskelijoiden määrä vain on hyvin pieni ammatillisen koulutuksen aineistossa. Toisaalta ammatillisessa koulutuksessa keskitytäänkin ammateissa tarvittavaan osaamiseen eikä niinkään akateemisemmin virittyneeseen, teoreettiseen, osaamiseen. Aineiston perusteella tiedetään nyt kuitenkin, että *ammatillinen koulutus itsessään tarjoaa mahdollisuuden päästä varsin kohtuulliseen, lyhyttä matematiikkaa vastaavaan, osaamisen tasoon, ja kun siihen yhdistetään opiskelijan oma aktiivisuus, taso ei poikkea lukion pitkän matematiikan opintojen tuottamasta osaamisen keskitasosta. Ammatillinen koulutus ei estä matematiikan harrastajia kehittämästä itseään ja saavuttamasta erittäin korkeaa matematiikan osaamisen tasoa ilman kaksoistutkintoakin; tämä kuitenkin edellyttää omaa innostusta asiaan, sillä tälle tasolle ei päästä noudattamalla ammatillisen koulutuksen tutkintojen perusteita.*

Arvosanan antamista tarkastellaan myös luvussa 4.6.3, jossa pohditaan asiaa opettajan näkökulmasta; kuinka osaamisen taso vaikuttaa arvosanan antamisen linjoihin eritasoisissa kouluissa.

4.3.3 Osaaminen 9. luokan lopussa selittää osaamisen tasoa toisen asteen lopussa

Luvun 4.1.3 perusteella tiedetään, että äärimmillään kokonaisosaaminen on saattanut toisen asteen aikana joko nousta tai laskea yli 300 yksikköä suuntaansa. Tässä yhteydessä pohditaan sitä, kuinka opiskelijoiden lähtötaso toisen asteen koulutuksen alussa selittää osaamisen tasoa toisen asteen opintojen lopulla.

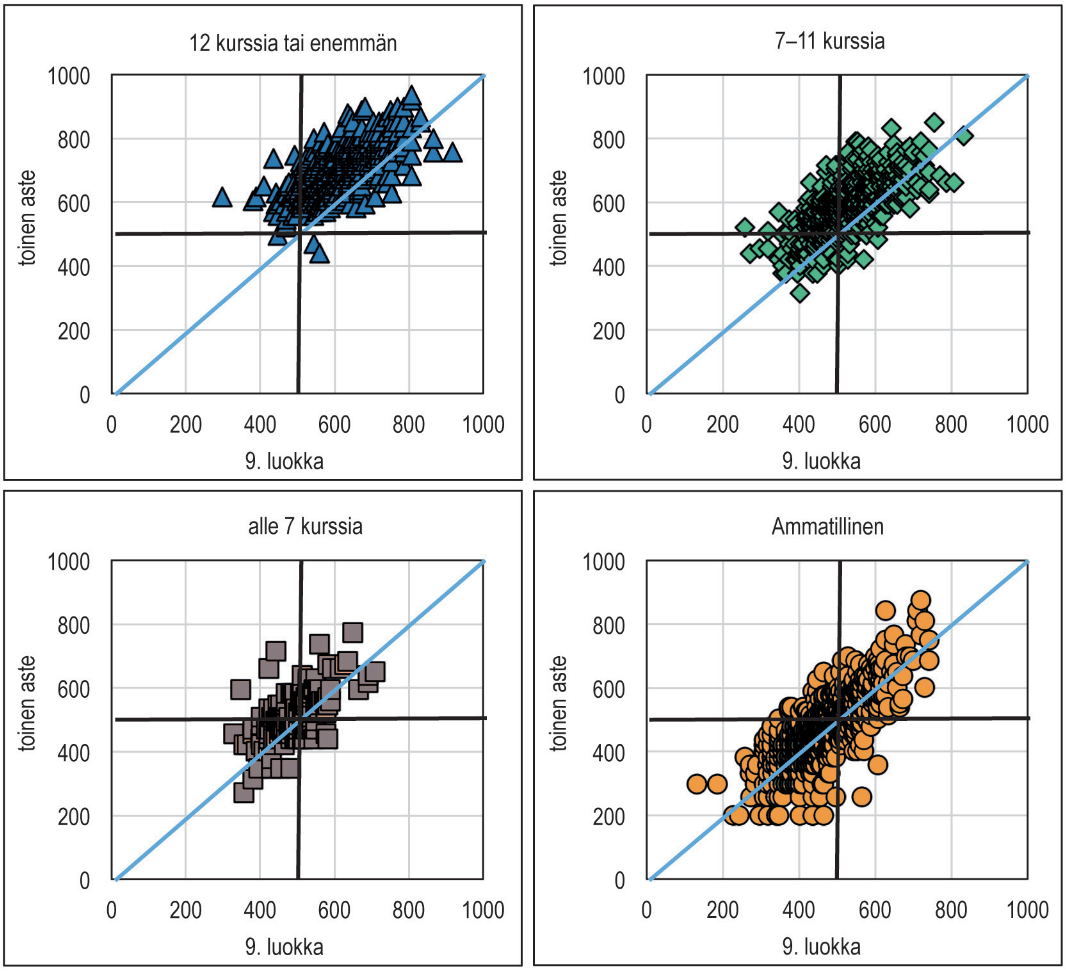
Pitkittäisaineistoille tyypillistä on, että alkumittauksessa heikosti suoriutuvilla opiskelijoilla on taipumusta suoriutua heikosti myös jälkimittauksessa – vastaavasti alkumittauksessa hyvin suoriutuneilla on taipumusta olla hyviä myös loppumittauksessa. Sekä lukio- että ammatillisen koulutuksen aineistoissa osaamisen taso 9. luokan lopulla selittää toisen asteen lopun osaamisen tasosta 57 prosenttia – Pearsonin korrelaatiot muuttujien välillä ovat r = 0,75–0,77.[63] Ammatilliseen koulutukseen hakeutuneiden lähtötasokin oli alun perin selvästi matalampi (457) kuin lukioon hakeutuneiden (557). Näin ollen on ymmärrettävää, että osaamisen taso ammatillisessa koulutuksessa on heikompi kuin lukioissa.

Kuviossa 4.34 havainnollistetaan perusopetuksen lopun ja toisen asteen lopun osaamisen yhteyttä. Kulmasta kulmaan kulkeva diagonaali kuvaa tilannetta, jossa osaaminen olisi ollut identtistä molemmissa mittauksissa. Jos opiskelija on sijoittunut diagonaalin yläpuolelle, osaaminen on parempaa kuin 9. luokalla ja vastaavasti diagonaalin alapuolella osaaminen oli heikompaa kuin 9.

62 Tämän päätteleminen tietenkin edellyttää, että taitotason määrittely on tehty oikein tai ainakin uskottavasti (ks. liite 1) ja vertailukelpoisesti. Kun nyt noin 80 % ammatillisen koulutuksen opiskelijoista tuli testimenestyksensä perusteella luokiteltua tasolle T tai tätäkin heikommaksi ("autettuna T"), ei ole perusteluja alentaakaan tasoa. Näyttää siis siltä, että kun ammatillisen koulutuksen opiskelija on osoitetun osaamisensa perusteella tasolla H, tämä vastaa lyhyen matematiikan ylioppilaskokeen kirjoittaneiden opiskelijoiden keskiosaamisen tasoa. Luvussa 4.6.3 huomataan kuitenkin, että ammatillisessa koulutuksessa – samoin kuin lukioissa – järjestäjän/oppilaitoksen/koulutusohjelman vaatimustasoissa on huomattavia eroja. Oppimistuloksiltaan heikoimpia tuloksia saaneiden järjestäjien antamat H:t eivät vastaa lainkaan parhaita tuloksia saaneiden järjestäjien antamia H:ta. Näin ollen tässä yhteydessä päätelmä perustuu vertailukelpoiseen aineistoon, muttei välttämättä vastaa todellisia, opiskelijan saamia taitotasoja.

63 Lineaarinen Regressioanalyysi, Lukiossa R = 0,75, R^2 = 0,57; Ammatillisessa koulutuksessa R = 0,77, R^2 = 0,60

luokalla. Molemmissa asteikoissa arvo 500 vastaa 9. luokan keskimääräistä osaamisen tasoa. Sekä yhdeksännen luokan että toisen asteen lopun aineistossa huomattava määrä ammatillisten oppilaitosten opiskelijoista (46 %) oli heikompia kuin 9. luokan keskiarvo kun lukioissa 82 prosenttia sai molemmissa mittauksissa tätä paremman tuloksen. Kaikissa ryhmissä diagonaalin yläpuolelle sijoittuu yli puolet opiskelijoista. Toisin sanoen – karkeasti arvioiden – valtaosin osaaminen on lisääntynyt toisen asteen aikana. Epäsuhta syntyy ensin siitä, että lukiolaisista keskimäärin 83 %:lla osaaminen lisääntyi ja ammatillisen koulutuksen opiskelijoista 53 prosentilla ja toiseksi siitä, että lukiossa osaamisen kasvu on huomattavasti suurempaa kuin ammatillisessa koulutuksessa. Tarkemmin analysoituna huomataan kuitenkin, että ammatillisen koulutuksen opiskelijoiden tilanne ei juuri eronnut niistä, jotka lukiossa suorittivat vain minimimäärän matematiikkaa – jälkimmäisessä ryhmässä 57 prosentilla opiskelijoista osaaminen lisääntyi. Tilanne on oleellisesti eri 7–11 kurssia suorittaneiden (81 prosentilla osaaminen kasvoi) ja 12 kurssia tai enemmän suorittaneiden ryhmässä (90 prosentilla osaaminen kasvoi).



KUVIO 4.34. Perusopetuksen lopun ja toisen asteen loppuvaiheen osaamisen yhteys

4.3.4 Erityistä tukea perusopetuksessa saaneet menestyvät muita heikommin toisella asteella

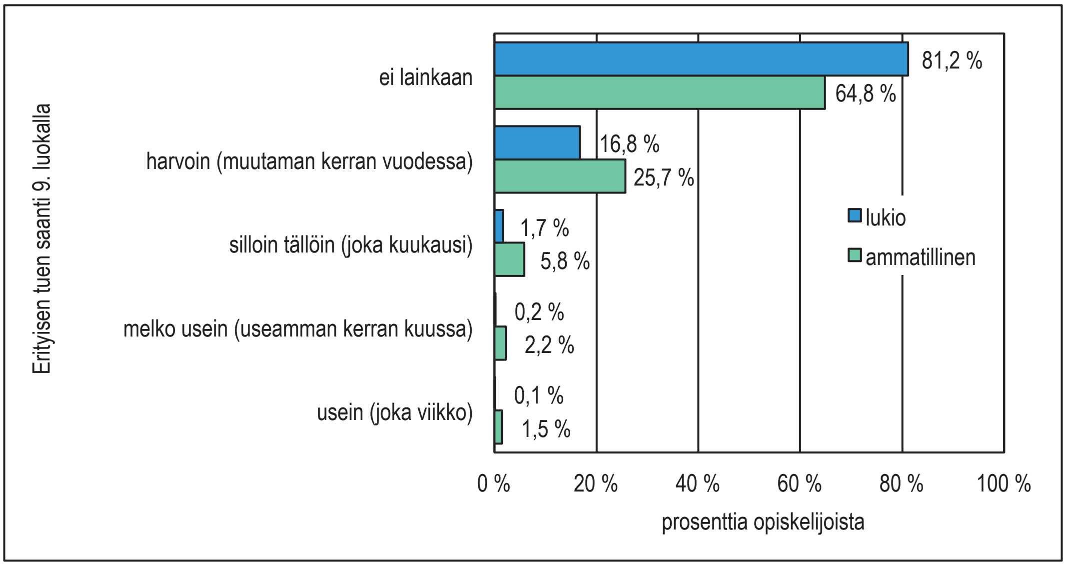
Tukiopetuksen tarve heijastelee muutakin kuin pelkästään matemaattisen osaamisen puutteita (mm. Metsämuuronen 2013b, 123–127). Aiemmin raportoitujen tulosten perusteella on ilmeistä, että mitä enemmän tukiopetusta on tarvittu, sitä epätodennäköisempää on, että opiskelija olisi saavuttanut lähtötason perusteella mallinnettua ennustettaan. Aiemmin raportoidun 9. luokan aineiston yhteydessä osaamisen muutos oli pienempää niissä ryhmissä, joissa tukiopetusta tarvittiin useamman kerran kuussa tai joka viikko (Metsämuuronen 2013b). Toisen asteen lopulla tukiopetuksen saantia kysyttiin taustakyselyssä yksinkertaisella kysymyksellä: *Oletko saanut apua/erityistä tukea matematiikan opiskeluun?* Vastausvaihtoehtoina olivat ”kyllä” ja ”ei”. Näin ollen tarkempaa tietoa tuen määrästä toisen asteen koulutuksen yhteydessä ei tiedetä. Sen sijaan tiedetään, kuinka paljon opiskelija sai tukea tai erityisopetusta 9. luokan aikana. Näitä tietoja yhdistämällä saadaan käsitys saadun tuen tarpeesta.

Ammatilliseen koulutukseen hakeutuneet olivat saaneet 9. luokan aikana merkitsevästi useammin tukiopetusta kuin lukioon hakeutuneet.[64] Tosin kuukausittain erityistä tukea saaneiden määrät ovat pieniä molemmissa aineistoissa: 9 % ammatillisen koulutuksen aineistossa ja 2 % lukioaineistossa (kuvio 4.35). Merkittävät erot syntyvät ryhmissä, joissa ei saatu tai tarvittu[65] lainkaan tukea (lukioissa 81 % ja ammatillisessa koulutuksessa 65 % opiskelijoista) tai apua tarvittiin vain harvoin (lukioissa 17 % ja ammatillisessa koulutuksessa 26 % opiskelijoista). Toisen asteen aikana kutakuinkin saman verran opiskelijoista sai erityistä tukea matematiikan opiskeluun lukioissa (11 % opiskelijoista) ja ammatillisessa koulutuksessa (15 % opiskelijoista). Ero keskiarvoissa on merkitsevä, muttei merkittävä.[66] On mahdollista, että alempi vaatimustaso ammatillisessa koulutuksessa on vähentänyt tarvetta erityiseen tukeen. Ammatillisessa koulutuksessa erityistä tukea on suunnattu nimenomaan niille opiskelijoille, joilla jo 9. luokan aikana oli erityisen tuen tarvetta (taulukko 4.14). Lukioissa tukea on annettu selvästi enemmän myös niille, joilla 9. luokalla ei ollut erityisen tuen tarvista.

64 ANOVA, $F(1, 3652) = 178{,}92$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}22$

65 Näiden erottaminen toisistaan on aineiston perusteella vaikeaa – tätä pohtivat mm. Räsänen ja Närhi (2013). Oppilas olisi ehkä tarvinnut tukea matematiikan opintoihinsa, mutta jos koulutuksen järjestäjä ei tukea järjestänyt, oppilaan mahdollisuudet saada apua olivat pienet – ainakin koulun toimesta. Ehkä näissä tilanteissa oppilas sai oleellista tukea kotoaan, mikäli vanhemmilla oli tuen antamiseen valmiuksia.

66 ANOVA, $F(1, 2014) = 11{,}31$, $p = 0{,}001$, $f = 0{,}07$



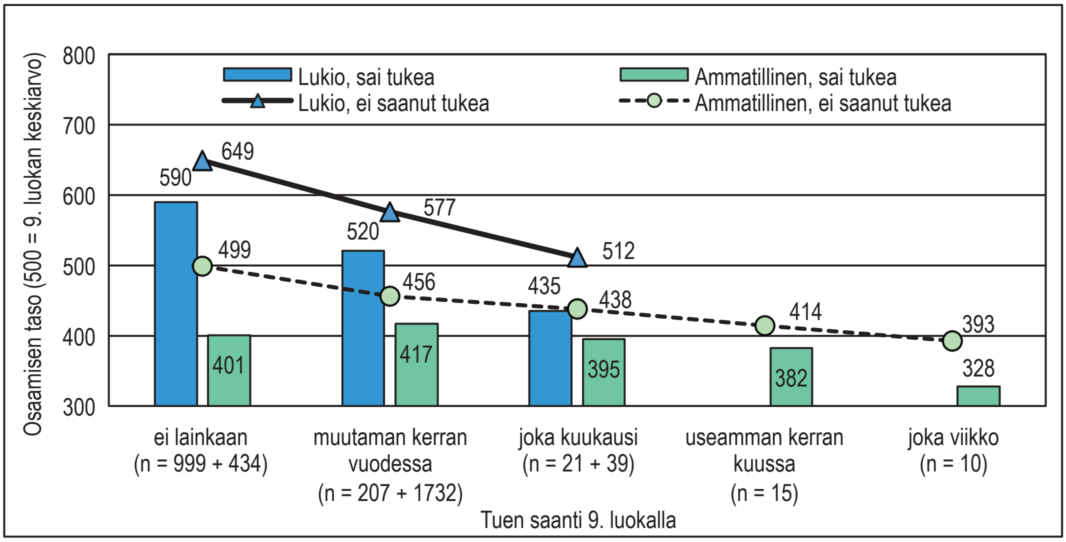
KUVIO 4.35. Erityistä tukea 9. luokalla saaneiden osuudet lukiossa ja ammatillisessa koulutuksessa

TAULUKKO 4.14. Erityisen tuen kohdentuminen toisen asteen koulutuksessa

	saiko apua/erityistä tukea toisella asteella			
	lukio		ammatillinen	
sai erityistä tukea 9. luokalla	Ei	Kyllä	Ei	Kyllä
ei lainkaan	83,90 %	58,30 %	69,20 %	39,40 %
harvoin (muutaman kerran vuodessa)	14,50 %	36,40 %	22,90 %	41,40 %
silloin tällöin (joka kuukausi)	1,50 %	3,00 %	5,40 %	8,10 %
melko usein (useamman kerran kuussa)	0,10 %	1,50 %	1,60 %	6,10 %
usein (joka viikko)	0,00 %	0,80 %	0,90 %	5,10 %
	100 %	100 %	100 %	100 %

Sekä lukiossa että ammatillisessa koulutuksessa on merkitsevä ja merkittävä ero niiden opiskelijoiden välillä, jotka saivat tai tarvitsivat erityistä tukea ja jotka eivät saaneet tai tarvinneet erityistä tukea matematiikan opintoihin.[67] Ero tukea saaneiden ja tukea tarvitsemattomien välillä on keskimäärin 78 yksikköä lukiokoulutuksessa ja 81 yksikköä ammatillisessa koulutuksessa niiden hyväksi, jotka eivät tukea tarvinneet. Erot ovat *kolmen vuoden* luokkaa lukiossa ja *neljän vuoden* luokkaa ammatillisessa koulutuksessa; tukea saaneet ovat useita vuosia jäljessä muita opiskelijoita. Tätä suurempaa ero on erityisesti ammatillisen koulutuksen aineistossa ryhmässä, jossa ei apua saatu/tarvittu 9. luokalla (98 yksikköä) (kuvio 4.36). Monet niistä opiskelijoista, jotka eivät saaneet/tarvinneet erityistä tukea 9. luokalla, olivat kuitenkin tarvinneet apua toisen asteen opintojen yhteydessä – lukiossa 8 % ja ammatillisessa koulutuksessa 9 % opiskelijoista.

67 ANOVA, lukio $F(1,1287) = 72{,}58$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}24$
ammatillinen koulutus $F(1,725) = 54{,}25$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}28$



KUVIO 4.36. Erityistä tukea saaneiden osaaminen toisen asteen lopulla

4.3.5 Heikompi kouluviihtyvyys ja runsaammat poissaolot ovat yhteydessä matalampaan osaamisen tasoon

Viimeisenä kokonaisuutena osaamiseen liittyvistä, opiskelijaan itseensä liittyvistä tekijöistä käsitellään opiskelijan kouluviihtyvyyteen ja opiskeluaktiivisuuteen liittyviä tekijöitä. Kumpikaan tekijöistä ei välttämättä liity suoranaisesti matematiikkaan tai matematiikan oppimiseen, mutta ne saattavat heijastella yleistä asennoitumista koulun käyntiin ja tehtyihin valintoihin. Kouluviihtyvyyttä tiedusteltiin kysymyksellä: ”*Miten viihdyt oppilaitoksessa?*” vaihtoehdoilla ”erittäin hyvin, ”melko hyvin”, ”melko huonosti” ja ”erittäin huonosti”. Poissaoloja kartoitettiin kysymyksellä: ”*Kuinka paljon sinulla on ollut poissaoloja oppilaitoksesta tämän lukuvuoden aikana?*” vaihtoehdoilla “ei juuri lainkaan (0–5 päivää)”, ”vähän (6–10 päivää)”, ”aika paljon (11–20 päivää)” ja ”paljon (yli 20 päivää)”.

Sekä lukioissa että ammatillisessa koulutuksessa niin poissaolojen määrä kuin oppilaitoksessa viihtyminen selittävät osaamista tilastollisesti merkitsevästi, joskaan erot ryhmien välillä eivät välttämättä ole merkittävän suuria.[68] Yhtä aikaa analysoituna DTA jakaa ryhmät seuraavasti: lukioissa parhaat tulokset saatiin ryhmässä, jossa poissaoloja ei juuri ollut ja jossa viihtyminen oli ”erinomaista” (660). Jos poissaoloja oli ollut viimeisen lukuvuoden aikana yli 10 päivää, tulokset olivat noin 70 yksikköä heikompia (593) (taulukko 4.15). Ääriryhmien välillä on noin *kolmen*

68 Viihtyminen:
lukio, ANOVA F(3; 1294) = 12,88, p < 0,001, f = 0,17
ammatillinen koulutus, ANOVA F(3; 734) = 4,68, p = 0,003, f = 0,14
Poissaolot:
lukio, ANOVA F(3; 1299) = 17,53, p < 0,001, f = 0,20
ammatillinen koulutus, ANOVA F(3; 731) = 4,88, p = 0,002, f = 0,14

vuoden ero osaamisessa. Ammatillisessa koulutuksessa DTA jakoi poissaolojen määrän kahteen ryhmään: yli 11 päivään (430) ja tätä vähäisempään (474). Onko opinnoista poissaoleminen syytä heikommalle osaamiselle vai seurausta tästä, jää tässä vastausta vaille. On kuitenkin hyvä muistaa, että ammatillisessa koulutuksessa matematiikan heikko osaaminen tuskin on keskeinen syy jäädä pois opinnoista, sillä ammatillisen koulutuksen ydin ei ole matematiikan osaamisessa vaan ammatillisen osaamisen kehittymisessä.

TAULUKKO 4.15. DTA tulos kouluviihtyvyyden ja poissaolojen yhteydestä osaamiseen lukioissa

Poissaolojen määrä			osaamisen taso
melko paljon tai paljon (yli 10 päivää)			593
vähän (6–10 päivää)			620
ei juuri lainkaan (0–5 päivää)	647	viihtyminen: “erittäin huonosti”, “melko huonosti” ja ”melko hyvin”	634
		viihtyminen: ”erittäin hyvin”	661

4.3.6 Positiivinen asenne matematiikkaa kohtaan on yhteydessä parempaan osaamiseen

Koska osaaminen eriytyy voimakkaasti lukioissa ja ammatillisessa koulutuksessa, käsitellään myös asenteiden osuutta osaamiseen erikseen näissä koulumuodoissa. Tarkastellaan asiaa kovarianssin näkökulmasta: selitetään ensin toiseen asteen osaaminen 9. luokan lähtötasolla ja kysytään, selittävätkö asenteen osatekijät osaamista nyt, kun yksilöön liittyvät sekoittavat tekijät on vakioitu.[69]

Asenteen osatekijöitä oli taustakyselyssä kaikkiaan seitsemän, joista kuutta on käsitelty edellä. Fennema-Sherman testissä mukana ovat Kokonaisasenne, OSAA, PITÄÄ ja HYÖTY. Lisäksi samassa mittarikokonaisuudessa oli lyhyt Matematiikka-ahdistus -kokonaisuus. Erillisessä matematiikkatunnetila mittarissa oli kolme osatekijää: Positiiviset tunnetilat, Negatiiviset tunnetilat ja näiden yhteenlaskettu kokonaisuus positiivisesti summattuna.

DTA:n mukaan lukioaineistossa osaamisen tason selkein selittäjä oli Kokonaisasenne; Kokonaisasenne jakautuu viiteen ryhmään, joiden välillä on tilastollisesti merkitsevä ja merkittävä ero.[70] Ryhmien välisiä eroja havainnollistetaan taulukossa 4.15. Kun opiskelijan kokonaisasenne oli alle 1,5 asteikolla 0–4 – toisin sanoen kun opiskelija on ollut kaikissa asenneväittämissä enemmän tai vähemmän negatiivista mieltä – kokonaisosaaminen oli lähtötason perusteella tehtyyn ennusteeseen nähden noin 42 yksikköä heikommalla osaamisen tasolla. Toisessa ääripäässä, jossa kokonaisasenne oli 3,67 tai positiivisempi, opiskelijan osaaminen oli ennusteeseen nähden 33 yksikköä korkeampaa. Erityisesti jos opiskelijalla oli erittäin positiivisia tunnekokemuksia matematiikan parissa työskennellessään (käytännössä kun kaikista osatekijöistä hän valitsi positiivisimman

69 Teknisesti tehdään ensin regressioanalyysi siten, että selitetään 9. luokan kokonaisosaamisella toisen asteen lopun kokonaisosaamista ja sen jälkeen jäljelle jäävää selittymätöntä vaihtelua (residuaalia) selitetään asenteen osatekijöillä.

70 DTA, CHAID-algoritmi, lukio ANOVA $F(4; 1305) = 57,24$, $p < 0,001$, $f = 0,25$

vaihtoehdon), osaaminen oli 38 yksikköä parempaa kuin lähtötason perusteella odotettiin. Jos lisäksi opiskelijalla oli hyvin positiivinen mielikuva matematiikasta (kokonaistunnetila yli 2,8 asteikolla 0–4), osaaminen oli ennusteeseen nähden 45 yksikköä korkeampi. Ero ääriryhmien välillä on yli 100 yksikköä mikä vastaa *neljän tai viiden vuoden* osaamisen eroa. Asenteilla näyttää olevan siis suuri merkitys osaamisessa lukioissa. Tulkinnan ongelma on tunnistaa muna ja kana: onko positiivinen asenne seurausta hyvästä osaamisesta vai onko hyvä osaaminen seurausta positiivisesta asenteesta. Asetelma ei mahdollista aukotonta vastausta. Joka tapauksessa yhteys asenteiden ja osaamisen välillä lukioaineistossa on selvä.[71] Ääriryhmien välillä ero vastaa *kahden – kolmen vuoden* osaamisen eroa.

TAULUKKO 4.16. DTA-tulos asenteiden yhteydestä osaamisen tasoon lukioaineistossa – residuaalitarkastelu

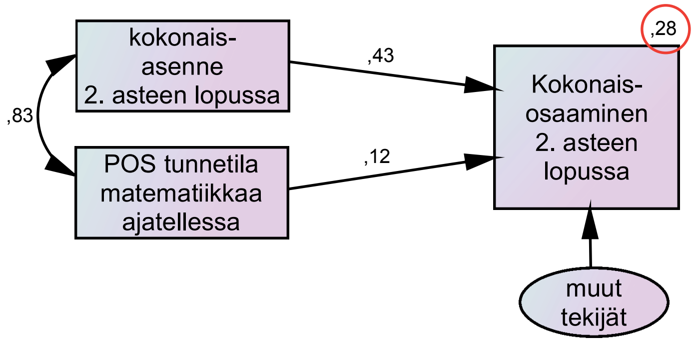
ryhmä	kokonaisasenne (asteikolla 0–4)	residuaali[1]	ryhmä		residuaali[1]
1	0,0–1,5				–42,3
2	1,5–2,0				–13,9
3	2,0–2,7				+4,2
4	2,7–2,9				+22,1
5	2,9–4,0	37,9	5a	Positiivinen tunnetila kokonaisuutena alle 2,8[2]	+16,3
			5b	Positiivinen tunnetila kokonaisuutena yli 2,8[2]	+45,1

1) negatiivinen residuaali viittaa siihen, että osaaminen oli lähtötason perusteella tehtyyn ennusteeseen nähden heikompi ja
2) positiivinen residuaali viittaa siihen, että osaaminen oli ennusteeseen nähden parempi
asteikolla 0–4

Myös ammatillisen koulutuksen aineistossa kokonaisasenne selitti osaamista – korrelaatio osaamisen ja kokonaisasenteen välillä on samaa suuruusluokkaa kuin lukioaineistossakin (r = 0,52). DTA-löytää kokonaisasenteen jakokohdaksi arvon 2,43: mikäli kokonaisasenne oli tätä kielteisempää, osaaminen oli merkitsevästi heikompaa (residuaali −8,7) kuin tätä korkeammilla asenteen arvoilla (+20,4).[72] Ero on huomattavan paljon maltillisempaa kuin lukioaineistossa – vain *yhden vuoden* eron luokkaa.

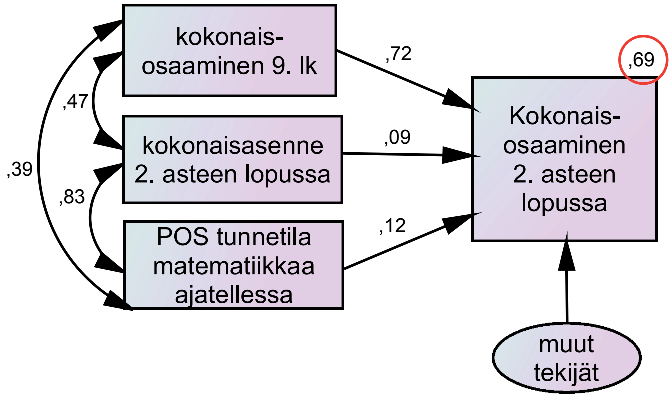
Kokonaisuutena toisen asteen koulutuksen lopulla kokonaisasenne ja positiivinen tunnetila matematiikkaa ajatellessa selittävät osaamisesta noin 28 % (kuvio 4.37). Asenteen osatekijät korreloivat erittäin voimakkaasti (r = 0,83) toistensa kanssa, mutta niillä kuitenkin on omaa selittävää vaikutusta.

71 Pearsonin korrelaatio kokonaisasenteen ja kokonaisosaamisen välillä lukioaineistossa r = 0,59
72 DTA, CHAID, ammatillinen koulutus ANOVA F(1; 736) = 29,44, p < 0,001, f = 0,21



KUVIO 4.37. Asennetekijöiden yhteys kokonaisosaamiseen 2. asteen lopulla

Kun malliin lisätään myös tieto siitä, mikä opiskelijan osaamisen taso oli ollut 9. luokalla, toisen asteen koulutuksen lopun osaamisesta voidaan selittää 69 % (kuvio 4.38). Yhdeksännen luokan osaaminen yksinään selittää 66 % toisen asteen lopun osaamisesta ja asennetekijät lisäävät selitysastetta vain niukasti. Kuviosta 4.38 huomataan myös, että yhdeksännen luokan osaaminen korreloi kohtuullisen voimakkaasti sekä toisen asteen lopulla mitattuun kokonaisasenteeseen ($r = 0{,}47$) että positiiviseen tunnetilaan ($r = 0{,}39$).

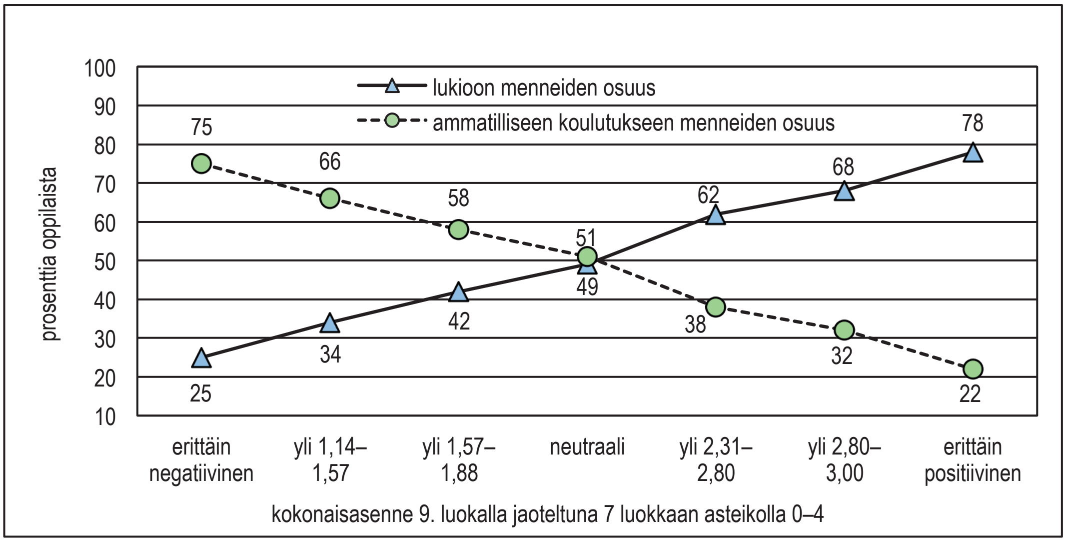


KUVIO 4.38. Asennetekijöiden ja 9. luokan osaamisen yhteys kokonaisosaamiseen 2. asteen lopulla

4.3.7 Asenteiden yhteys opintopolkuihin

Toinen näkökulma asenteisiin syntyy siitä, että tiedetään osaamisen eriytyvän hyvin selvästi 9. luokan loppuun mennessä ja vielä sen jälkeenkin voimakkaasti. Voidaan kysyä, kuinka asennoituminen ja motivaatio 9. luokalla ja jo sitä aiemmin 6. luokalla selittävät tulevien opintojen suuntautumista lukioon ja ammatilliseen koulutukseen ja lukion sisällä pitkän matematiikan ja lyhemmän kurssivalikoiman valintoihin. Kysymystä lähestytään regressioanalyysin ja polkumallituksen näkökulmasta AMOS-ympäristössä.

Kuviosta 4.39 havaitaan, että yleisesti ottaen lukioon tai ammatilliseen koulutukseen hakeutuminen on suorassa suhteessa asenteisiin matematiikkaa kohtaan; mitä positiivisemmat asenteet oppilaalla on 9. luokan lopussa matematiikkaa kohtaan, sitä todennäköisempää on, että hän tulee menemään lukioon.[73] Jos oppilaiden kokonaisasenne matematiikkaa kohtaan oli erittäin negatiivinen (1,14 tai alle asteikolla 0–4), 75 prosenttia heistä hakeutui ammatilliseen koulutukseen ja vain 25 prosenttia lukioon. Vastaavasti jos oppilaiden kokonaisasenne matematiikkaa kohtaan oli erittäin positiivinen (yli 3), 22 prosenttia oppilaista hakeutui ammatilliseen koulutukseen ja 78 prosenttia lukioon. Erot ryhmien välillä ovat merkitseviä ja merkittäviä.[74] Vaikka kuvassa 4.39 ennuste näyttää selvältä, tietämällä asennemuuttujan arvo voidaan sijoittuminen ennustaa kuitenkin vain 11 prosentin varmuudella ($r = 0{,}34$). Tämä johtuu siitä, että asenteen osalta ääripäihin sijoittuu vain vähän opiskelijoita.



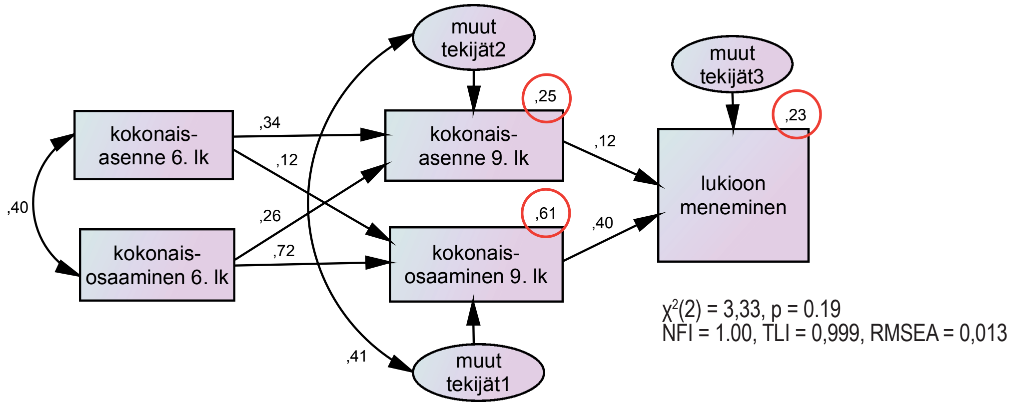
KUVIO 4.39. Asennoituminen matematiikkaa kohtaan ja toisen asteen valinta

Kuvioissa 4.40a ja 4.40b havainnollistetaan polkumallin muodossa sitä, kuinka 6. ja 9. luokan asenne ja osaaminen yhdessä selittävät hakeutumista lukioon ja ammatilliseen koulutukseen. Mallit ovat selitysasteiden ja regressiokerrointen itseisarvojen osalta identtiset, sillä on sama, kumpaa selitetään – lukioon vai ammatilliseen koulutukseen menemistä – koska vaihtoehdot sulkevat toisensa pois. Ero syntyy siitä, että kun 9. luokan *positiivinen* asenne ja *korkeampi* osaaminen selittävät (positiivisesti) *lukioon* menemistä, negatiivisempi asenne ja heikommat tulokset selittävät ammatilliseen koulutukseen hakeutumista.

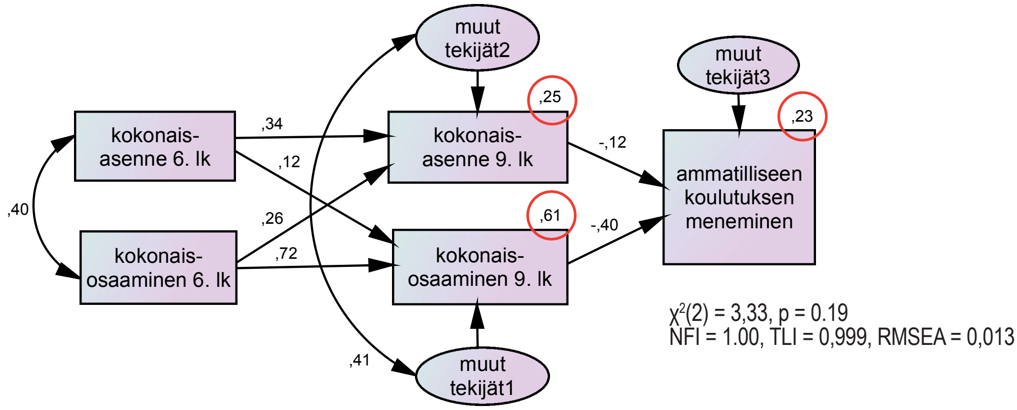
73 Asiaa tarkastellaan tässä yhteisvalintatiedon perusteella riippumatta siitä, vastasiko hän toisen asteen lopulla tiedonkeruuseen vai ei ja riippumatta siitä, oliko vastaamatta jättänyt opiskelija ehkä siirtynyt toiseen koulumuotoon opintojen aikana.

74 Neljästä vaihtoehdosta – kokonaisasenne, PITÄÄ, OSAA ja HYÖTY – DTA valitsee keskeisimmäksi selittäjäksi nimenomaan kokonaisasenteen. DTA, CHAID-algoritmi, $F(6; 3645) = 79{,}21$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}36$

Kun asenne 9. luokan lopussa yksin selittää lukioon/ammatilliseen koulutukseen hakeutumisesta 11 prosenttia, oppilaan osaamisen tason tunteminen lisää ennusteen varmuutta 12 prosenttiyksikköä; asenne ja osaaminen yhdessä selittävät 23 prosenttia toisen asteen koulutuksen valinnoista. Aiemmasta voidaan kuitenkin päätellä, että osaamisen tason perusteella valinta oli – ainakin keskiarvojen näkökulmasta – selkeä jo 9. luokan tultaessa. On siis mielekästä ajatella, että jo 6. luokan tekijät saattaisivat ennustaa 9. luokan lopun osaamista ja asenteita. Kokonaisasenne ja -osaaminen 6. luokan alussa ennustavat 9. luokan asenteista 25 % ja osaamisesta 61 %.

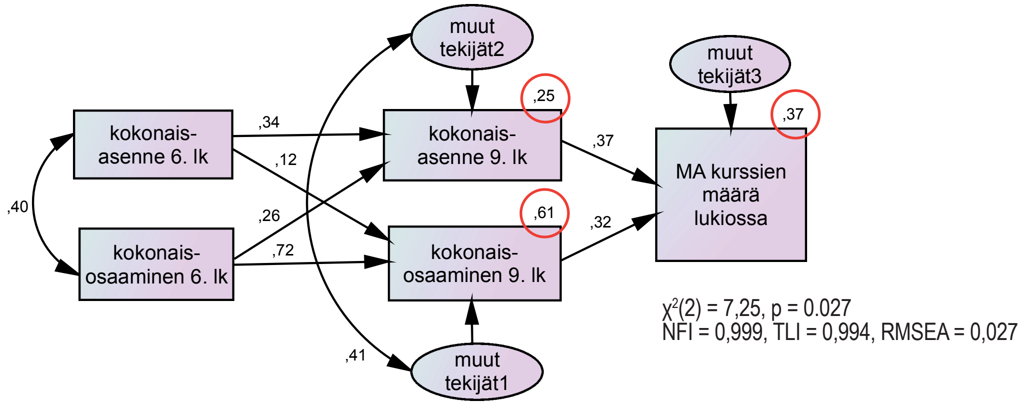


KUVIO 4.40a. Lukioon hakeutumisen selittäminen asenteella ja osaamisella



KUVIO 4.40b. Ammatilliseen koulutukseen hakeutumisen selittäminen asenteella ja osaamisella

Kuvio 4.41 puolestaan havainnollistaa, kuinka 6. ja 9. luokan asenne ja osaaminen yhdessä selittävät lukiossa valittujen *matematiikan kurssien määriä*. Lukuun ottamatta viimeistä muuttujaa ja tähän liittyviä selitysastetta ($R^2 = 0,37$) ja regressiokertoimia malli on identtinen kuvien 4.40a ja 4.40b mallien kanssa. 9. luokan kokonaisasenne ja kokonaisosaaminen selittävät toisen asteen koulutuksen matematiikan kurssien määrästä 37 prosenttia. Mitä parempi osaaminen ja positiivisempi käsitys matematiikasta oppiaineena 9. luokalla, sitä todennäköisempää on valita lukiossa useampia kursseja matematiikkaa – ei siis vain pitkään oppimäärään vaadittavia kursseja vaan ylipäänsä.



KUVIO 4.41. Lukion matematiikan kurssien määrän selittäminen 9. luokan asenteella ja osaamisella

4.4 Kotiin ja perheeseen liittyvät taustatekijät – vanhempien koulutus, tuki opintoihin ja kotikieli

Vanhempien lukiokoulutus on yhteydessä merkitsevästi parempaan matematiikan suoritukseen toisen asteen lopussa sekä lukioissa että ammatillisessa koulutuksessa. Molempien vanhempien ylioppilastutkinto – riippumatta suoritetuista ylioopilaskokeista tai niissä saaduista puoltopisteistä – tuo vajaan kahden vuoden opintojen edun kokonaisosaamiseen sekä lukioissa että ammatillisissa oppilaitoksissa verrattuna opiskelijoihin, joilla kumpikaan ei ollut ylioppilas. Ylioppilastutkinnosta tuleva hyöty ei näytä eriytyvän toisen asteen opinnoissa: ero ylioppilasvanhempien ja ei-ylioppilasvanhempien lasten välillä syntyy jo alemmilla luokilla ja säilyy samansuuruisena läpi kouluvuosien sekä lukiokoulutuksessa että ammatillisessa koulutuksessa.

Sekä ammatillisessa- että lukiokoulutuksessa kodin tuki kokonaisuutena selittää merkitsevästi ja merkittävästi osaamista. Lukioissa yhteys on selvästi suoraviivaisempaa: mitä voimakkaammin opiskelija koki tukea annettavan, sitä korkeampi osaamisen taso oli; ero ääriryhmien välillä on noin kahden vuoden eron luokkaa. Ammatillisessa koulutuksessa kodin antama tuki näyttäytyy erilaisena: vain ryhmässä, jossa opiskelijat kokivat tuen olevan erittäin vähäistä, osaamisen taso on merkitsevästi matalampaa kuin muissa ryhmissä. Kodin antamaan muuhun tukeen liittyvistä muuttujista lukioaineistossa merkitykselliseksi tekijäksi tulee se, pidetäänkö matematiikkaa oppiaineena tärkeänä. Ammatillisen koulutuksen aineistossa tätä merkityksellisempää on, arvostavatko vanhemmat ylipäänsä koulutusta.

Sekä lukioissa että ammatillisessa koulutuksessa tulokset ovat tilastollisesti merkitsevästi heikompia ryhmässä jossa kotikielenä on jokin muu kuin yksinomaan suomi tai ruotsi tai kaksikielinen suomi ja ruotsi. Yleisesti ottaen muun kuin suomen- ja ruotsinkielisten, ammatillisessa koulutuksessa opiskelevien naisten matemaattinen osaaminen on selvästi heikompaa kuin miesten. Muun kuin suomen- ja ruotsinkielisten opiskelijoiden osaamisen taso on kaikissa ikäluokissa matalammalla tasolla kuin kantasuomalaisten lukuun ottamatta niitä muutamaa opiskelijaa, jotka myöhemmin suorittivat vähintään 12 kurssia matematiikkaa lukiossa. Nämä opiskelijat olivat alun perinkin samalla tasolla kuin ne kantasuomalaiset opiskelijat, jotka myöhemmin suorittivat saman määrän kursseja.

Kotiin ja perheeseen liittyvistä seikoista nostetaan esille kolme tekijää, joiden osalta tarkastellaan matematiikan osaamista: vanhempien ylioppilastausta (luku 4.4.1), kodin antama tuki matematiikan opintoihin (luku 4.4.2) ja opiskelijan kotikieli (luku 4.4.3). Kyseiset seikat selittivät osaamisen muutosta 9. luokalle tultaessa (Metsämuuronen, 2013b, 100–108).

4.4.1 Vanhempien koulutustausta on selkeästi yhteydessä osaamiseen

Johdattelua ja kirjallisuutta

Vanhempien koulutus on yksi keskeisistä sosioekonomisen statuksen (SES) osatekijöistä. OPH:n ja Karvin oppimistulosarviointien yhteydessä ei ole tavattu kysyä muita vanhempien koulutukseen tai kodin varallisuuteen liittyviä seikkoja, vaikka kansainvälisissä PISA- ja TIMSS -tiedonkeruissa tämä onkin säännöllistä. Kirjallisuudessa SES yleensä määritellään eri tavoin vanhempien tulojen, koulutuksen ja ammattien perusteella (APA, 2007, 5). SES:n olemuksestakaan ei olla aivan yksimielisiä – painotukset vaihtelevat ekonomisesta asemasta sosiaaliseen statukseen – ja siksi oleellista on, että ei ole olemassa yhtä, yleisesti hyväksyttyä tapaa mitata SES:a (Krieger ym., 1997; Bradley & Corwyn, 2002; APA, 2007, 5). Sosioekonomista taustaa on kuitenkin käytetty muutamissa Opetushallituksen erillisanalyyseissa hyödyksi (mm. Metsämuuronen, 2006c; 2007; ks. myös Kuusela 2010; Kuukka & Metsämuuronen, 2016), mutta vanhemmissa arvioinneissa tieto on ollut koulun tasolle yhdistetty, ns. aggregaattitieto, joka on saatu tilastokeskuksen rekisteristä. Aiemmissa arvioinneissa tietoa ei siis ole voitu yhdistää yksittäisiin oppilaisiin, vaan se on kuvannut koulun oppilaaksiottoalueen yleistä sosioekonomista tasoa.[75] Sen sijaan käytetään yksinkertaista tietoa vanhempien koulutustaustasta: ovatko vanhemmat suorittaneet ylioppilastutkinnon vai eivät.

Vuodesta 2011 lähtien vanhempien ylioppilastaustaa on käytetty oppimistulosarvioinneissa yksinkertaisena SES-indikaattorina (Kuusela, 2011).[76] Emme tarkalleen ottaen tiedä, *miksi* ylioppilastutkinto heijastelee perheiden välisiä eroja lasten opiskelumenestyksessä. Ääriolosuhteissa matala koulutustausta voi merkitä vanhempien matalampaa luku- ja kirjoitustaitoa – kuten esimerkiksi vastaavissa arvioinneissa Nepalissa on havaittu (Metsämuuronen & Kafle, 2013) – ja tätä kautta ehkä matalampaa intellektuaalista tai akateemista pääomaa[77], millä puolestaan voi olla yhteyttä lapsen yleiseen kehittymiseen.[78] Tämä ei kuitenkaan liene keskeinen selittäjä Suomessa, jossa kaikki toisen asteen koulutuksen läpikäyneiden nuorten vanhemmat ovat suorittaneet yh-

75 Tämän aineiston analysoinnissa oli käytettävissä myös Tilastokeskuksen PAAVO-aineisto, jossa opiskelijan osoitteen mukaisen postinumeron perusteella oli mahdollista saada tietoa monenlaisista asuinalueen sosioekonomisista tiedoista kuten alueen koulutustasosta, varakkuustasosta, asuntokannasta ja ikäjakaumasta. Analyysien tuloksia ei kuitenkaan hyödynnetä tässä raportissa. Tämä johtuu siitä, että, valitettavasti, DTA:n tulosten perusteella arvioituna, PAAVO-aineistosta saatujen muuttujien yhteydet matemaattiseen osaamiseen ovat aineistossa kauttaaltaan joko olemattomia, outoja, erikoisesti käyräviivaisia (epälineaarisia) tai selitysasteiltaan hyvin matalia. Esimerkiksi lukioaineistossa postialueen koulutustaso, tulotaso, tai omistus-/vuokra-asuntojen määrä ei selitä tilastollisesti merkitsevästi osaamista. Sen sijaan jos taiteen, viihteen ja virkistymisen työpaikkoja on vähän (alle 0,3 suhteutettuna alueen asukasmäärään), tulokset ovat merkitsevästi parempia (636) kuin jos näitä työpaikkoja oli tätä enemmän (616). Jos lisäksi alueella on kaivostoimintaa, tulokset ovat vielä parempia (659) ja jos lisäksi alueella on vain vähän koulutukseen liittyviä työpaikkoja, keskitulokset ovat erittäin hyviä (696). Selittymättä jää, *miksi* edellä kuvatuilla tekijöillä olisi *mitään* tekemistä hyvien oppimistulosten kanssa, vaikka luvussa 4.2.3 olevan kuvan perusteella tiedetään, että juuri Kainuussa sekä lukioiden että ammatillisten oppilaitosten opiskelijoiden osaaminen oli parempaa kuin muualla. On mahdollista, että tiedot selittävät paremmin koulun tasolle yhdistettyä ns. aggregaattitietoa, jota kuitenkaan ei raportoida tämän arvioinnin yhteydessä. Jos vanhempien ylioppilastutkinto otetaan malliin mukaan, se tulee esiin voimakkaimpana selittäjänä kaikissa sosioekonomisilla muuttujilla tehdyissä malleissa – sekä ammatillisen että lukiokoulutuksen aineistossa.

76 Vanhempien ylioppilastausta on selittänyt selvästi osaamisen eroja (esimerkiksi Kärnä, Hakonen & Kuusela 2012, 142–144; Ouakrim-Soivio & Kuusela 2012; 116–124; Summanen 2014, 107–110; Venäläinen 2014, 138–142; Hildén & Rautopuro 2014, 80; Härmälä & Huhtanen 2014, 197; Härmälä, Huhtanen & Puukko 2014, 80; Metsämuuronen 2013b; 2016a; Kuukka & Metsämuuronen, 2016).

77 Tässä intellektuaalinen pääoma käsitetään nimenomaan sosiaalistumisen kautta tulleeksi pääomaksi – ei niinkään perimän kautta tulleena seikkana. Intellektuaalinen pääoma voi näkyä mm. laajempana sanavarastona, parempana kykynä luokitella käsitteitä ylä- ja alakäsitteisiin tai abstraktimman ajattelun omaksumisena esimerkiksi metaforien tai kielikuvien muodossa. Akateeminen pääoma puolestaan voi näkyä esimerkiksi varhaisempana luku- ja kirjoitus- ja matematiikkataitona, opiskelemiseen kannustamisena, koulutuksen arvostamisena ja akateemisissa perheissä nimenomaan akateemiselle uralle kannustamista.

78 Asiaa pohtivat mm. Nurmilaakso ja Välimäki (2011, 5): ”Kielen ja vuorovaikutuksen merkitystä lapsen kehityksessä ei voi kyllin korostaa. Kieli antaa ainekset ajatteluun, havaitsemiseen, tuntemiseen ja tietämiseen. Kielen avulla ol-laan yhteydessä toisiin ihmisiin. [- -] Ongelmat kielen ja puheen alueella ennakoivat hankaluuksia myös sosiaalisella alueella. [- -] Valtaosin erityisen tuen tarve liittyy kielellisen kehittymisen alueeseen. Varhaiskasvatuksessa se nä-kyy puhumisen sekä kielen ymmärtämisen ongelmina. Erityistä tukea tarvitsevilla koululaisilla on varsinkin koulun alkuvaiheessa ongelmia luku- ja kirjoitustaidon oppimisessa.” On siis mahdollista, että lapsen abstraktin ajattelun kehittyminen, käsitteiden omaksuminen ja niiden ymmärtäminen voi hidastua, ellei peräti jäädä kehittymättä, mi-käli lapsen varhainen kasvu on ollut kieleltään köyhää. Näitä puutteita voi joskus olla vaikea korjata myöhemmäl-lään iällä.

tenäisen peruskoulun.[79] Kuuselan (2010, 44; 2011) alustava arvio oli, että vanhempien koulutus indikoi useitakin lasten koulunkäyntiin vaikuttavia tekijöitä, kuten perheen vuorovaikutussuhteita tai koulutuksen arvostusta. Listaan voidaan ehkä lisätä koulutuksen periytyvyydestä seuraavaa ennakoivuutta: koska akateemisesti orientoituneiden vanhempien lapset valitsevat todennäköisemmin akateemisen uran (Kivinen & Rinne, 1995; Myrskylä, 2009; Ruohola, 2012; Suominen, 2013), vanhemmilla voi olla taipumusta kannustaa lapsiaan parempiin suorituksiin jo varhaisina vuosina, koska tietävät, että kilpailu jatko-opiskelupaikoista voi olla tiukkaa. Niinpä, vaikka käytännössä noin puolet lukioikäisten vanhempien ikäluokasta on ylioppilaita eikä lukion suorittaminen heijasta yhteiskunnassamme erityistä koulutuksellista elitismiä, on ilmeistä, että lukiokoulutus johtaa ammatillista koulutusta todennäköisemmin korkeakoulututkintoihin joko ammattikorkeakoulussa tai tiedeyliopistossa, mikä puolestaan voi olla seurausta vanhempien "puskuvaikutukseen" perheissä, joissa ylioppilastutkinto on suoritettu. Toisentyyppinen hyöty lukiokoulutuksesta nimenomaan matematiikan osaamiseen saattaa tulla siitä, että matemaattinen osaaminen kohoaa lukiokoulutuksessa selvästi korkeammalle tasolle kuin ammatillisessa koulutuksessa. Näin ollen lukion käyneillä vanhemmilla saattaa olla selvästi enemmän mahdollisuuksia auttaa lapsiaan matemaattisten ongelmien ratkaisemisessa ja läksyjen tekemisessä jo varhaisina vuosina, mikä saattaa johtaa osaamisen eriytymiseen ehkä jo varhaisempina kouluvuosina. Tämän suuntaista näyttöä saatiin aiemman pitkittäisaineiston analysoinnin yhteydessä (Metsämuuronen 2013b): ylioppilasperheiden lasten osaamisen taso oli parempaa jo 3. luokalla, ja osaamisen muutos oli suurempaa kuin niissä perheissä, joissa kumpikaan vanhemmista ei ollut ylioppilas.

Koulutustausta selittää osaamista toisen asteen lopussa

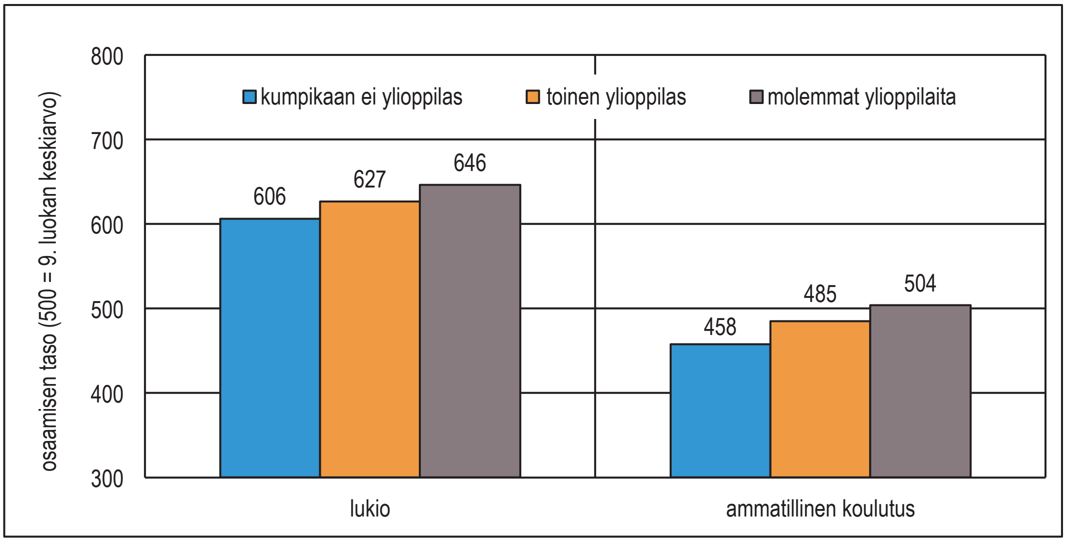
Edellä luvussa 3.3 havaittiin, että kokonaisaineisto jakautuu melko tasaisesti kolmeen ryhmään: niihin, joilla molemmat vanhemmat olivat ylioppilaita (28 %), niihin joilla vain toinen vanhemmista on ylioppilas (34 %) ja niihin, joilla kumpikaan vanhemmista ei ollut ylioppilas (37 %). Lukioaineistossa 73 prosentilla opiskelijoista ainakin toinen vanhemmista on suorittanut lukiokoulutuksen – ammatillisen koulutuksen aineistossa luku on 44. Lukioaineistossa 37 prosentilla molemmat vanhemmat olivat suorittaneet lukiotutkinnon – ammatillisen koulutuksen aineistossa 12 prosentilla.

Vanhempien lukiokoulutus on yhteydessä merkitsevästi parempaan matematiikan suoritukseen toisen asteen lopussa sekä lukioissa että ammatillisessa koulutuksessa.[80] DTA:n mukaan ammatillisessa koulutuksessa ei ole eroa sen suhteen, onko vain toinen vai ovatko molemmat vanhemmat ylioppilaita – lukiossa jako kolmeen ryhmään on selvempi. Molempien vanhempien ylioppilastutkinto – riippumatta suoritetuista ylioppilaskokeista tai niissä saaduista puoltopisteistä – tuo

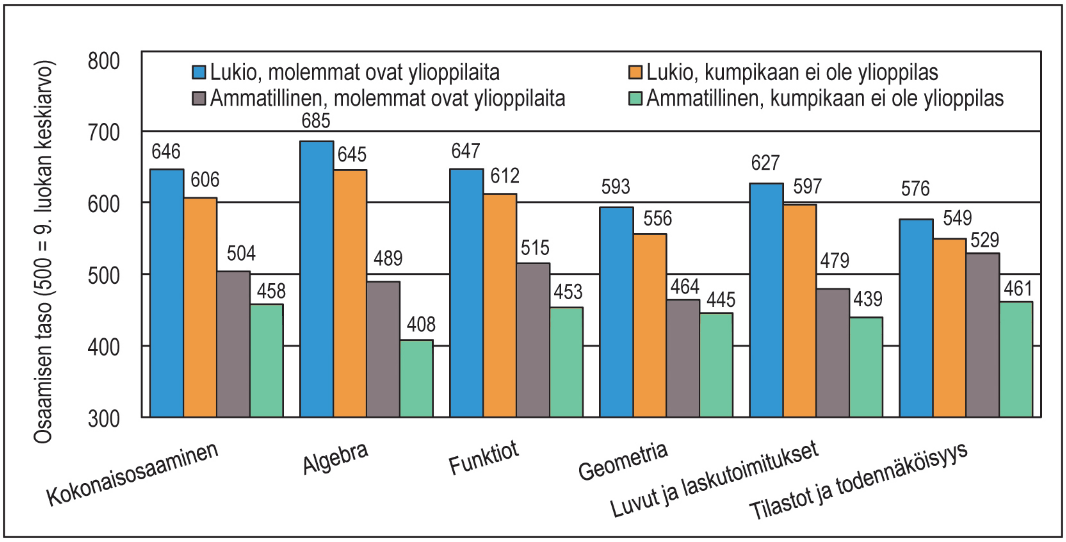
79 PIAAC 2012 aineiston mukaan (Malin, Sulkunen & Laine, 2013) aikuisten lukutaito on Suomessa Japanin jälkeen OECD-maiden korkeinta. Jos arvioidaan, että tämän aineiston nuorten vanhemmat ovat karkeasti arvioiden 40–50 vuoden ikäisiä, 10–12 prosentilla vanhemmista olisi puutteellinen lukutaito (emt., 31, kuvio 3.2) ja 23–28 %:lla vanhemmista olisi puutteita ongelmaratkaisutaidoissa. Taidot ovat selvästi eriytyneet koulutustaustan mukaisesti: ylioppilas- ja korkeakoulutaustasta tulleista 3–4 %:lla oli puutteellinen lukutaito kun ammatillisen koulutuksen suorittaneilla luku oli 14 % ja vain perusasteen suorittaneilla 22 %. Ongelmanratkaisutaidoissa erot ovat vieläkin suurempia: lukioissa ja korkea-asteella puutteita oli 22–29 %:lla kun ammatillisen koulutuksen saaneilla luku oli 49 %. Suorien johtopäätösten vetäminen on kuitenkin hankalaa, sillä eri koulutusryhmissä ikäjakaumat ovat erilaisia. Lukiotaustaisten 45–55-vuotiaiden osaaminen oli kuitenkin 28 yksikköä parempaa kuin vastaavan ikäisten ammatillisen koulutuksen suorittaneiden aikuisten (emt. 40). Teoriassa on siis mahdollista, että opiskelijoiden lähtökohtaiset osaamisen erot ovat seurausta vanhempien tarjoamasta erilaisesta intellektuaalisesta tai akateemisesta pääomasta. Ongelmallista on, että tällöin koulutusjärjestelmä on jossain määrin epäonnistunut, jos se ei kyennyt korjaamaan tämän tyyppistä pääoman puutetta kouluvuosien aikana.

80 ANOVA, Lukio, $F(2, 1217) = 13{,}91$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}11$
Ammatillinen koulutus, $F(2, 653) = 8{,}78$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}12$

noin 40–46 yksikön lisäarvon kokonaisosaamiseen sekä lukioissa että ammatillisissa oppilaitoksissa verrattuna opiskelijoihin, joilla kumpikaan ei ollut ylioppilas (kuvio 4.42). Tämä vastaa noin *puolentoista – kahden vuoden* opintojen tuomaa etua riippuen siitä, tarkastellaanko asiaa pitkän vai lyhyen oppimäärän näkökulmasta. Ammatillisissa oppilaitoksissa lisäarvo on tätäkin suurempi Algebran (+81 yksikköä), Tilastojen ja todennäköisyyden (+ 68 yksikköä) ja Funktioiden osa-alueella (+ 62 yksikköä) (kuvio 4.43). Kun eroja verrataan aineiston kokonaisvaihteluun, erotääriryhmienkin välillä ovat kuitenkin efektikoolla arvioiden pieniä (Cohenin *f*-arvot jäävät tasolle 0,11–0,13).



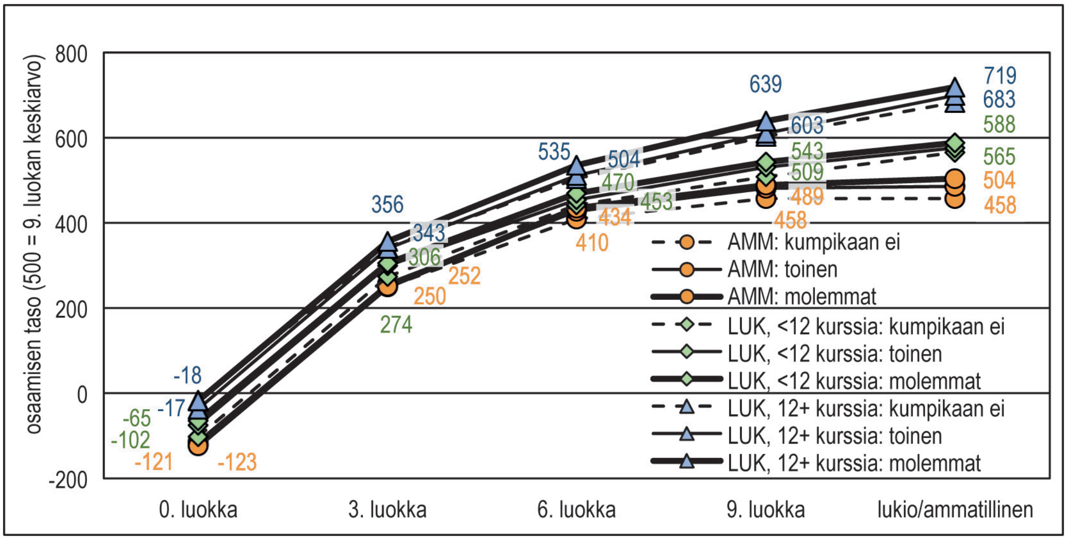
KUVIO 4.42. Vanhempien lukiokoulutuksen yhteys matematiikan kokonaisosaamiseen toisen asteen lopussa



KUVIO 4.43. Vanhempien ylioppilastutkinnon vaikutus eri matematiikan osa-alueilla

Koulutustausta selittää osaamista jo varhaisessa vaiheessa opintoja

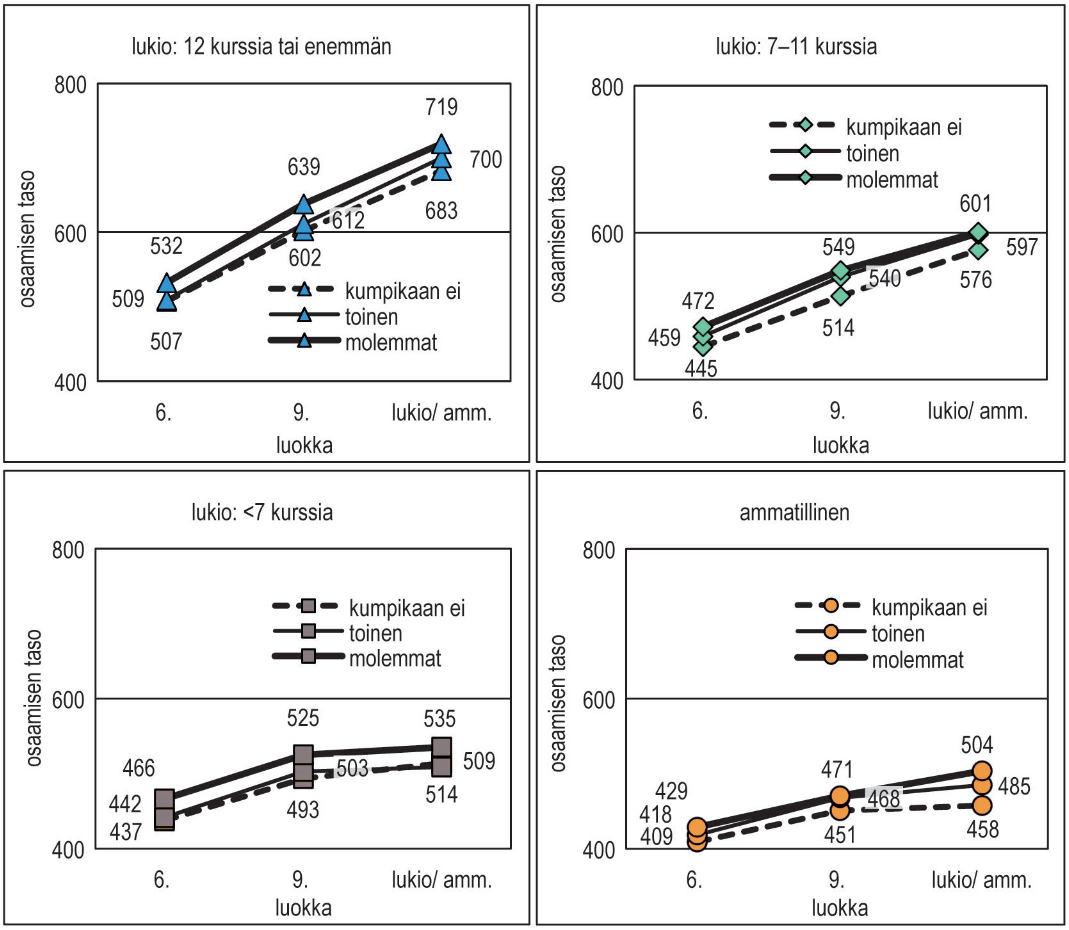
Ylioppilastutkinnosta tuleva hyöty ei näytä eriytyvän toisen asteen opinnoissa: ero ylioppilasvanhempien ja ei-ylioppilasvanhempien lasten välillä syntyy jo alemmilla luokilla ja säilyy samansuuruisena läpi kouluvuosien sekä lukiokoulutuksessa että ammatillisessa koulutuksessa, joskin on hieman vähäisempää niillä opiskelijoilla, jotka suorittivat vähemmän opintoja kuin pitkään matematiikkaan edellytettävät (kuviot 4.44 ja 4.45). Kuviossa 4.44 selkeyden lisäämiseksi lukiokoulutuksessa on eroteltu vain pitkää matematiikkaa lukevien opiskelijoiden trendi muista lukioryhmistä. Kuviossa 4.45 kuvataan lukioryhmät tarkemmin, mutta selkeyden lisäämiseksi vain ylempien luokkien ajalta.



KUVIO 4.44. Vanhempien ylioppilastutkinnon vaikutus eri kouluvuosina (AMM = ammatillinen koulutus, LUK = lukiokoulutus)

Neljä seikkaa nostetaan esiin kuvioiden pohjalta. Ensiksi kuviosta 4.44 havaitaan, että opiskelijat, jotka myöhemmin suorittivat pitkän matematiikan ylioppilaskirjoituksiin johtavat opinnot (12 kurssia tai enemmän), olivat jo varhain parempia kuin ikätoverinsa riippumatta siitä, tulivatko he ylioppilasvanhempien perheestä vai eivät. Pientä etua (n. 13 yksikön verran) opiskelijat saivat jo 3. luokalla siitä, että molemmat vanhemmat olivat ylioppilaita, mutta ero ei ole huomattava suuri. Jo 6. luokalla tultaessa ero ryhmien välillä on kaksinkertaistunut (31 yksikköä). Yläluokkien aikana ero ei enää kasva; 9. luokan lopussa ero on 36 yksikköä ja tämä ero säilyy toisen asteen loppuun asti. Näyttää siis siltä, että ylioppilasvanhemmat antavat hyötyä opintoihin alakoulun aikana. Jää selvittämättä, johtuuko tämä vanhempien paremmista lähtökohdista tukea opiskelijaa koulutehtävissä, vanhempien puskuvaikutuksesta ja kannustamisesta hyviin suorituksiin, vai muista – laajasti intellektuaaliseen tai akateemiseen kapasiteettiin liittyvistä – seikoista, joiden osuus varhaislapsuudessa tai teini-iän alkaessa voi olla merkittävä.

Toiseksi kuviosta 4.44 havaitaan, että vanhempien koulutustaustasta riippumatta *ammatilliseen koulutukseen myöhemmin hakeutuneilla opiskelijoilla matematiikan osaaminen oli heikkoa jo 3. luokalla*. Vanhempien ylioppilastutkinnon tuoma hyöty tulee esiin jo alakoulussa: 3. luokan alussa oppilaiden välillä ei ole lainkaan eroa (2 yksikköä), mutta ero kasvaa 6. luokan alkuun mennessä 24 yksikköön, ja siitä edelleen 9. luokalle tultaessa 31 yksikköön. Ero kasvaa vielä toisella asteella – toisen asteen lopulla ero on jo yli 50 yksikön suuruinen. Tarkentavasta kuviosta 4.45 havaitaan, että ylioppilasperheistä tulleiden, ammatillisen koulutuksen valinneiden opiskelijoiden osaamisen taso oli toisen asteen lopussa käytännössä sama (504) kuin niiden lukioon menneiden, ei-ylioppilasperheistä tulleiden opiskelijoiden, jotka suorittivat lukiossa vain minimimäärän matematiikan opintoja (514). Näyttää siltä, että vanhempien koulutuksesta riippumatta sekä ammatilliseen koulutukseen hakeutuneet että lukion lyhyen oppimäärän pakolliset kurssit suorittaneet opiskelijat pysyivät keskimäärin 9. luokalla saavutetulla tasolla. Positiivisesti katsottuna tämä tarkoittaa sitä, että ammatillisen koulutuksen aikana osaaminen ei laske – joskaan ei juuri nousekaan.



KUVIO 4.45. Vanhempien ylioppilastutkinnon vaikutus eri kouluvuosina eri kurssimäärien kuvaavissa ryhmissä

Kolmanneksi kuviosta 4.45 huomataan, että 9. luokan aineistossa ammatillisen koulutuksen valinneista, lukioperheistä tulleiden opiskelijoiden osaamisen taso (489) ei poikennut lainkaan niistä lukioon menevistä, ei-ylioppilasperheistä tulleista opiskelijoista, jotka valitsivat lyhyen matematiikan opinnoissa vain pakolliset opinnot (486) ja vain vähän niistä opiskelijoista, jotka valitsivat pakollisia opintoja enemmän matematiikan kursseja (514). Tässä vaiheessa opintoja näitä opiskelijoita ei siis vielä voi erottaa toisistaan osaamisen suhteen. Lukio-opintojen aikana viimeksi mainittujen opiskelijoiden osaamisen taso kasvoi selvästi enemmän (+62 yksikköä) kuin lähes samalta taitotasolta lähteneiden ammatilliseen koulutukseen hakeutuneiden opiskelijoiden (+15). Huomataan myös, että 9. luokan aineistossa lukiossa lyhyen matematiikan pakollisten kurssien valinneiden ylioppilasperheistä tulleiden opiskelijoiden ja toisaalta minimimäärää enemmän valinneiden ei-ylioppilasperheiden opiskelijoiden osaaminen oli identtistä (514 ja 519). Vaikka molemmat ryhmät luokittuvat lyhyen oppimäärän opiskelijoiksi, enemmän kursseja valinneet opiskelijat pystyivät lisäämään osaamistaan oleellisesti (+62) samaan aikaan kun minimimääriä opiskelleet olivat samalla tasolla kuin 9. luokalla (514). Seikka puhuu kahdesta asiasta. Yhtäältä seikka puhuu lukion ja tarkemmin harjoituksen tuomasta lisäarvosta opiskelijoille: samoista lähtökohdista, mutta eri koulutusvalinnoilla osaamisen tasossa tapahtuu huomattavaa lisääntymistä tai osittain ehkä taantumista. Lukion vaikutus näyttää olevan noin 60 yksikön luokkaa. Absoluuttisesti suurimmillaan osaamisen lisäys on matematiikan pitkän oppimäärän valinneilla (80 yksikköä), mutta näyttää siis siltä, että jo vähemmälläkin kurssien määrällä päästään erittäin suureen osaamisen lisäykseen. Toisaalta seikka puhuu matematiikan vakavamman opiskelun ja tarkemmin matematiikan ylioppilastutkintoon valmistautumisen tuomasta lisäarvosta opiskelijoille. Matematiikan osaamisessa ei ole lainkaan eroja 9. luokan lopussa niiden ryhmien välillä, joista toiset ilmoittautuivat kirjoittamaan myöhemmin lyhyen matematiikan ylioppilaskokeen ja toiset eivät kirjoittaneet matematiikan ylioppilaskoetta lainkaan.

Neljänneksi kuvassa 4.45 havainnollistuu se edellä todettu seikka, että *lukiossa vain pakolliset kurssit suorittaneiden matemaattinen osaaminen ei lisäänny* toisen asteen aikana – joskaan ei laskekaan. Ei siis pelkästään ammatillisessa koulutuksessa vaan myös lukiossa on ryhmiä, joiden osaaminen on 9. luokalla lopun tasolla.

Vanhempien ylioppilastutkinnolla ei ollut, yleisesti ottaen, vaikutusta matematiikkaa kohtaan liittyviin asenteisiin – ei lukiossa eikä ammatillisessa koulutuksessa.[81] Poikkeuksen tekee Minä osaajana -osa-alue, joka suurelta osin heijastelee todellista osaamista. On ymmärrettävää, että kun vanhempien koulutustausta selittää osaamisen eroja, se selittää myös opiskelijoiden käsityksiä omasta osaamisestaan.[82]

81 lukuun ottamatta OSAA-osatekijää, kaikissa ryhmissä kaikkien asennetekijöiden suhteen merkitsevyydet $p > 0,05$ ja kaikki efektikoot $f < 0,11$.

82 ANOVA Lukio, $F(2; 1214) = 8,43$, $p < 0,001$, $f = 0,08$
Ammatillinen koulutus, $F(2; 652) = 3,27$, $p = 0,039$, $f = 0,04$

4.4.2 Kodin antama tuki koulun käynnille lisää osaamista

Kodin antamaa tukea opintoihin kartoitettiin kolmella asenne-tyyppisellä kysymyksellä: k29 Kotonani arvostetaan koulutusta, k30 Vanhempieni mielestä matematiikka on tärkeä oppiaine ja k32 Vanhempani pitävät tärkeänä, että menestyn opinnoissani. Väitteissä käytettiin 5-portaista Likertin asteikkoa ”Olen täysin eri mieltä” (1) – ”Olen täysin samaa mieltä” (5), joka myöhemmin muutettiin asteikolle 0–4. Edellä pohdittiin sitä, että myös vanhempien ylioppilastausta saattaa olla tekemisissä kodin antaman tuen kanssa. Näin saadusta neljästä muuttujasta itse asiassa vain kolmella on omaa, itsenäistä tai voimakkainta, vaikutusta osaamisen selittämisessä. Mallit ovat hieman erilaisia lukio- ja ammatillisessa aineistossa (taulukko 4.17). Sekä lukiossa että ammatillisessa koulutuksessa vanhempien ylioppilastutkinto on merkityksellinen selittäjä osaamisen tasolle – ammatillisessa koulutuksessa jopa merkityksellisempi kuin kodin muu, yleisempi, tuki. Lukioaineistossa toiseksi merkitykselliseksi tekijäksi tulee se, pidetäänkö matematiikkaa oppiaineena tärkeänä. Ammatillisen koulutuksen aineistossa tätä merkityksellisempää on, arvostavatko vanhemmat ylipäänsä koulutusta.

TAULUKKO 4.17. Lineaarinen regressiomalli kodin antamasta tuesta matematiikan opintoihin

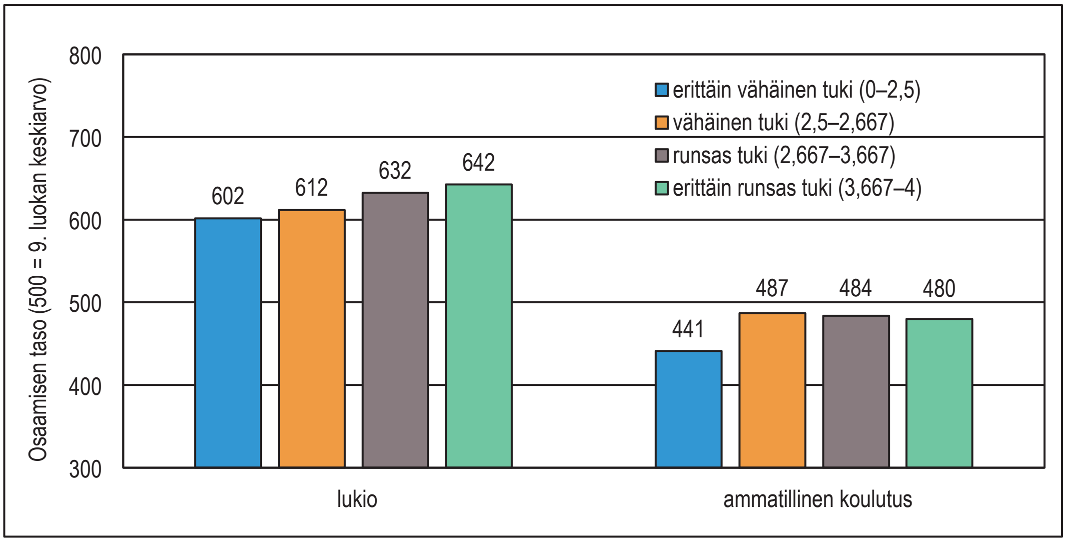
Muuttujat[1] (muuttujat arvot)	B[2]	Keski-virhe	Beta[3]	t	p-arvo
Lukio R = 0,213, R^2 = 0,045, R^2_{Adj} = 0,044					
Vakio	545,1	12,5		43,7	<0,001
k30 Vanhempieni mielestä matematiikka on tärkeä oppiaine. (-2 = olen täysin eri mieltä, …, +2 = olen täysin samaa mieltä)	16,6	3,1	0,151	5,3	<0,001
Ovatko vanhemmat ylioppilaita (0 = kumpikaan ei ole, 1 = toinen on, 2 = molemmat ovat))	17,2	3,8	0,129	4,5	<0,001
Ammatillinen koulutus R = 0,273, R^2 = 0,075, R^2_{Adj} = 0,072					
Vakio	371,5	15,9		23,3	<0,001
Ovatko vanhemmat ylioppilaita (0 = kumpikaan ei ole, 1 = toinen on, 2 = molemmat ovat))	24,3	5,9	0,16	4,1	<0,001
k29 Kotonani arvostetaan koulutusta. (-2 = olen täysin eri mieltä, …, +2 = olen täysin samaa mieltä)	23,3	4,1	0,22	5,7	<0,001

1) Muuttujat ovat analyysin (Stepwise Regression) esittämässä järjestyksessä; ensin valittu muuttuja selittää muutosta parhaiten ja seuraavat muuttujat lisäävät mallin selitysastetta vähenevässä määrin. Kaikki muuttujat ovat tilastollisesti merkitseviä selittäjiä.
2) B eli regressiokerroin kertoo kuinka paljon osaamisen taso muuttuu (PISA-asteikolla mitattuna), kun muuttujan arvo lisääntyy yhdellä yksiköllä. Jos siis opiskelijan vanhemmista toinen on ylioppilas, mallin mukaan (kun huomioidaan toinenkin muuttuja samanaikaisesti), osaamisen taso on lukiossa 17,1 pistettä ja ammatillisessa koulutuksessa 24,6 pistettä korkeampi kuin tilanteessa, jossa opiskelijan kumpikaan vanhemmista ei ole ylioppilas.
3) Beta eli b on regressiokerroin tilanteessa, jossa muuttujia haluttaisiin käsitellä standardipisteinä.

Edellä mainituista kolmesta asennemuuttujasta muodostettiin summa “kodin tuki matematiikan opiskeluun”. Koko aineiston perusteella DTA jakaa muuttujan neljään ryhmään: erittäin vähäinen tuki (pistemäärät 0–2,5), vähäinen tuki (2,5–2,67), runsas tuki (2,67–3,67) ja erittäin runsas tuki (3,67–4,0).[83] Sekä ammatillisessa että lukiokoulutuksessa kodin tuki kokonaisuutena selittää

83 ANOVA F(3; 2042) = 39,67, p < 0,001, f = 0,24

merkitsevästi ja merkittävästi osaamista.[84] Lukioissa yhteys on selvästi suoraviivaisempaa: mitä voimakkaammin opiskelija koki tukea annettavan, sitä korkeampaa osaaminen oli. Ero ääriryhmien välillä on keskimäärin 40 yksikköä eli noin *kahden vuoden* opintojen luokkaa (kuvio 4.46). Ammatillisessa koulutuksessa kodin antama tuki näyttäytyy erilaisena: vain ryhmässä, jossa opiskelijat kokivat tuen olevan erittäin vähäistä, osaamisen taso on merkitsevästi matalampaa kuin muissa ryhmissä. Tässäkin ero on 39–46 yksikön luokkaa – lukion lyhyen oppimäärän suorittaneilla tämä olisi merkinnyt *kahden vuoden* eroa opiskelijaryhmien välillä.



KUVIO 4.46. Kodin antama tuki opintoihin ja sen yhteys osaamiseen

4.4.3 Muun kuin suomen- ja ruotsinkielisten opiskelijoiden osaaminen on heikompaa

Viimeisenä kodin taustaan liittyvistä tekijöistä käsitellään kotikielen vaikutusta oppimistuloksiin. Kotikieleen liittyy kolme näkökulmaa. Yhtäältä maahanmuuttajataustaisilla opiskelijoilla saattaa olla suomenkieleen – tai ruotsinkielisillä alueilla ruotsinkieleen – liittyviä haasteita ymmärtää tiedonkeruussa kysyttyjä tehtäviä, mistä syystä osaamisen taso voisi olla heikompaa kuin kantaväestöön kuuluvilla opiskelijoilla (ks. keskustelu asennemittarin matalasta reliabiliteetista Suomi toisena kielenä (S2) arvioinnin yhteydessä, Kuukka & Metsämuuronen, 2016). Kysymys on relevantti, vaikka aineistoon on valittu opiskelijoita, jotka ovat olleet suomalaisen koulutusjärjestelmän piirissä vähintään 9. luokasta lähtien eli 4 vuotta ja valtaosa heistä 6. tai jopa 3. luokalta lähtien eli 9–12 vuotta. Teoriassa voidaan ajatella, että tässä ajassa koulunkäynnissä ja opinnoissa tarvittava kielellinen peruskielitaito opittaneen. Toisaalta tiedetään S2-arvioinnin perusteella, että 9. luokalla oli alun toistakymmentä prosenttia (13 %) opiskelijoita, joiden kielitaidon taso oli alkavalla tasolla. Tällä tasolla ei kyetä käytännössä jatkamaan opintoja ammatillisessa koulutuksessa saati lukiossa. Oppilaista 18 prosenttia oli heikkoja ns. tiedonalojen kielen osatestissä, eli sellaisen kie-

84 kodin tuki, lukiossa $f = 0{,}15$, ammatillisessa koulutuksessa $f = 0{,}19$

len, jota tarvitaan esimerkiksi biologian, matematiikan tai reaaliaineiden oppimisessa, ja tarvitsi valmistavaa opetusta voidakseen siirtyä toisen asteen opintoihin. (Kuukka & Metsämuuronen 2016.) On siis mahdollista, että sekä ammatilliseen- että lukiokoulutukseen hakeutuneista osa on suomenkielentaidoiltaan heikkoja.

Toinen näkökulma kotikieleen tulee siitä, että aineistossa on mukana kaksikielisiä kantaväestöön kuuluvia opiskelijoita. Näillä suomenkielisillä opiskelijoilla ruotsinkielisissä kouluissa ja ruotsinkielisillä opiskelijoilla suomenkielisissä kouluissa oli alun perin alimmilla luokilla ehkä hankaluuksia päästä kiinni itselle vieraaseen kieleen. Näiden opiskelijoiden osaamisen taso oli alimmilla luokilla heikompaa kuin muilla opiskelijoilla.[85] Aiemmin havaittiin, että 9. luokalle tultaessa osaaminen lisääntyi nimenomaan oppilailla, joiden lähtötilanne kielen suhteen olivat haasteellisemmat.

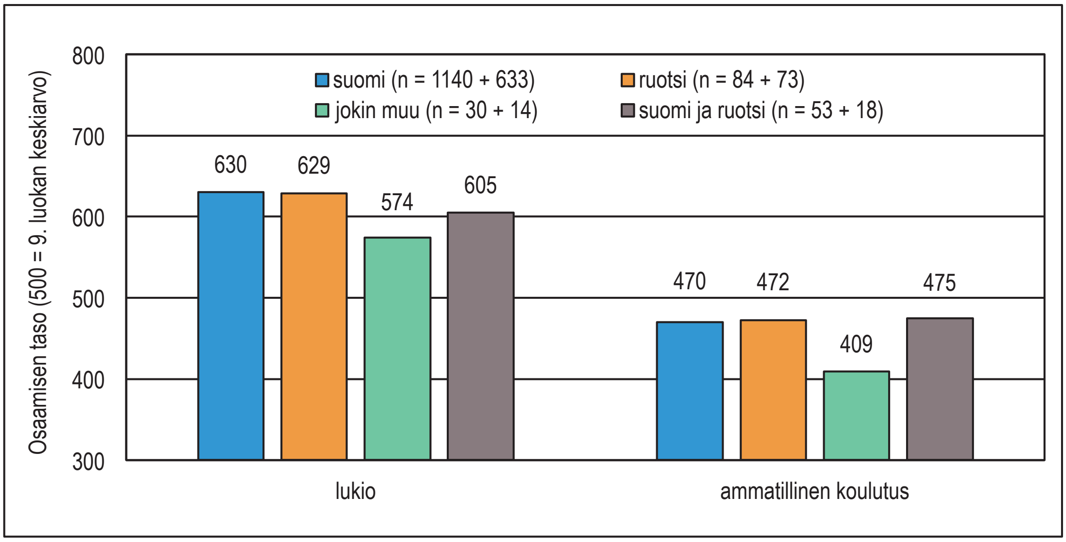
Kolmas näkökulma tulee Räsäsen ja Närhen (2013, 192) huomiosta, että kielitaustalla näyttää olevan selkeä yhteys heikkoihin oppimistuloksiin matematiikassa 9. luokalla: niiden oppilaiden joukossa, joiden kotikieli oli muu kuin suomi tai ruotsi, oli yli kolminkertainen määrä heikoiksi luokittuneita oppilaita. Erikoista oli, että vaikka heikkojen oppilaiden määrä oli moninkertainen suomen- ja ruotsinkielisiin nähden, ryhmässä ei ollut lainkaan erityisen tuen piiriin siirrettyjä oppilaita. Tätä seikkaa pohditaan tarkemmin luvussa 5 ruotsinkielisen aineiston yhteydessä. Kuudennen luokan aineistossa heikosti suoriutuneista, kotikieleltään muun kuin suomen tai ruotsinkielisistä oppilaista tyttöjä oli nelinkertainen määrä poikiin nähden (Räsänen, Närhi & Aunio, 2010, 198).

Edellä luvussa 3.3 todettiin, että vajaalla kahdella prosentilla aineiston opiskelijoista on jokin muu kuin suomenkieli kotikielenään – useimmiten joko suomen- tai ruotsinkielen rinnalla. Kun toisaalta tiedetään, että 15 prosenttia opiskelijoista on kuitenkin saanut jossain vaiheessa opintojaan suomi (tai ruotsi) toisena kielenä (S2) -opetusta, näyttää siltä, että valtaosa muun kuin suomen- ja ruotsinkielisistä opiskelijoista on omaksunut toisen kotimaisen kielen omaksi kotikielekseen opintojen kuluessa.

Analyysin yksinkertaistamiseksi ryhmitellään kaikki ne pienet ryhmät, joissa opiskelijalla oli jokin muu kuin suomi tai ruotsi kotikielenään, yhdeksi ryhmäksi ”jokin muu”. Osalla näitä opiskelijoita kotona puhuttiin myös suomea tai ruotsia. Kuvasta 4.47 havaitaan, että kotikielellä on selvästi erilainen merkitys lukioissa kuin ammatillisessa koulutuksessa, vaikka molemmissa aineistoissa tulokset ovat tilastollisesti merkitsevästi heikompia ryhmässä ”jokin muu” (574 lukiossa ja 409 ammatillisessa koulutuksessa) kuin muissa kieliryhmissä (605–630 lukiossa ja 470–475 ammatillisessa koulutuksessa). Ero ääriryhmien välillä on 54 yksikköä lukiossa ja 66 yksikköä ammatillisessa koulutuksessa. Tämä vastaa *kahden vuoden* eroa osaamisessa. Ero ryhmien välillä on lukiossa merkitsevä, mutta efektikoolla arvioiden ne eivät ole merkittävän suuria kummassakaan koulumuodossa.[86] Mekaanisena syynä on muun kuin suomen- ja ruotsinkielisten pieni määrä. Yleisesti ottaen muun kuin suomen- ja ruotsinkielisten, ammatillisessa koulutuksessa opiskelevien naisten matemaattinen osaaminen (347) on selvästi heikompaa kuin miesten (416).

85 Luvussa 5.4.3 kuitenkin huomataan, että ruotsinkielisessä aineistossa nimenomaan *suomen*kielisten lasten tulos nosti myös ruotsinkielisten kokonaistasoa.

86 ANOVA, selitetään kokonaisosaamista, lukio F(3; 1303) = 3,56, p = 0,014, f = 0,09
ammatillinen koulutus F(3; 734) = 1,52, p = 0,20 f = 0,01

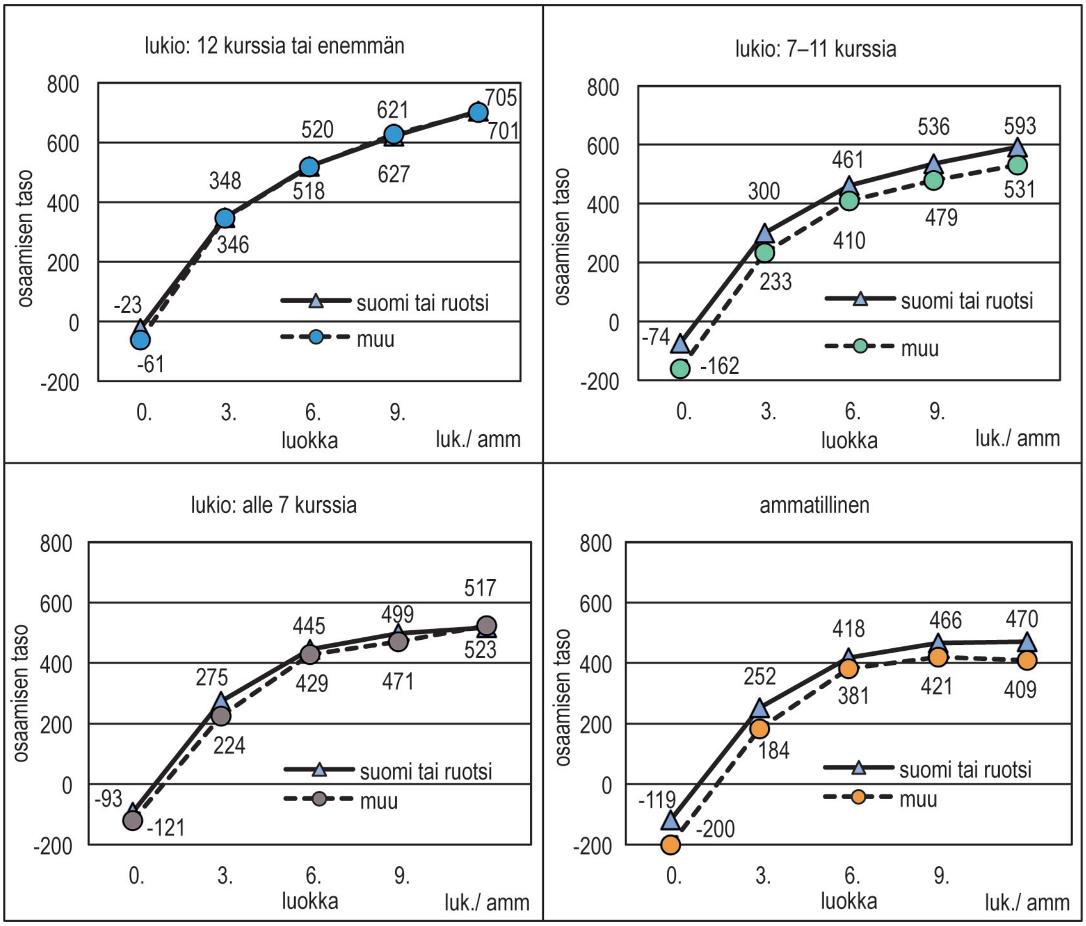


KUVIO 4.47. Kotikielen yhteys kokonaisosaamiseen

Yhdistetään 3. luokan aineiston perusteella kieliryhmät kahteen ryhmään, yhtäältä suomen- ja ruotsinkielisiin – nimitetään heitä kantasuomalaisiksi – ja toisaalta muun kielisiin – nimitetään heitä maahanmuuttajiksi[87] – ja otetaan mukaan tieto toisen asteen koulutuksen koulutus- ja kurssivalinnoista. Kun näihin tietoihin lisätään tieto opintomenestyksestä aiemmilla luokilla, saadaan kuvan 4.48 havainnollistamaa tietoa osaamisen muutoksesta eri ikäkausina. Maahanmuuttajaopiskelijoiden osaamisen taso on oleellisesti matalammalla tasolla kaikissa ikäluokissa lukioissa 7–11 kurssia suorittaneiden ryhmässä ja ammatillisessa koulutuksessa. Toisen asteen lopussa ero on 60 yksikön luokkaa – *kolmen vuoden* eron verran. Mielenkiintoista on, että ne muutamat maahanmuuttajaopiskelijat (n = 8), jotka myöhemmin suorittivat vähintään 12 kurssia matematiikkaa lukiossa, olivat kaikilla luokka-asteilla samalla tasolla kuin ne kantasuomalaiset opiskelijat, jotka myöhemmin suorittivat saman määrän kursseja. Matemaattisesti poikkeuksellisen lahjakkaat opiskelijat näyttävät siis erottuvat joukosta mahdollisista alkuvaiheen kielivaikeuksista huolimatta.[88] Pitkälle meneviä johtopäätöksiä ei ole tarpeellista tehdä, sillä opiskelijoiden määrät ryhmissä olivat pieniä.

87 Muun kuin yksikielisesti suomen- ja ruotsinkielisiin ja kaksikielisesti suomen ja ruotsinkielisiin perheisiin lukeutuneet opiskelijat luokitellaan tässä ”muun kielisiksi”. Puhtaasti muun kielisten tai maahanmuuttajien lisäksi luokkaan ryhmitettiin myös ne muutamat opiskelijat, joiden kotona puhuttiin ”muun” kielen lisäksi myös suomea tai ruotsia. On ehkä vaikea hahmottaa lasta maahanmuuttajaksi, jos esimerkiksi isä on kantasuomalainen ja äiti saksalainen. Toisaalta emme tiedä, onko lapsi kenties asunut koko ikänsä ulkomailla, vaikka toinen vanhemmista (tai molemmat) olisikin suomenkielinen. Ehkä kuitenkin nimitykset voivat olla paikallaan kerronnan tiivistämiseksi. Huomattakoon, että S2-arvioinnissa myös osa suomenkielisiksi itsensä luokittaneista omasi heikon suomenkielen taidon ja he saivat S2-opetusta (Kuukka & Metsämuuronen, 2016). Kansainvälisten työkomentojen yleistyessä myös näiden – sinällään suomenkielisten – perheiden lapsilla voi olla haasteita oppia sujuva äidinkielentaito ulkomailla oleskellessa. Omalla tavalla nämäkin lapset ovat ”maahan muuttajia” ja ainakin kielellisten taitojensa osalta samojen haasteiden edessä kuin konventionaalisesti maahanmuuttajiksi laskettavat oppilaat, vaikka kantaväestön kielipohjaa olisikin.

88 Kuukka ja Metsämuuronen (2016, kuvio 26) huomasivat Suomi toisena kielenä arvioinnissa, että parhaiten menestyneet opiskelijoilla kodin sosioekonominen tausta oli yhdenmukaisesti vahva. Tämä ilmeni sekä vähän aikaa Suo-messa opiskelleista että jo pitkään – ehkä koko kouluaikansa – Suomessa olleet. Toisaalta tietyissä kieliryhmissä (Viro, Venäjä, Englanti ja Kiina) S2-osaaminen oli parempaa kuin joissain muissa kieliryhmissä (emt. kuvio 16). Näiden kieliryhmien oppilaat olivat myös koulumenestykseltään parempia: heillä matematiikan arvosana oli korkeampi kuin muiden kieliryhmien oppilailla. On mahdollista, että näissä kieliryhmissä oppilaiden aiempi koulunkäyntihistoria – ehkä lähtömaan tai perheen tiukat vaatimukset ja opiskelukuri – tuki heidän opiskeluaan.



KUVIO 4.48. Kotikielen yhteys kokonaisosaamiseen eri ikäluokissa

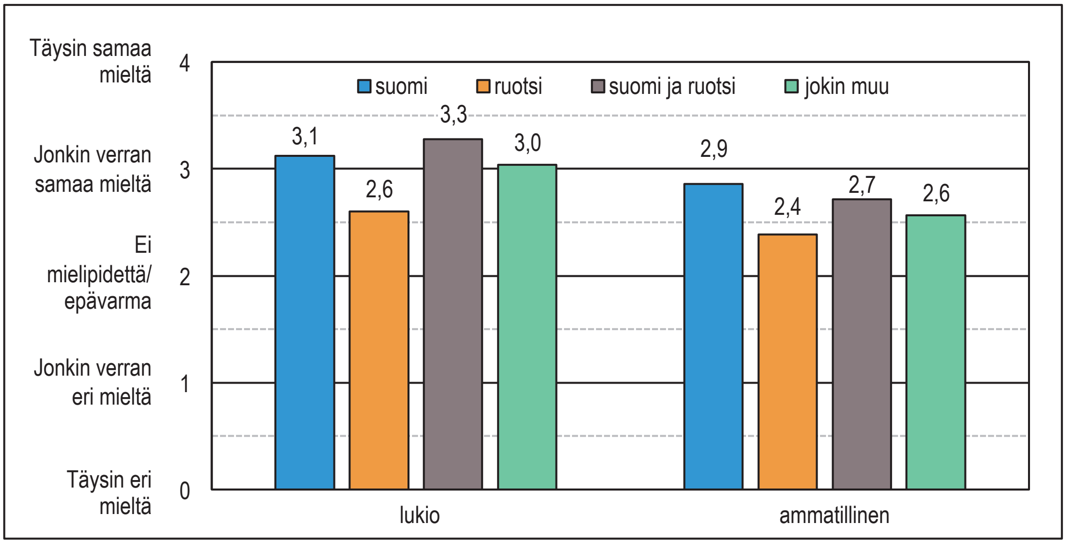
Kieliryhmien välillä ei yleisesti ottaen ole eroja myöskään asenteiden kannalta.[89] Tästä poikkeuksen tekee kodin antama tuki opinnoille, jossa havaitaan hieman erikoinen kansallinen ilmiö: kotikieleltään ruotsinkielisistä perheistä tulleet opiskelijat kokevat saaneensa merkitsevästi ja merkittävästi *vähemmän* tukea kotoaan matematiikan opintoihin kuin suomenkielisista perheistä (tai muuta kuin suomea tai ruotsia puhuvista perheistä) tulleet opiskelijat (kuvio 4.49).[90] Ero ei synny siitä, että suomen- ja ruotsinkielisten vanhempien käsitys matematiikan merkityksestä oppiaineena olisi toisistaan poikkeava tai että vanhemmat pitäisivät menestymistä opinnoissa vähemmän tärkeänä. Sen sijaan ruotsinkielisissä perheissä – sekä ammatillisen koulutuksen- että lukio-opiskelijoiden käsitysten mukaan – kotona *arvostetaan koulutusta vähemmän* kuin suomenkielisissä perheissä. Ero on molemmissa aineistossa merkitsevä ja merkittävä.[91] Tämän suhteen

89 kaikki efektikoot $f < 0,07$ ja valtaosa merkitsevyyksistä $p > 0,05$

90 Tukeyn testi, suomi – ruotsi, $p < 0,001$ sekä lukio- että ammatillisen koulutuksen aineistossa

91 ANOVA, lukio, $F(3; 1298) = 45,80$, $p < 0,001$ $f = 0,33$
ammatillinen koulutus, $F(3; 730) = 26,72$, $p < 0,001$ $f = 0,35$

yksikielisesti ruotsinkieliset perheet poikkesivat lukioaineistossa myös kaksikielisistä perheistä ja myös niistä joiden kotikieli oli jokin muu kuin suomi tai ruotsi.[92] Läänien välillä ei ole eroa asian suhteen.



KUVIO 4.49. Kotikielen yhteys kokemukseen kodin antamasta tuesta opintoihin

Sillä, että opiskelija on osallistunut S2-opintoihin kouluhistoriansa aikana, ei ole vaikutusta matematiikan osaamisen tasoon toisen asteen lopussa. Sekä ammatillisen että lukiokoulutuksen aineistossa S2-opintoihin osallistunut opiskelijat kokivat saaneensa kotoaan merkitsevästi vähemmän tukea opintoihin kuin ne, jotka eivät osallistuneet S2-opintoihin.[93]

92 Tukeyn testi, lukio, vertailuissa ruotsi – suomi, ruotsi – jokin muu ja ruotsi – suomi ja ruotsi $p < 0{,}001$
ammatillinen koulutus, ruotsi – suomi, $p < 0{,}001$

93 ANOVA lukio $F(1, 1206) = 23{,}04$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}14$
ammatillinen $F(1, 651) = 28{,}50$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}21$

4.5 Vertaisryhmään liittyvät tekijät – koulukiusatuksi joutuminen voi heikentää tuloksia

Koulukiusaamisen ja sen potentiaalisen vaikutuksen logiikka on erilaista lukioissa kuin ammatillisissa oppilaitoksissa. Valtaosa niistä, joita kiusattiin useita kertoja viikossa 7.–9. luokilla (70 %), hakeutui ammatilliseen koulutukseen ja heidän osaamisensa oli erittäin heikkoa kaikissa edeltävissäkin ikäryhmissä. Jo koulun lähtövaiheessa heidän osaamisensa oli keskimääristä matalampaa.

Pienempi ryhmä niistä, joita kiusattiin useita kertoja viikossa 7.–9. luokilla (30 %), hakeutui lukioon. Heidän osaamisensa ei alun alkaenkaan poikennut niiden osaamisesta, joita ei kiusattu lainkaan koulu-uran aikana.

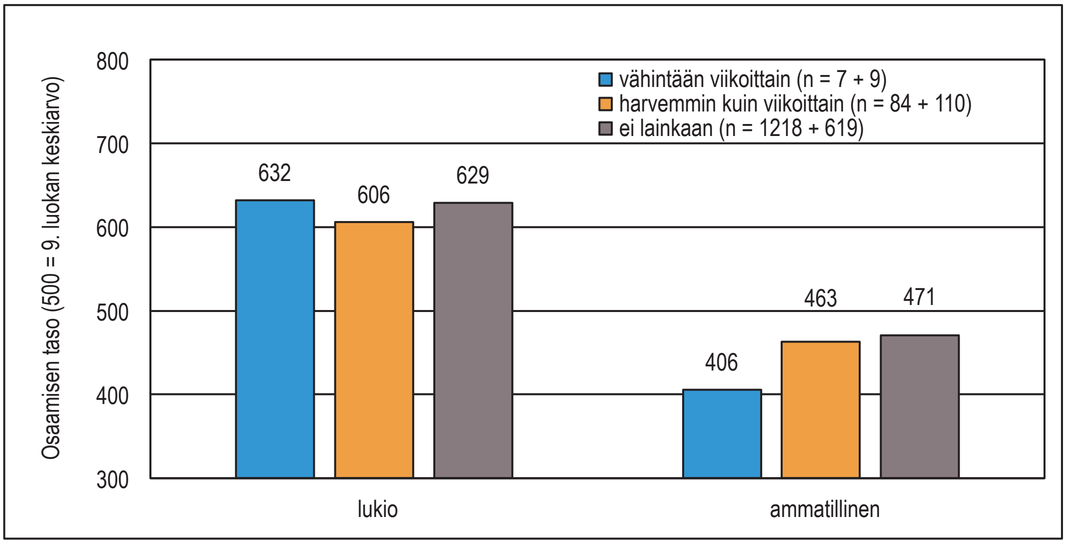
Osaamistakin enemmän kiusaaminen näyttää olevan yhteydessä matematiikkaa koskeviin asenteisiin. Toistuvaa kiusaamista osakseen saaneet opiskelijat kokivat sekä lukiossa että ammatillisessa koulutuksessa enemmän negatiivisia tuntemuksia ajatellessaan matematiikkaa ja vähemmän positiivisia tunnetiloja – joskin erot ovat pieniä.

Vertaisryhmään liittyviä seikkoja on OPH:n ja Karvin taustakyselyissä kartoitettu niukasti. 9. luokan aineistossa mukana oli kaksi tekijää: koulukiusaaminen ja luokan työrauha, joista toisen asteen lopussa kartoitettiin vain koulukiusaamista. Kysymys asetettiin seuraavasti: ”*Kuinka usein sinua on kiusattu koulussa 9. luokan aikana?*” ja vaihtoehdot olivat *useita kertoja viikossa*, *noin kerran viikossa*, *harvemmin* ja *ei lainkaan*. Aiemmin 6. ja 9. luokan aineiston yhteydessä jouduttiin toteamaan, että erityisen haitallista osaamisen muutokselle oli toistuva ja viikoittainen kiusaaminen (Metsämuuronen 2013b, 110). Tulos on samansuuntainen kuin esimerkiksi Monksin, Robinsonin ja Worlidgen (2012) huomio nettikiusaamisen yhteydestä oppimiseen alemmilla vuosiluokilla. Aineistossa oli noin yksi prosentti opiskelijoita, joita kiusattiin joko useita kertoja viikossa tai noin kerran viikossa. Nämä yhdistettiin luokaksi ”vähintään viikoittain”. Kiusaamisen perustetta ei kysytty – eikä sellaista aina löydykään – joten jää epäselväksi, millaisilla asioilla kiusaaja perustelee toimiaan lukiossa.

Näyttää ilmeiseltä, että kiusaamisen logiikka ja mahdolliset seuraukset on erilaista lukioissa kuin ammatillisissa oppilaitoksissa. Lukioissa kiusaamisen peruste ei ole missään tapauksessa se, että opiskelija olisi oppimistuloksiltaan heikko – ehkä jopa päinvastoin (kuvio 4.50). Toistuvasti kiusatut opiskelijat menestyvät matematiikassa yhtä hyvin kuin ne, joita ei kiusata lainkaan. Ammatillisessa koulutuksessa kiusatut opiskelijat ovat oppimistuloksiltaan matalammalla tasolla kuin ne, joita ei kiusata lainkaan – ero ei kuinkaan ole merkitsevä pienien opiskelijamäärien vuoksi.[94] Toisen asteen lopulla kiusaamisella ei siis ole merkittävää vaikutusta osaamista alentavana tekijänä.[95] Asia näyttäytyy hieman erilaisena kun sitä tarkastellaan pitkittäisaineiston näkökulmasta.

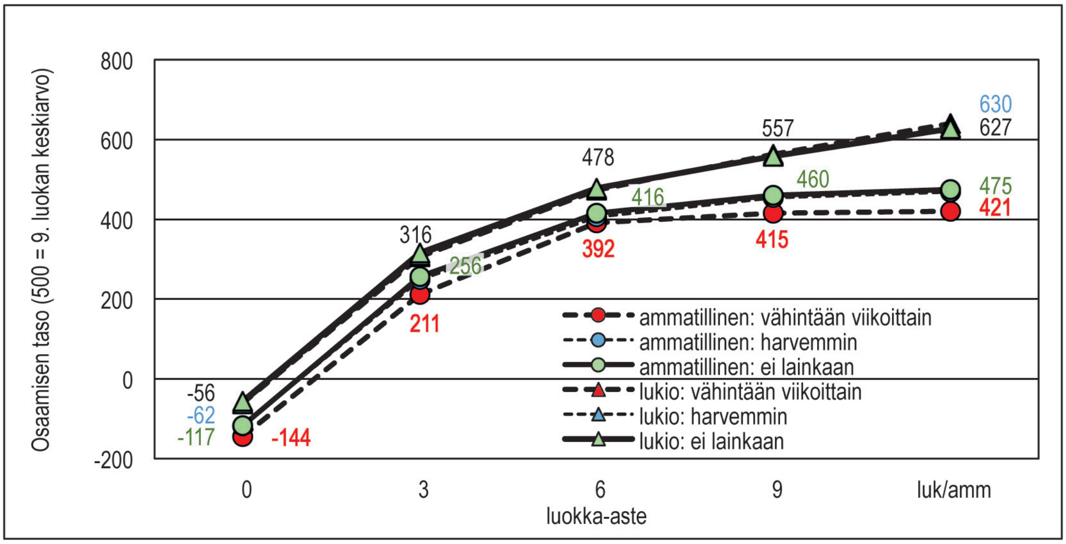
94 ANOVA, ammatillinen, $F(2; 735)$, $p = 0{,}164$, $f = 0{,}01$.

95 On hyvä kuitenkin huomata, että jos toistuvaa kiusaamista kokeneita olisi ollut enemmän ja ero ryhmien välillä olisi ollut samansuuruinen kuin nyt, ero olisi ollut tilastollisesti merkitsevä. Pienillä otosko'oilla keskiarvoon liittyy suuri virhearvion riski, mikä heijastuu tilastollisessa päättelyssä.



KUVIO 4.50. Kiusaamisen yhteys osaamiseen tasoon toisen asteen lopussa

Kun kiusaamiseen yhdistetään tieto kouluhistoriasta, saadaan tietää, että 7.–9. luokilla kiusatut opiskelijat jakaantuvat osaamisessa kahteen ryhmään. Valtaosa niistä, joita kiusattiin useita kertoja viikossa 7.–9. luokilla (70 %), hakeutuivat ammatilliseen koulutukseen ja heidän osaamisensa oli erittäin heikkoa kaikissa edeltävissäkin ikäryhmissä (kuvio 4.51). Jo lähtövaiheessa nollaluokalla ja 3. luokan alussa heidän osaamisensa oli selvästi keskimääristä matalampaa. Olisiko syynä kiusaamiseen juuri ollut se, että he olivat muita heikompia? Jo 9. luokalla näiden opiskelijoiden osaamisen taso niihin nähden, joita ei koskaan kiusattu, oli 45 yksikköä pienempi ja ero kasvaa vielä toisen asteen opintojen aikana, 54 yksikköön. Tämä vastaa noin *kahden vuoden* eroa osaamisessa. Pienempi ryhmä niistä, joita kiusattiin useita kertoja viikossa 7. – 9. luokilla (30 %), hakeutui lukioon. Heidän osaamisensa ei poikennut lainkaan niiden osaamisesta, joita ei kiusattu lainkaan edeltävilläkään ikäluokilla. Jo koulun alkuvaiheessa näiden opiskelijoiden osaaminen oli huippuluokkaa. Olisiko syynä kiusaamiseen juuri ollut se, että he olivat muita parempia?



KUVIO 4.51. Kiusaamisen yhteys osaamiseen tasoon eri ikäluokilla

4.6 Opettajaan ja opettamiseen liittyvät tekijät – tuntitoimilla on vaikutusta matematiikan osaamiseen

Keskeinen osaamista selittävä pedagoginen tekijä sekä ammatillisessa- että lukiokoulutuksessa on se, kuinka usein opiskelijat kokevat opiskeltavien asioiden tulevan selväksi. On epäselvää, johtuuko osaamattomuus siitä, että asiat eivät tule selviksi, vai eivätkö asiat tule selviksi, koska osaamisen taso on matalampi kuin muilla. Näyttää siltä, että parhaiden opiskelijoiden ryhmässä opettajajohtoisesti saadaan parhaita tuloksia, kun siihen yhdistyy mielekäs eriyttäminen taitotason mukaisesti ja saatujen tulosten mielekkyyden arvioiminen.

Osaamisen muutosta ei juuri voida selittää opettajan pedagogisiin ratkaisuihin liittyvillä tekijöillä. Valtaosa osaamisen muutoksesta toisen asteen koulutuksen aikana näyttää selittyvän muilla kuin opettajan pedagogisilla ratkaisuilla.

Sekä lukion pitkän matematiikan valinneilla että ammatillisen koulutuksen opiskelijoilla osaaminen kasvaa 9. luokan tulokseen nähden toisen asteen aikana, mikäli oppimista on eriytetty taitotason mukaisesti. Ammatillisen koulutuksen opiskelijoiden osalta tulkinta ei tosin ole yksiselitteistä; emme tiedä onko eriyttäminen seurausta siitä, että osa opiskelijoista on matematiikan osaamiseltaan niin hyviä, että ei ole mielekästä pitää heitä normaaliopetuksessa vaan antaa heidän edetä omassa tahdissaan. Tällöin eriyttäminen ei selitä osaamista vaan päinvastoin. Vertaamalla opiskelijoiden yksilötuloksia ja lukioiden ja ammatillisen koulutuksen järjestäjien keskituloksia näyttää siltä, että eriyttäminen laaja-alaisena ja totaalisena pedagogisena ratkaisuna ei tuota parempia tuloksia, mutta yksittäisten, parempia tuloksia saavien opiskelijoiden rohkaiseminen oman tasoisten tehtävien tekemiseen näyttää saavan aikaan parempia tuloksia kuin ilman eriyttämistä.

Opettajien pitkä koulutus ja ammattitaito on nähty eräinä keskeisinä PISA-menestyksen selittävinä tekijöinä (mm. Kansanen, 2003; Niemi, 2011; 2010; Niemi & Jakku-Sihvonen, 2011; 2006; Sahlberg, 2011a; 2011b; Schleicher, 2011).[96] Joka tapauksessa kansainvälisten arvioiden perusteella on ilmeistä, että suomalainen koulutusjärjestelmä on verrattain vaikuttava ainakin, kun sitä arvioidaan arkielämässä tarvittavien taitojen näkökulmasta.[97] Eräs keskeinen opettajaan liittyvä muuttuja on opettajan käyttämät pedagogiset ratkaisut, jotka näkyvät tuntitoimina. Tuntitoimilla *saattaa* olla vaikutusta siihen, millaisiin oppimistuloksiin opiskelijat päätyvät. Varmaa se ei ole, sillä parhaat opiskelijat löytävät oman väylänsä oppia asioita opettajasta riippumatta ja motivoitumattomien opiskelijoiden osaamista on vaikea lisätä pelkillä tuntitoimilla. Aiemmat tulokset perusopetuksen äidinkielen aineiston parissa viittaavat siihen, että oppilaiden osaamisen taso vaikuttaa siihen,

96 Luonnollisesti syyt korkean osaamisen tasoon ovat moninaiset. Muita syitä hyvään menestykseen on etsitty muun muassa suomalaisen koulujärjestelmän erityisyydestä (mm. Aho, Pitkänen & Sahlberg, 2006; Laukkanen, 2008; Raivola, 2006; Sahlberg, 2007; 2006; Simola, 2005; Välijärvi, 2004; Välijärvi ym., 2007), pitkäjänteisestä ja tulevaisuusorientoituneesta johtamisesta koulutuksen alueella (mm. Aho, Pitkänen & Sahlberg, 2006, 126–133; Laukkanen, 2008; Metsämuuronen, Kousa & Laukkanen, 2013; Sahlberg, 2007; Simola, 2005; Välijärvi, 2004). Jotkut tutkijat ovat huomauttaneet, että syitä tulisi etsiä muista kompleksisista ympäristötekijöistä (mm. Lavonen & Laaksonen, 2009; Niemi, 2012; Niemi, Toom & Kallioniemi, 2012; Reinikainen, 2012; Sulkunen ym., 2010). Yleinen ja yhtenäisen korkea koulutustaso Suomessa on johtanut ajatuksia siihen suuntaan, että kansainvälisissä vertailuissa mukana on ollut ensimmäiset sukupolvet, jotka ovat voineet saada perusopetuksen loppuun asti kotoa tukea opintoihinsa (Metsämuuronen, Kousa & Laukkanen, 2013).

97 Osaamisen tasosta ks. mm. Hautamäki ym., 2008; OECD, 2010a; 2010b; 2007; 2003; 2001. Vaikuttavuudesta ja sen yhteydestä pieneen oppilaitosten väliseen vaihteluun, keskinkertaisiin kuluihin ja tasa-arvoisuuteen ks. esimerkiksi Alfonso & St. Aybun, 2006; Clements, 2002; OECD, 2005, 10–12; Schleicher, 2006; SCP, 2004; Sutherland ym., 2007.

millaisia menetelmiä halutaan ja voidaan käyttää; jos oppilaiden taso oli matala, opettajajohtoiset menettelyt tuottivat parempia tuloksia kuin opiskelijalähtöiset menetelmät, joita voitaisiin kuvailla konstruktivistisiksi opetusmenetelmiksi (Metsämuuronen 2006c, 42). Myös aiemmassa matematiikan pitkittäisarvioinnissa havaittiin, että taidoiltaan alemmalle tasolle jääneiden oppilaiden opetus oli konkreettista ja havainnollista, ehkä nykykatsannon mukaan opettajakeskeistä, millä oli positiivisia vaikutuksia myös pidemmälle edistyneempien oppilaiden tulevaan opintomenestykseen (Metsämuuronen 2010, 123). Aiemmin 9. luokan aineiston yhteydessä havaittiin, että keskeinen osaamisen muutosta selittävä tekijä oli se, että luokilla 7–9 matematiikan tunneilla kukin ratkaisi itselleen sopivia tehtäviä, toisin sanoen se, että opettaja oli kyennyt mielekkäästi eriyttämään oppilaansa kykyjä vastaaviin, henkilökohtaisiin, tehtäviin. Muita, regressioanalyysin avulla löydettyjä, muutosta selittäviä työtapoja olivat se, että oppilaat neuvoivat toisiaan, matematiikkaa sovellettiin arkielämän tilanteisiin, ja se, että oli yhteistä opetusta opettajan johdolla. (Metsämuuronen 2013b, 133–134.)

Pohdittaessa opettajan pedagogisia ratkaisuja ja niiden vaikutuksia osaamiseen toisen asteen opintojen aikana on hyvä pitää mielessä tulos 9. luokan aineistosta: eri *oppilaiden mielikuvat saman opettajan luokka-aktiviteeteista poikkeavat toisistaan*. Jokaisen muuttujan osalta jokaisessa koulussa joku oppilaista tunnisti havainneensa toimintaa lähes jokaisella tunnilla ja joku toinen ei koskaan (Metsämuuronen 2013b, 130). Keskimäärin oppilaiden muistumat samasta opettajasta lienevät kuitenkin lähellä totuutta. On lisäksi muistettava, että samankin opettajan työtavat vaihtelevat tunti- ja sisältökohtaisesti puhumattakaan siitä, että toisella asteella opiskelijoita on opettanut useita erilaisia opettajia. Kysymyssarja on esitetty opiskelijoille viimeisen opiskeluvuoden lopussa, ja mahdollisesti opiskelijoiden vastaukset heijastelevat viimeisimmän opettajan ja viimeisten kurssien työskentelytapoja.

Opettajaan ja opettamiseen liittyvistä tekijöistä tuntitoimia tarkastellaan luvussa 4.6.1, eriyttämistä pedagoigisena ratkaisuna luvussa 4.6.2 ja heikkojen oppijoiden roolia toisen asteen aikana luvussa 4.6.3.

4.6.1 Tuntitoimet selittävät osaamisen tasoa, mutta eivät osaamisen muutosta

Toisin kuin yleensä kansallisen oppimistulosarvioinnin tiedonkeruissa, tämän arvioinnin tiedonkeruun yhteydessä ei opettajilta eikä rehtoreilta koottu tausta-aineistoa. Tietoa tunneilla tapahtuneista aktiviteeteista koottiin opiskelijoilta 18-osioisella kysymyssarjalla yhteisellä otsikolla *"Opinnoissani matematiikan tunneilla [- -]"*, jota käytettiin myös 9. luokan mittauksen yhteydessä. Erilaisten tuntitoimien toistuvuutta arvioitiin viisiportaisesti: *ei lainkaan* (1), *harvoin* (2), *joskus* (3), *usein* (4) ja *lähes aina* (5). Lukioissa muuttujia tarkastellaan erikseen ryhmissä, joissa valmistauduttiin matematiikan pitkän oppimäärän ylioppilaskoekirjoituksiin (12 kurssia tai enemmän), lyhyen oppimäärän ylioppilaskirjoituksiin (7–11 kurssia) ja niissä, joissa tyydyttiin minimimäärään matematiikan opintoja (6 kurssia tai vähemmän) – kurssimääriä ja syntyneitä rajoja perusteltiin tarkemmin luvussa 4.3.1. Ammatillisen koulutuksen aineistoa käsitellään kokonaisuutena. Muuttujat keskiarvoineen on koottu taulukkoon 4.18 keskimääräisen toistuvuuden mukaiseen järjestykseen. Useimmiten toisen asteen opinnoissa *on yhteistä opetusta opettajan johdolla*, jota sekä lukio- että ammatillisen koulutuksen opiskelijoiden yleisen käsityksen mukaan oli usein (keskiarvo 4,2). Lukion kursseilla – erityisesti pitkän matematiikan kursseilla – opettajajohtoista opetusta on usein tai lähes aina (4,3–4,5). Lähes yhtä usein opiskelijat neuvoivat toisiaan (keskimäärin 4,0). Listan pedagogisista ratkaisuista vähiten usein toteutettiin *projektitöitä* (1,6) – hieman enemmän ammatillisessa koulutuksessa (2,0 – ”harvoin”) kuin lukiossa (1,3–1,5 – ”ei juuri lainkaan”).

TAULUKKO 4.18. Pedagogisten ratkaisujen toistuvuus toisen asteen koulutuksessa

		lukiokurssien määrä[1]			
Muuttuja	amma-tillinen	<7	7–11	12+	yht.
k37 on yhteistä opetusta opettajan johdolla.	3,9[2]	4,3	4,4	4,5	4,2
k41 opiskelijat neuvovat toisiaan	3,8	3,9	4,1	4,2	4,0
k53 opiskeltavat asiat tulevat selväksi	3,4	3,0	3,6	3,9	3,6
k46 pidetään testejä ja kokeita	3,5	3,5	3,5	3,4	3,5
k36 opettaja ottaa huomioon opetukseen liittyvät opiskelijoiden ideat ja toiveet	3,2	3,2	3,5	3,8	3,5
k42 kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä	3,2	3,3	3,5	3,7	3,4
k48 pohditaan onko tehtävän vastaus järkevä	3,4	3,3	3,3	3,5	3,4
k47 opiskelijat selittävät muille, miten ovat tehtävänsä ratkaisseet	3,3	3,2	3,3	3,4	3,3
k52 opiskelijat etenevät omassa tahdissaan	3,4	3,2	3,2	3,2	3,3
k50 annetut kotitehtävät olen tehnyt sovitulla tavalla	3,3	3,0	3,2	3,3	3,2
k38 opiskellaan ryhmissä tai pareittain	3,0	2,5	2,7	2,7	2,8
k44 sovelletaan matematiikan taitoja arkielämän tilanteisiin	3,0	2,5	2,6	2,4	2,7
k51 opetus on sidottu käytännön tilanteisiin	3,0	2,5	2,5	2,3	2,6
k49 opiskelijat asettavat itselle tavoitteita ja arvioivat edistymistään	2,7	2,4	2,5	2,7	2,6
k45 harjoitellaan päässälaskuja	2,8	2,3	2,1	2,1	2,4
k39 opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä	2,4	1,8	1,7	1,6	2,0
k40 opiskelijat käyttävät tietokonetta	2,5	1,6	1,7	1,6	2,0
k43 tehdään projektitöitä	2,0	1,5	1,4	1,3	1,6

1) lukion pitkän matematiikan ylioppilaskokeen kirjoittaneet suorittivat useimmiten 12 kurssia tai enemmän, lyhyen matematiikan ylioppilaskokeen kirjoittaneet suorittivat useimmiten 7–11 kurssia ja ne jotka eivät kirjoittaneet lainkaan matematiikkaa ylioppilas-kokeessa, suorittivat useimmiten 6 kurssia tai vähemmän
2) asteikko ”ei lainkaan” (1), ”harvoin” (2), ”joskus” (3), ”usein” (4) ja ”lähes aina” (5)

Taulukon 4.18 perusteella näyttää siltä, että toisen asteen koulutuksessa matematiikan opetuksen pedagogisia ratkaisuja luonnehtii ”opettajakeskeisyys opiskelijalähtöisesti”: useimmiten asioita opitaan opettajan johdolla (4,2), ja usein osaamista myös testataan (3,5). Tällä varmaankin pyritään siihen, että opiskeltavat asiat tulevat selviksi (3,6). Toisaalta opettaja ottaa huomioon opetukseen liittyvät opiskelijoiden ideat ja toiveet (3,5) tai opiskelijat neuvovat toisiaan (4,0) ja ratkaisevat itselleen sopivan vaikeita tehtäviä (3,4).

Hyvin menestyneille opiskelijoille opetettavat asiat tulevat selviksi

Muuttujien analysointi jatketaan kahdella tavalla: yhtäältä DTA:n avulla, jolloin saadaan aikaan hierarkkisia malleja muuttujien vaikutuksista, ja toisaalta regressioanalyysilla, jolla saadaan selville yhtäaikaisia vaikutuksia. Keskeisenä kysymyksenä on: kuinka opettajan pedagogiset ratkaisut selittävät osaamista toisen asteen koulutuksen lopulla?

Sekä DTA:n että regressioanalyysin näkökulmasta keskeinen osaamista selittävä tekijä niin ammatillisessa- kuin lukiokoulutuksessa on se, *kuinka usein opiskelijat kokevat opiskeltavien asioiden tulevan selväksi*.[98] Muuttuja erottelee osaamisen kaikissa kurssimäärää kuvaavissa luokissa ja ammatillisessa koulutuksessa. Kaikissa ryhmissä heikoimmin menestyneillä opiskelijoille näyttää jäävän useammin epäselvyyttä asioita opittaessa. Erot ääriryhmien välillä ovat merkitseviä, ja osin merkittäviäkin.[99] Ero on merkittävän suurta ($f = 0{,}30$) erityisesti lukioissa vain pakolliset kurssit suorittaneiden lyhyen oppimäärän ryhmässä: kun opiskeltavat asiat olivat tulleet selviksi *usein* tai *lähes aina*, osaaminen oli merkittävästi korkeammalla tasolla (549) kuin jos asiat tulivat selviksi *vain joskus*, *harvoin* tai *ei lainkaan* (501). Ero oli merkittävän suurta ($f = 0{,}25$) lukiossa myös 12 kurssia tai tätä enemmän suorittaneiden opiskelijoiden ryhmässä: *lähes aina* asioiden tultua selviksi, osaaminen on selvästi parempaa (743) kuin silloin jos asiat tulivat selviksi vain *joskus*, *harvoin* tai *ei lainkaan* (667). Muuttuja on enemmän tai vähemmän ilmeinen selittäjä osaamisen eroille. On epäselvää, johtuuko osaamattomuus siitä, että asiat eivät tule selviksi, vai eivätkö asiat tule selviksi, koska osaamisen taso on matalampi kuin muilla.

Osaamisen ääripäissä hyvin suoriutuvat opiskelijat tekevät itselleen sopivan vaikeita tehtäviä

Kun edellä kuvattu ilmeinen muuttuja ("opiskeltavat asiat tulevat selväksi ") otetaan mallista pois, eri pedagogiset menettelyt tuovat DTA:n avulla eroja vain ammatillisen koulutuksen aineistossa ja ryhmässä, joka suoritti lukiossa matematiikkaa 12 kurssia tai enemmän. Pedagogisilla ratkaisuilla ei siis ollut tilastollisesti merkitsevää roolia ryhmässä, joissa oli valittu minimimäärä lyhyen matematiikan kursseja (osaamisen taso 519) tai kun kursseja oli valittu 7–11 (591) (vrt. tuonnempana regressioanalyysin tulos, joka poikkeaa hieman tästä).

Ammatillisessa koulutuksessa korkeita pistemääriä havaittiin ryhmässä, jossa *kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä* usein tai lähes aina (498) ja jos tässä ryhmässä lisäksi *opettaja ottaa huomioon opetukseen liittyvät opiskelijoiden ideat ja toiveet* usein tai lähes aina (514). Jos tämän lisäksi opiskelijat *eivät käytä tietokonetta* – tai sitä käytetään harvoin – tulokset ovat ammatillisen koulutuksen aineistossa omaa luokkaansa (550) – jopa selvästi parempia kuin lukion minimikurssin suorittaneilla opiskelijoilla (519). Vastaavasti heikoimpia suorituksia syntyi ryhmässä, jossa *kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä* vain joskus, harvoin tai ei lainkaan (454) ja jossa on *yhteistä opetusta opettajan johdolla* vain joskus, harvoin tai ei lainkaan (428). Jos lisäksi opiskelija *ei juuri tehnyt*

98 Sekä Regressioanalyysissa että DTA:ssa tämä muuttuja nousee ensimmäiseksi, voimakkaimmin selittäväksi tekijäksi.

99 DTA, CHAID algoritmi, ANOVA,
ammatillinen koulutus $F(3; 680) = 19{,}74$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}17$
lukio, <7 kurssia $F(1; 152) = 13{,}24$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}30$
lukio, 7–11 kurssia $F(3; 587) = 10{,}70$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}14$
lukio, 12+ kurssia $F(3; 505) = 32{,}08$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}25$

annettuja kotitehtäviä tai teki niitä vain joskus, harvoin tai ei lainkaan, tulokset ovat erittäin matalia (413) – selvästi matalampia kuin 6. luokan keskitulos ammatilliseen koulutukseen menneiden ryhmässä (450). Ero ääriryhmien välillä ammatillisen koulutuksen sisällä on 122 yksikköä eli enemmän kuin 6. ja 9. luokan välinen ero oli keskimäärin.

Matematiikan pitkän oppimäärän opinnoissa korkeimpia pistemääriä saatiin DTA:n mukaan ryhmässä, jossa *testejä ja kokeita* pidettiin vain joskus, harvoin tai ei koskaan (715), erityisesti jos tässä ryhmässä *kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä* usein tai lähes aina (727). Tulokset olivat heikoimmillaan ryhmässä, jossa *testejä ja kokeita pidettiin* usein tai melkein aina (690) erityisesti, jos tässä ryhmässä ei koskaan *matematiikan taitoja sovelleta arkielämän tilanteisiin* (667). Heikoimmillaankin tulokset ovat selvästi parempia kuin muissa tarkastelussa olleissa lukioryhmissä.

Regressioanalyysin näkökulmasta – samoin kuin DTA:n – osaamista selittävät ovat erilaisia eri koulumuodoissa ja lukiossa eri kurssimääriä suorittaneilla opiskelijoilla (taulukko 4.19). Ammatillisessa koulutuksessa kuuden tekijän avulla voidaan erotella jossain määrin opiskelijoita toisistaan, joskin mallin selitysaste on melko alhainen – noin 8 %:n luokkaa ($R^2_{Adj} = 0{,}08$). Osaamisen taso on sitä korkeampi mitä useammin *kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä* (+14,7 yksikköä kullakin tasolla), opiskelija on *tehnyt annetut kotitehtävät sovitulla tavalla* (+9,4), *opettaja ottaa huomioon opetukseen liittyvät opiskelijoiden ideat ja toiveet* (+11,5) ja joissa *opiskelijat selittävät muille, miten ovat tehtävänsä ratkaisseet* (+12,6). Vastaavasti osaamisen taso on sitä matalampi mitä useammin *opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä* (−15,3) ja joissa useammin *pidetään testejä ja kokeita* (−10,2).

TAULUKKO 4.19. Pedagogististen ratkaisujen toistuvuus osaamisen selittäjänä (regressiomallinnus)

Muuttuja[1]	B[2]	keski-virhe	Beta[3]	t	p-arvo
ammatillinen R = 0,30, R^2 = 0,09, R^2_{Adj} = 0,08					
Vakio	388,5	23,15			
k42 kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä.	14,7	4,44	0,14	3,32	0,001
k50 annetut kotitehtävät olen tehnyt sovitulla tavalla.	9,4	3,55	0,11	2,66	0,008
k39 opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä.	-15,3	3,78	-0,16	-4,04	<0,001
k36 opettaja ottaa huomioon opetukseen liittyvät opiskelijoiden ideat ja toiveet.	11,5	4,56	0,11	2,51	0,012
k47 opiskelijat selittävät muille, miten ovat tehtävänsä ratkaisseet.	12,6	4,47	0,12	2,82	0,005
k46 pidetään testejä ja kokeita.	-10,2	4,88	-0,08	-2,09	0,038
lukio: <7 kurssia R = 0,35, R^2 = 0,12, R^2_{Adj} = 0,10					
Vakio	464,4	28,18			
k50 annetut kotitehtävät olen tehnyt sovitulla tavalla.	16,1	5,89	0,22	2,73	0,007
k39 opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä.	-21,5	8,11	-0,22	-2,65	0,009
k36 opettaja ottaa huomioon opetukseen liittyvät opiskelijoiden ideat ja toiveet.	14,1	6,20	0,19	2,28	0,024
lukio: 7–11 kurssia					
ei mallia					
lukio: 12 kurssia tai enemmän R = 0,30, R^2 = 0,09, R^2_{Adj} = 0,08					
Vakio	646,1	28,83			
k42 kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä.	12,0	3,97	0,14	3,02	0,003
k46 pidetään testejä ja kokeita.	-14,9	3,48	-0,19	-4,29	<0,001
k48 pohditaan onko tehtävän vastaus järkevä.	8,2	3,50	0,11	2,33	0,020
k37 on yhteistä opetusta opettajan johdolla.	12,3	4,84	0,11	2,54	0,011
k38 opiskellaan ryhmissä tai pareittain.	-7,1	3,01	-0,11	-2,37	0,018

1) Muuttujat ovat analyysin (Stepwise Regression) esittämässä järjestyksessä; ensin valittu muuttuja selittää muutosta parhaiten ja seuraavat muuttujat lisäävät mallin selitysastetta vähenevässä määrin. Kaikki muuttujat ovat tilastollisesti merkitseviä selittäjiä. Mukana mallissa ei ole muuttujaa k53 opiskeltavat asiat tulevat selväksi.
2) B eli regressiokerroin kertoo kuinka paljon osaamisen taso muuttuu (PISA-asteikolla mitattuna), kun muuttujan arvo lisääntyy yhdellä yksiköllä.
3) Beta (β) on regressiokerroin tilanteessa, jossa muuttujia haluttaisiin käsitellä standardipisteinä.

Kun opiskelija suoritti lukiossa vain minimimäärän kursseja matematiikan lyhyessä oppimäärässä, osaaminen oli sitä parempaa, mitä useammin opiskelija on *tehnyt annetut kotitehtävät sovitulla tavalla* (+16,1) ja mitä useammin *opettaja ottaa huomioon opetukseen liittyvät opiskelijoiden ideat ja toiveet* (+14.1). Samoin kuin ammatillisessa koulutuksessa myös lukion lyhyen matematiikan minimikurssimäärän suorittaneiden ryhmässä osaamisen taso on sitä matalampi, mitä useammin *opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä* (–21,5). Kolmen muuttujan mallin selitysaste on 10 prosentin luokkaa (R^2_{Adj} = 0,10). Näyttää siis siltä, että *ryhmissä, joissa osaaminen on heikointa, opiskelijoiden oman työn osuus kotitehtävien tunnollisen suorittamisena korostuu osaamista lisäävänä tekijänä* – samaan päätelmään tultiin myös viimeisimmässä matematiikan 9. luokan oppimistuloarvioinnissa (Julin & Rautopuro, 2016, 104–105). Vaikka periaatteessa käytännöllinen tekeminen mittaamisen ja rakentelemisen kautta voisi olla hyvä tapa opettaa heikkoja opiskelijoita, aineiston perusteella näyttää siltä, että tällä ei ole positiivinen vaikutus lopputulokseen – tai näitä sinällään hyviä menetelmiä joudutaan käyttämään ryhmissä, joissa osaaminen ei ole korkealla tasolla.

Parhaiden opiskelijoiden joukossa, jossa ehkä alun perinkin on totuttu tekemään töitä matematiikan opiskelun parissa enemmän kuin heikoimmin menestyneiden ryhmissä, osaamisen tasoa selittävät erilaiset tekijät kuin muissa ryhmissä. Viiden tekijän avulla voidaan jossain määrin erotella toisistaan opiskelijoita, jotka suorittivat 12 kurssia matematiikkaa tai enemmän, joskin tässäkin tapauksessa mallin selitysaste on melko alhainen – noin 8 %:n luokkaa (R^2_{Adj} = 0,08). Osaamisen taso on sitä korkeampi, mitä useammin *kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä* (+12,0 yksikköä kullakin useustasolla), mitä useammin oppitunneilla *pohditaan onko tehtävän vastaus järkevä* (+8,2) ja mitä useammin on *yhteistä opetusta opettajan johdolla* (+12,3). Vastaavasti osaamisen tasoa näyttävät laskevan se, mitä *useammin pidetään testejä ja kokeita* (−14,9) ja mitä useammin *opiskellaan ryhmissä tai pareittain* (−7,1).

Jakson alussa viitattiin aiempiin tuloksiin perusopetuksen ajalta ja todettiin, että *heikoimpien* oppilaiden joukossa opettajajohtoiset menettelyt tuottivat parempia tuloksia kuin konstruktivistisemmat menettelyt. Toisen asteen lopun aineiston perusteella näyttää siltä, että myös *ehdottomasti parhaiden opiskelijoiden joukossa opettajajohtoisesti saadaan parhaita tuloksia, kun siihen yhdistyy mielekäs eriyttäminen taitotason mukaisesti ja saatujen tulosten mielekkyyden arvioiminen*. Kaiken kaikkiaan regressioanalyysi tuo esiin melko lailla identtiset muuttujat hyvien oppimistulosten taustalla kuin saatiin jo 9. luokan aineistossa; 9. luokan aineistossa keskeinen osaamisen muutosta selittävä tekijä oli se, että kukin ratkaisi itselleen sopivia tehtäviä, se, että oppilaat neuvoivat toisiaan, matematiikkaa sovellettiin arkielämän tilanteisiin ja se, että oli yhteistä opetusta opettajan johdolla. (Metsämuuronen 2013b, 133–134.) Toisen asteen aineistossa ainoastaan matematiikan soveltaminen arkielämän tilanteisiin ei osoittaudu merkitseväksi selittäjäksi edes ammatillisen koulutuksen aineistossa.

Osaamisen muutosta selittävät muut tekijät kuin tuntitoimet

Edellä kuvattu osaamisen taso itsessään ei ehkä ole ilmiönä kovin kiinnostava, sillä osaamisen taso voidaan selittää helposti oppilaitokseen valikoitumisen perusteella. Onhan ymmärrettävää, että esimerkiksi matematiikkalukiossa opiskelleiden osaamisesta *tulee* muodostua parempaa kuin muissa lukioissa – tai tilanteessa, jossa yksittäisen lukion aineistossa painottuvat pitkän oppimäärän lukijat. Samoin jos ammatillisen koulutuksen tutkinnoissa painottuu matemaattinen osaaminen, tämä yksinään selittää osaamisen tason. Koulutuksellisen kannalta – koulutusjärjestelmän arvioinnin näkökulmasta – lopullista osaamisen tasoa kiinnostavampaa on se, *kuinka paljon osaaminen lisääntyy opintojen aikana*. Asiaa tarkastellaan tässä yksilöopiskelijan näkökulmasta ja luvussa 4.7.3 koulutuksen antajan näkökulmasta. Parhaimmillaan tietyt opettajan pedagogiset ratkaisut voisivat siis nostaa alun perin motivoitumattoman ja heikon opiskelijan osaamista radikaalisti. Sivistynyt arvaus on, että menetelmät voivat olla erilaisia lukion eri vaativuustasoilla ja ammatillisessa koulutuksessa. Näin ollen asiaa käsitellään erikseen kolmessa lukion kurssimäärien ryhmässä ja ammatillisessa koulutuksessa kuten edellä.

Taulukkoon 4.20 on koottu regressiomallissa esiin tulleet muuttujat ja niitä koskevat tunnusluvut.

TAULUKKO 4.20. Pedagogisten ratkaisujen toistuvuus osaamisen muutoksen selittäjänä (regressiomallinnus)

Muuttuja[1]	B[2]	keskivirhe	Beta[3]	t	p-arvo
ammatillinen R = 0,10, R^2 = 0,01					
vakio	-29,64	12,98			
k37 on yhteistä opetusta opettajan johdolla.	8,25	3,24	0,10	2,55	0,011
lukio: <7 kurssia R = 0,24, R^2 = 0,06					
vakio	-60,13	26,58			
k37 on yhteistä opetusta opettajan johdolla.	17,81	6,02	0,24	2,96	0,004
lukio: 7–11 kurssia R = 0,18, R^2 = 0,03, R^2_{adj} = 0,03					
vakio	40,07	10,64			
k50 annetut kotitehtävät olen tehnyt sovitulla tavalla.	9,83	2,56	0,16	3,84	<0,001
k45 harjoitellaan päässälaskuja.	-7,02	3,19	-0,09	-2,20	0,028
lukio: 12 kurssia tai enemmän R = 0,16, R^2 = 0,03					
vakio	49,35	10,13			
k50 annetut kotitehtävät olen tehnyt sovitulla tavalla.	10,58	2,89	0,17	3,67	<0,001

1) Muuttujat ovat analyysin (Stepwise Regression) esittämässä järjestyksessä
2) B eli regressiokerroin kertoo kuinka paljon osaamisen taso muuttuu, kun muuttujan arvo lisääntyy yhdellä yksiköllä.
3) Beta (β) on regressiokerroin tilanteessa, jossa muuttujia haluttaisiin käsitellä standardipisteinä.

Kun osaamista voitiin selittää monilla muuttujilla (ks. edellä taulukko 4.19), osaamisen muutosta ei juuri voida selittää opettajan pedagogisiin ratkaisuihin liittyvillä tekijöillä. Yleisesti ottaen vähän matematiikkaa opiskelleiden ryhmissä (ammatillisessa koulutuksessa ja lukion lyhyen matematiikan pakollisten kurssien suorittaneiden ryhmässä) opettajajohtoinen opetus näyttää tuovan parempia tuloksia kuin muut menetelmät: ammatillisessa koulutuksessa äärimmillään 41 yksikköä (= 5 x 8,25 yksikkö) ja lukion pakollisissa opinnoissa äärimmillään 89 yksikköä (= 5 x 17,81 yksikköä). Vastaavasti enemmän kursseja suorittaneiden ryhmissä (yli 6 kurssia lukiossa) opiskelijan oma aktiivisuus annettujen kotitehtävien tekemisessä selittää osaamisen muuttumista; äärimmillään ero ryhmien välillä on 49 yksikköä lyhyen matematiikan kirjoittaneiden ryhmässä ja 53 yksikköä pitkän matematiikan kirjoittaneiden ryhmässä. Mallien selitysasteet ovat matalia – 1–6 % luokkaa; *valtaosa osaamisen muutoksesta toisen asteen aikana näyttää selittyvän siis muilla kuin opettajan pedagogisilla ratkaisuilla*. Parempia selitysasteita saadaan, kun asiaa tarkastellaan järjestäjän näkökulmasta luvussa 4.7.3.

4.6.2 Eriyttäminen pedagogisena toimena on yhteydessä parempaan osaamiseen mutta ei osaamisen muuttumiseen

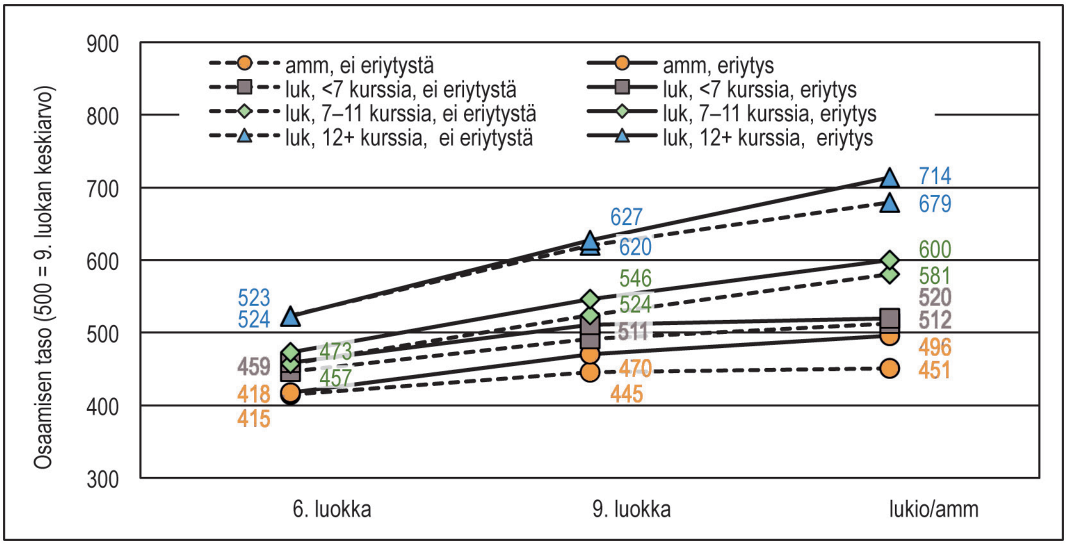
Teknisesti hallinnollinen eriyttäminen eri tasoryhmiin on vastoin opetussuunnitelman henkeä, mutta pedagogisena toimena – ainakin oppilaiden ja opiskelijoiden muistamana ja ehkä joissain kouluissa vain yksittäisiin opiskelijoihin kohdistuneenakin – eriyttämistä harrastetaan varsin usein. Kuudennella luokalla yksilöllinen eriyttäminen näyttää olleen jokseenkin harvinaista; 21 % oppilaista tuli kouluista, joissa opettajan mukaan matematiikan tunnilla lähes kaikki oppilaat saavat ratkaistavakseen eri tehtävät.[100] Yläluokkien aikana eriyttämisestä tulee pikemmin standardi; 71 % 9. luokan oppilaista ja 75 % toisen asteen opiskelijoista ilmoitti, että kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä usein tai lähes aina. Edellä taulukossa 4.19 havaittiin, että pedagoginen eriyttäminen selitti osaamisen tasoa merkitsevästi sekä lukion pitkän matematiikan ryhmässä että ammatillisessa koulutuksessa. Koko aineistossa toisen asteen lopussa ero ryhmän ”ei lainkaan” ja ”lähes aina” on merkittävä.[101]

Vaikka ilmiö näyttää selvältä, pedagoginen eriyttäminen näyttää olevan ensisijaisesti yksittäisen opiskelijan muistama ilmiö. Eriyttämisen vaikutukset eivät ole yksikäsitteisiä oppilaitoksen tai järjestäjän tasolla – tai ainakin tulokset ja tulkinnat poikkeavat toisistaan opiskelijan ja oppilaitoksen kannalta katsoen. Opiskelijan kannalta tarkastellen asia näyttäytyy kuvion 4.52a mukaisena. Kuviossa katkoviiva kuvaa niitä lukioita ja ammatillisen koulutuksen järjestäjiä, joissa opetusta ei eriytetty ja yhtenäinen viiva viittaa eriyttämiseen. Kuviosta saa käsityksen, että *jos eriyttäminen on ollut systemaattista (usein tai lähes aina), tulokset ovat merkitsevästi parempia ammatillisessa koulutuksessa ja lukion pitkän matematiikan suorittavilla opiskelijoilla*. Merkittävää on siis, että myös lähtötasoltaan heikkojen opiskelijoiden ryhmässä eriyttäminen on myönteisessä yhteydessä osaamiseen. Eriyttäen opiskeltaessa osaaminen on selvästi korkeampaa kaikissa ryhmissä lukuun ottamatta lukion ryhmää, jossa suoritettiin minimimäärä matematiikan kursseja. Ammatillisen koulutuksen ryhmässä ero on 74 yksikköä, lukiossa 7–11 kurssia suorittaneiden ryhmässä 40 yksikköä ja 12 kurssia tai enemmän suorittaneiden ryhmässä 33 yksikköä eriytetysti opetettujen hyväksi.

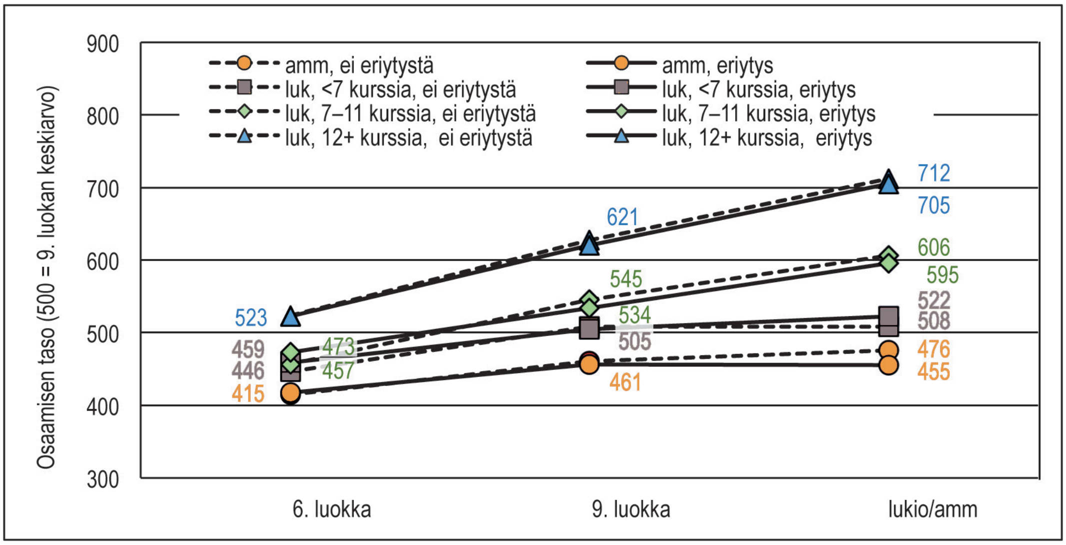
Tämä ei kuitenkaan ole koko totuus, kuten huomataan kun ilmiötä tarkastellaan oppilaitoksen näkökulmasta. Tulkinnan kannalta haasteellista on nimittäin erottaa se, kuinka hyvin yksittäisen opiskelijan muistama eriyttäminen on kohdistunut vain häneen itseensä (jolloin opiskelija voi rehellisesti sanoa, että eriyttämistä on tapahtunut usein tai aina), vai onko eriyttäminen ollut opettajan valitsema pedagoginen *yleinen* toimintatapa. Jos *monet* opiskelijat sanovat, että eriyttämistä on tapahtunut usein tai lähes aina, voidaan tulkita, että kyse on opettajan/oppilaitoksen/järjestäjän yleisestä eriyttämistendenssistä. Luokitellaan opettajat/oppilaitokset/järjestäjät eriyttäviin (useimpien opiskelijoiden mielestä eriytetään usein tai lähes aina) ja ei-eriyttäviin (useimpien opiskelijoiden mielestä eriytettiin joskus, harvoin tai ei koskaan). Kuvassa 4.52b havainnollistetaan tilannetta tästä näkökulmasta.

100 Kysymys asetettiin oleellisesti eri tavalla 6. luokan mittauksen yhteydessä kuin ylemmillä luokilla. Ensiksi asiaa kysyttiin vain opettajalta. Toiseksi alkuperäinen väite oli myöhemmille mittauksille käänteinen: *Matematiikan tunnilla lähes kaikki oppilaat saavat ratkaistavakseen samat tehtävät*, jota arvioitiin viisiportaisesti asteikolla Täysin eri mieltä – Täysin samaa mieltä. Tässä esitetty 21 % on niiden oppilaiden osuus, joiden kouluissa opettaja sanoi olevansa alkuperäisestä väitteestä täysin tai jokseenkin eri mieltä.

101 ANOVA, viisi ryhmää: ei lainkaan, harvoin, joskus, usein, lähes aina: F(4: 1914) = 29,96, $p < 0{,}001$; $f = 0{,}25$
ANOVA, kolme ryhmää DTA:n perusteella: ei lainkaan; harvoin tai joskus, usein tai lähes aina: F(2:1916) = 58,05, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}25$



KUVIO 4.52a. Pedagogisen eriyttämisen vaikutus osaamisen eriytymiseen opiskelijan näkökulmasta[102]



KUVIO 4.52b. Pedagogisen eriyttämisen vaikutus osaamisen eriytymiseen oppilaitoksen näkökulmasta[103]

102 Kuvasta on jätetty pois ne opiskelijat, joilla ei ollut asiasta mielipidettä tai joiden mielestä eriyttämistä oli ollut ”joskus” tai ”harvoin”. Ryhmään *ei eriytystä* laskettiin ne opiskelijat, joiden mukaan opiskelijat *eivät koskaan* tehneet oman tasoisia tehtäviä ja ryhmään *eriytys* laskettiin ne opiskelijat, joiden mukaan eriyttämistä tehtiin ”usein” tai ”lähes aina”. Keskiarvojen mielessä vain ryhmä ”ei koskaan” poikkeaa muista ryhmistä merkittävästi. Tässä kuvassa keskitytään eriyttämiseen yksilöopiskelijan näkökannalta.

103 Ylemmillä luokilla oli hyvin harvoja oppilaitoksia ja järjestäjiä, joissa ei olisi lainkaan harrastettu pedagogista eriyttämistä. Kuvassa ryhmään *ei eriytystä* laskettiin ne oppilaitokset/järjestäjät, joissa lähes kaikki opiskelijat ilmaisivat, että oppitunneilla *ei koskaan* tehty tai tehtiin vain *harvoin* tai *joskus* (keskiarvo 1,0–3,9) oman tasoisia tehtäviä. Ryhmään *eriytys* laskettiin ne oppilaitokset/järjestäjät, joissa lähes kaikki opiskelijat ilmaisivat, että oppitunneilla tehtiin oman tasoisia tehtäviä *usein* tai *lähes aina* (keskiarvo 4,0–5,0). 6. ja 9. luokalla mukana ovat kaikki oppilaat – kaikista kouluista oppilaita oli riittävästi analyysin tekemiseen. Toisen asteen lopun mittauspisteessä kuvaan on otettu mukaan vain ne oppilaitokset/järjestäjät, joista oli vähintään *viisi* vastaajaa.

Kuvion 4.52b:n perusteella näyttää siltä, että toisen asteen lopussa eriyttämistä käyttäneistä lukioista tulleet, 12 kurssia tai enemmän suorittaneet opiskelijat olivat keskimäärin 51 yksikköä *heikompia* kuin ne, jotka tulivat ei-eriyttäneistä lukioista. Ero vastaa *kahden vuoden* opintoja. Sama tendenssi nähdään myös ryhmässä, jossa suoritettiin 7–11 kurssia: ero on ei-eriyttäneiden hyväksi 19 yksikköä, mikä vastaa *yhden vuoden* opintoja. Poikkeuksen tekee lukion ryhmä, joka teki vain minimimäärän kursseja; tässä pienessä ryhmässä osaaminen on parempaa niissä lukioissa, jossa systemaattisesti eriytettiin useita opiskelijoita. Ero on 52 yksikköä niiden hyväksi, joissa eriytyistä oli tapahtunut systemaattisesti. Ammatillisessa koulutuksessa ei ryhmien välillä ole eroa.

Yhdistämällä kuvioiden 4.52a ja 4.52b tiedon, voidaan päätellä, että yksittäisen, hyvin menestyneen opiskelijan eriyttäminen on hyödyllistä. Toisaalta kaikkien opiskelijoiden eriyttäminen tekemään oman tasoisia tehtäviään ei näytä olevan hyödyllistä opiskelijan kehittymisen kannalta. Itse asiassa – lukuun ottamatta lukiossa matematiikan lyhyen oppimäärän ryhmää, jossa suoritettiin vain minimimäärä matematiikan kursseja – tulokset ovat kaikissa ryhmissä hieman parempia, mikäli eriyttämistä ei tapahdu. Eriyttäminen laaja-alaisena ja totaalisena pedagogisena ratkaisuna ei siis tuota parempia tuloksia, mutta yksittäisten opiskelijoiden rohkaiseminen oman tasoisten tehtävien tekemiseen näyttää saavan aikaan parempia tuloksia kuin ilman eriyttämistä.

Kuvion 4.52a perusteella havaitaan muutamia, yksittäisten opiskelijoiden eriyttämiseen liittyviä kiintoisia seikkoja. Ensiksi on huomionarvosta, että 6. luokan alkuun tultaessa – kun eriyttämistä ei juuri ole harrastettu vaan valtaosin kaikki oppilaat tekevät samoja tehtäviä – oppilaiden välillä ei ole suurta eroa. Myöhemmin lukion matematiikan pitkän oppimäärän valitsevat opiskelijat eroavat muista ryhmistä jo tässä vaiheessa kokonaisosaamisen korkean tason vuoksi. Samoin ammatilliseen koulutukseen menevät opiskelijat eroavat muista hieman heikomman osaamisen vuoksi, mutta muita oppilaita on vaikea erottaa toisistaan. Muut kuin matematiikan pitkän oppimäärän suorittajat ovat 6. luokan alussa kaikki vajaan 50 yksikön päässä toisistaan. Kuvion 4.52a perusteella näyttää siltä, että eriytymisen vaikutus alkaa pääsääntöisesti yläluokilla ja jatkuu toisen asteen opintojen aikana. Jo 9. luokan lopussa erot ryhmien välillä ovat 20–35 yksikön luokkaa sekä ammatilliseen koulutukseen että lukion lyhempien oppimäärien opiskelijoilla niiden hyväksi, jotka olivat eriytyneet tekemään oman tasoisia tehtäviä. Mielenkiintoinen poikkeus ovat ne opiskelijat, jotka myöhemmin tulivat valitsemaan lukion matematiikan pitkän oppimäärän opinnot: 9. luokan lopussa eriyttämisellä ei ole heihin mitään vaikutusta – ehkä he osaavat käytännössä kaiken sen, mitä pitääkin osata 9. luokan loppuun mennessä. Kyseessä saattaa olla heidän osaltaan siis kattoefektistä – ehkä opetussuunnitelman perusteet tai 9. luokkien käytänteet ei anna tälle ryhmälle mahdollisuuksia edetä aivan yhtä korkealle kuin he saattaisivat päästä.

Toiseksi on ilmeistä, että ne, joille matematiikka on vaikeaa – käytännössä monille myöhemmin ammatilliseen koulutukseen hakeutuneille – eriyttämisestä näyttää olevan hyötyä: ilman eriytystä osaamisen taso nousee 5. luokan lopun tasosta 30 yksikön verran mutta eriyttäen päästään yli 50 yksikön nousuun eli lähes yhtä vuotta vastaavaan nousuun. Huomataan erityisesti, että ammatillisen koulutuksen lopussa osaaminen on oleellisesti parempaa (496), kun opiskelijat ovat saaneet tehdä itselleen sopivan vaikeita tehtäviä verrattuna ryhmään, jossa vain harvoin oppilaat tekivät omaa taitotasoaan vastaavia tehtäviä (451).

Kolmanneksi näyttää siltä, että toisen asteen aikana eriyttämisellä on erityistä vaikutusta osaamisen ääripäissä. Sekä lukion pitkän matematiikan valinneilla että ammatillisen koulutuksen opiskelijoilla osaaminen kasvaa 9. luokan tulokseen nähden toisen asteen aikana, mikäli oppimista on eriytetty taitotason mukaisesti. Ammatillisen koulutuksen aineistossa tulkinta ei tosin ole yksiselitteistä: emme tiedä, onko eriyttäminen seurausta siitä, että osa opiskelijoista on matematiikan osaamiseltaan niin hyviä, että ei ole mielekästä pitää heitä normaaliopetuksessa vaan antaa heidän edetä omassa tahdissaan. Tällöin eriyttäminen ei selitä osaamista vaan päinvastoin.

Neljänneksi näyttää siltä, että lukion lyhempien kurssimuotojen ryhmissä (6 kurssia tai alle ja 7–11 kurssia) eriyttämisellä ei ole merkitystä. Erot ovat syntyneet jo 9. luokan loppuun mennessä eikä lukion aikana ero kasva.

4.6.3 Heikosti suoriutuvat oppijat eivät näytä hyötyvän aineenopettajasta

Edellä luvuissa 4.1.2 ja 4.4.1 esitettiin kuviot osaamisen muutoksesta eri ikäkausina. Tässä osuudessa käytävä keskustelu liittyy noiden kuvioiden pieneen yksityiskohtaan, johon ei paneuduttu em. kuvien yhteydessä.

Aineiston perusteella on ilmeistä, että *toisen asteen lopun suuret erot syntyvät itse asiassa jo perusopetuksen loppuun mennessä*. Lukion matematiikan pitkän oppimäärän valinneiden osaaminen on hyvin eriytynyttä jo 9. luokan lopussa ja ammatilliseen koulutukseen suuntautuvilla osaaminen ei juuri ole noussut 6. luokan alun jälkeen. Luvun 4.4.1 perusteella tiedetään, että erityisesti niiden ammatillisen koulutuksen opiskelijoiden, joiden vanhemmista kumpikaan ei ollut ylioppilas, matemaattinen kehitys käytännöllisesti katsoen pysähtyy 9. luokalla opittuihin asioihin. Aineistot osoittavat myös, että – lukuun ottamatta myöhemmin pitkän oppimäärän valitsevia opiskelijoita – 6. luokan alussa ei vielä pystytä ennustamaan opiskelijan opinpolkua; osaaminen on lähes identtistä lukioon ja ammatilliseen suuntautuvien opiskelijoiden ryhmissä. Tiedetään myös, että useimmissa kouluissa 6. luokan alkuun asti oppilaan opettajana on käytännössä toiminut luokanopettaja ja pääsääntöisesti tästä eteenpäin opetuksesta ottaa vastuun matematiikan aineenopettaja.

Kokonaan toinen ja tässä yhteydessä vastaamatta jäävä kysymys on se, voiko olla mahdollista, että liian varhainen eriyttäminen yläluokkien aikana *saisi aikaan* sen, että osalla oppilaista osaaminen jää matalaksi. Käytännössä nimittäin on riski, että aineenopettajajärjestelmään siirtymisen yhteydessä yläluokilla opettajan primääri kiinnostus saattaa siirtyä siihen, että lukioon menevien oppilaiden osaamisen taso saadaan vastaamaan lukiotasoa, ja tällöin heikoimpien, sittemmin ammatilliseen koulutukseen hakeutuvien oppilaiden matemaattisen osaamisen nostaminen voi olla toissijaista. Voiko siis käydä niin, että oppilaan viestiessä viimeistään 9. luokan loppupuolella, että matematiikan oppiminen ei juurikaan häntä kiinnosta, hänet jätetään enemmän tai vähemmän oman onnensa nojaan? Aineiston perusteella tähän pystytä vastaamaan, mutta mikäli näin käy, olisi ehkä hyvä keksiä ratkaisuja myös näiden oppilaiden motivaation nostamiseen – oman onnensa ja oman aktiivisuuden varaan jättäminen ei liene missään mielessä suotava ratkaisu.

Edellä mainitut tiedot yhdistämällä näyttää ilmeiseltä, että heikosti menestyvät opiskelijat, jotka eivät kotoakaan juuri saa tukea akateemiselle uralle, eivät näytä juurikaan hyötyvän aineopettajajärjestelmästä. Herää kysymys, olisiko vähemmillä matemaattisilla taidoilla varustettu, ja ehkä näin paremmin heikompien tai motivoitumattomien oppilaiden ongelmia ymmärtävä luokanopettaja saanut heikoimpien oppijoiden osaamisen nousemaan myös yläluokkien aikana?

Tulos herättää pohtimaan, olisiko hyödyllistä sekä heikoimmille että parhaimmille oppilaille, että luokanopettajan ja aineenopettajan työkenttää laajennetaan niin, että ne kulkevat pidempään limittäin? Kun pitäydytään opetussuunnitelman perusteiden mukaisissa opinnoissa – eikä parhaille oppijoille tarjota etukäteen ylemmillä luokilla opetettavia asioita – parhaiden oppilaiden eriyttäminen jo varhaisilla luokilla aineenopettajan opetettavaksi ei oletettavasti saa aikaan liian suurta repeämää oppilaiden osaamisessa ollakseen epätasa-arvoistavaa.

4.7 Oppilaitoksen ja koulutuksen järjestäjän osuus osaamisessa

Ammatillisessa koulutuksessa järjestäjien sisäinen vaihtelu on niin suurta, että järjestäjän toimet eivät selitä osaamista lainkaan – järjestäjän efekti on 0,5–1 %:n luokkaa. Lukioissa oppilaitoksen selitysosuus sekä osaamisesta että osaamisen muutoksesta on 8–9 %:n luokkaa – samaa luokka kuin perusopetuksessa. Oppilaitoksen/järjestäjän koko ei selitä osaamisen vaihtelua.

Keskeinen ero parhaita suorituksia ja heikoimpia suorituksia saaneissa lukioissa on se, tulevatko opiskeltavat asiat selviksi. Ammatillisessa koulutuksessa kuulumista parhaimpia suorituksia saaneisiin järjestäjiin selitti se, että harvemmin oppitunneilla opittiin mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä ja se, että useammin opiskelijat asettavat itselleen tavoitteita ja arvioivat edistymistään. Sekä lukioissa että ammatillisessa koulutuksessa heikoimpia suorituksia saaneilla kouluttajilla opetusmenetelmät ovat konkreettisia, käytännöllisiä, ja näin ehkä opiskelijoiden motivaation nostamista tavoittelevia. Samoin kuin lukioissa näyttää kuitenkin siltä, että kun näitä menetelmiä on käytetty/jouduttu käyttämään, osaaminen ei selvästikään saavuta samaa tasoa kuin parhaita tuloksia saavilla järjestäjillä. Emme tiedä olisivatko tulokset heikommin menestyneillä järjestäjillä olleet parempia tai heikompia muita menetelmiä käyttäen.

Osaamisen muutosta on vaikeampi selittää opettajan pedagogisilla ratkaisuilla kuin osaamisen tasoa. Lukion pitkän matematiikan ryhmissä yksikään pedagoginen ratkaisu ei näytä tuovan selvästi parempaa tulosta. Sen sijaan näyttää siltä, että lukioissa lisäarvoa voidaan osoittaa lyhyen matematiikan ryhmissä. Keskeinen selittäjä suurta muutosta aikaan saaville lukioille on se, että useammin pohditaan, onko tehtävän vastaus järkevä, että useammin on opittu mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä ja se, että opiskeltavat asiat tulevat useammin selviksi.

Parhaita ja heikoimpia tuloksia saaneiden oppilaitosten arvosanalinjat eivät kohtaa toisiaan. Parhaimpia tuloksia saavissa oppilaitoksissa vaaditaan selvästi enemmän osaamista samaan arvosanaan kuin heikoimpia tuloksia saaneissa oppilaitoksissa. Ilmiö on ilmeinen erityisesti lukioissa, mutta se havaitaan selvästi myös ammatillisessa koulutuksessa. Lukiokoulutuksessa heikoimmin suoriutuneiden oppilaitosten parhaita arvosanoja saaneet opiskelijat ovat heikompia kuin parhaita tuloksia saaneiden lukioiden heikoimpia arvosanoja saaneet opiskelijat. Erot arvosanaryhmien välillä ovat erittäin merkittäviä. Ero johtaa ilmeiseen epätasa-arvoon opiskelijoiden hakeutuessa jatko-opintoihin, kun lukion päättötodistusta käytetään osana hakuprosessia.

Lähtökohtana oppilaitos- ja järjestäjätason tarkastelulle toisen asteen lopussa on se, että perusopetusta koskevissa arvioinneissa koulua koskevat tiedot eivät juuri ole selittäneet osaamisen tasoa. Tämä johtuu suurelta osin kahdesta tekijästä: yhtäältä siitä, että Suomessa oppilaitosten väliset vaihtelut ovat yleisesti ottaen pieniä (ks. mm. Schleicher, 2006) ja toisaalta vallalla olevasta käytännöstä, että vanhemmat laittavat lapsensa lähikouluun. Viimeksi mainitusta seuraa se, että kaikissa kouluissa ja lähes kaikissa luokissa oppilaiden vaihtelu on suurta; samassa luokassa on todennäköisesti sekä arvosanojen 10 ja 5 saaneita oppilaita ja kaikkea tätä väliltä.[104] Näiden tekijöiden vuoksi perusopetuksessa koulujen ja opettajien selitysaste on arvioinneissa jäänyt varsin pieneksi, kun sitä arvioidaan kansainvälisestä perspektiivistä. Kuusela (2006, 85) raportoi vuotta 2006 edeltävien aineistojen pohjalta, että koulujen selitysaste oli 10–16 %. Myöhemmissä arvioinneissa – esimerkiksi aiemmassa matematiikan pitkittäisarvioinnissa (Metsämuuronen 2013b, 82) – koulu selitti oppilaiden osaamisen vaihtelusta 3. luokalla 12 prosenttia, 6. luokalla 8 prosenttia ja 9. luokalla 8 prosenttia. Luvut ovat erittäin pieniä, kun niitä vertaa kansainvälisiin tuloksiin, puhumattakaan esimerkiksi Nepalissa vastaavissa arvioinneissa saatuihin lukuihin; siellä koulun selitysosuus on lähes 70 % (Acharya, Metsämuuronen & Metsämuuronen, 2013, 291; Thapaliya & Metsämuuronen, 2013, 317). Hattien 800 meta-analyysin perusteella tehdyn meta-meta-arvion mukaan opettajan efekti olisi kansainvälisesti 30 % luokkaa (Hattie, 2003; 2016; Hattie, Masters, & Birch, 2015) – PISA-aineiston perusteella Freemanin ja Vierengon (2014) arvio Suomen kaltaisille OECD-maille on 20 %:n luokkaa.[105] Koulun selittävä vaikutus on siis Suomessa selvästi pienempi kuin muissa vertailumaissa.

Aineistossa ei ole montaa muuttujaa, joita koulutuksen tarjoajan tasolla olisi mielekästä tarkastella. Lisähaaste syntyy siitä, että ammatillisessa koulutuksessa koulutusta tarjoaa koulutuksen *järjestäjä* – yksittäinen oppilaitos ei ole kiinnostava, sillä eri oppilaitoksissa voidaan antaa hyvinkin erilaisia kombinaatiota tutkintoja eikä tällöin oppilaitosten vertailu ole mielekästä. Toisaalta lukiossa koulutuksen antajana on yksittäinen *oppilaitos* ja koulutuksen sisältö on kohtuullisen vakio lukuun ottamatta kurssien määriä. Lukujen 4.2.3 ja 4.2.4 perusteella tiedetään, että koulutuksen antajan *sijainnilla* näyttää olevan jossain määrin merkitystä sen kannalta, millaista matemaattista osaamista kehittyy. Tietyillä seutukunnilla sekä ammatillisessa että lukiokoulutuksessa saadaan aikaan maan parasta osaamista ja vastaavasti toisilla alueilla molempien suhteen saadaan heikointa osaamista. Huomattiin myös erikoisuus, että seutukuntien pääkaupungeissa saatiin syntymään hieman korkeampaa osaamista kuin reuna-alueilla.

Tässä luvussa tarkastellaan kolmea suoraan koulutuksen järjestäjään ja oppilaitokseen liittyvää tekijää: koulutuksen antajan selitysosuutta osaamisen vaihtelusta (luku 4.7.1), koulutuksen antajan koon merkitystä osaamiseen (luku 4.7.2) ja koulutuksen antajan opiskelijoiden keskimääräisen osaamistason merkitystä erilaisiin pedagogisiin valintoihin (luku 4.7.3). Seikkoja tarkastellaan sekä osaamisen että osaamisen muutoksen näkökulmasta: näkökulmana on erityisesti muutos toisen asteen koulutuksen aikana.

104 Tästä poikkeuksena ovat erikoisluokat – esimerkiksi musiikki-, kieli- ja matematiikkaluokat – jonne hakeutuvien oppilaiden taustat ja osaamisen tasot voivat olla hyvinkin samanlaisia. Hautamäki (2010) painottaa, että luokan tasoinen ryhmittely selittää osaamista selvästi paremmin kuin koulun tasoinen ryhmittely. Menetelmällinen haaste arvioida sekä koulun että luokan efektiä samanaikaisesti syntyy siitä, että yleensä kouluissa ei ole tarpeeksi luokkia, jotta koulun tason lisäksi luokkatasolle saataisiin aito normaalijakauma aikaan; Hox (1995), Kreft (1996); Maas & Hox (2005) ja Cheung & Au (2005) keskustelevat otoskoosta – 20–25 tapausta kullakin tasolla olisi riittävä varianssin takaamiseksi analyysin pohjaksi. Tämä ehkä selittää sen, että Hautamäen (2010) aineistossa koulun selitysaste painuu joissain tarkasteluissa mitättömäksi kun luokkataso otetaan huomioon. Luokan ja koulun vaihtelua on joskus vaikea erottaa toisistaan, vaikka luokkataso selittääkin osaamista paremmin kuin koulutaso.

105 Yleisesti ottaen Hattien vertailu on hankalaa koulun tai opettajan efektiin samassa mielessä kuin yleensä tarkoitetaan, koska Hattien luvut näyttävät perustuvan yksittäisten tekijöiden listaamiseen eikä kokonaisarvioon (vrt. Hattie, 2003 ja 2016). Hattien (2003) arvion mukaan oppilaan oma vaikutus on 50 %, opettajan 30 % ja loput 20 % jakautuvat koululle (5 %), rehtorille (5 %), kodille (5 %) ja vertaisryhmälle (5 %). Freemanin ja Vierengon (2014), PISA-aineistoon perustuvan vakuuttavan arvion mukaan koulun selitysaste riippuu oleellisesti siitä, valitaanko oppilaat jo varhain osaamisen mukaisiin ryhmiin vai ei. OECD-maissa, joissa eriytyminen jo varhaisina kouluvuosina on selvää, koulun efekti on 44 %:n luokkaa ja järjestelmissä, joissa ei eriyttämistä tapahdu – kuten Suomessa – koulun efekti on 20 %:n luokkaa. Kansallisten (ja kansainvälistenkin) aineistojen perusteella Suomessa arvot ovat karkeasti arvioiden noin puolet tästä. Koulujen sisällä vaihtelu on siis suurta verrattuna koulujen väliseen vaihteluun.

4.7.1 Oppilaitos ja järjestäjä selittävät vain vähän opiskelijoiden vaihtelusta

Aiempien luokkien analyysin perusteella tiedetään perusopetuksesta, että suomenkielisessä aineistossa koulutuksen järjestäjä selitti osaamisen *muutoksesta* 3–12 % riippuen kuntatyypistä; kaupunki- ja taajamamaisten järjestäjien ryhmässä selitysaste on 3 prosentin luokkaa (Metsämuuronen, 2013b, 84–85). Vastaavasti *osaamisesta* järjestäjä selitti suomenkielisessä aineistossa 6 % ja ruotsinkielisessä aineistossa 14 %. Tässä arvioinnissa koulutuksen antajan selitysosuus matematiikan *osaamisen* vaihtelusta toisen asteen lopulla on lukioissa 8 % ja ammatillisessa koulutuksessa 1 %[106], kun huomioidaan vain ne koulutuksen antajat, joista opiskelijoita tuli aineistoon yli 10 (n = 66, 29 % koulutuksen antajista).[107] Vastaavasti osaamisen *muutosta* toisen asteen koulutuksen aikana pystytään selittämään koulutuksen antajan avulla lukiokoulutuksessa 9 % ja ammatillisessa koulutuksessa 0,5 %.[108]

Se, että koulutuksen antajan toimet ei juuri selitä matemaattista osaamista ammatillisessa koulutuksessa, on ymmärrettävää, sillä opiskelijoiden määrät ovat suuria ja opiskelijoiden osaamisen tasot koulutuksen järjestäjien sisällä ovat liian heterogeenisia, jotta mitään systemaattista eroa kouluttajien välille syntyisi. Lukiokoulutuksessa yksiköt ovat selvästi pienempiä ja näin potentiaalisia erojakin voidaan havaita. Kaikkiaan koulutuksen järjestäjän – ja lukiokoulutuksessa erityisesti oppilaitoksen – efektit ovat hyvin matalia toisen asteen lopulla. Tiedetään siis, että oppilaitosten ja kouluttajien välillä ei lähtökohtaisesti ole suuria eroja ja että yli 90 % opiskelijoiden osaamisen vaihtelusta selittyi *muilla* kuin kouluun liittyvillä systemaattisilla tekijöillä.

4.7.2 Lukion ja ammatillisen koulutuksen järjestäjän koko ei selitä osaamisen eroja

Koulutuksen antajan koko[109] ei osoittaudu merkittäväksi selittäjäksi *osaamisen* erojen välillä toisen asteen lopulla; erot ovat kokonaisuutena arvioiden pieniä sekä ammatillisessa että lukiokoulutuksessa.[110] Ero on merkitsevä lukiokoulutuksessa, mutta ero matalinta osaamista osoittavan kvartiilin

106 Monitasomallitus, REML-estimointi, sisäkorrelaatio ρ = 0,084 (lukio) ja ρ = 0,009 (ammatillinen koulutus)

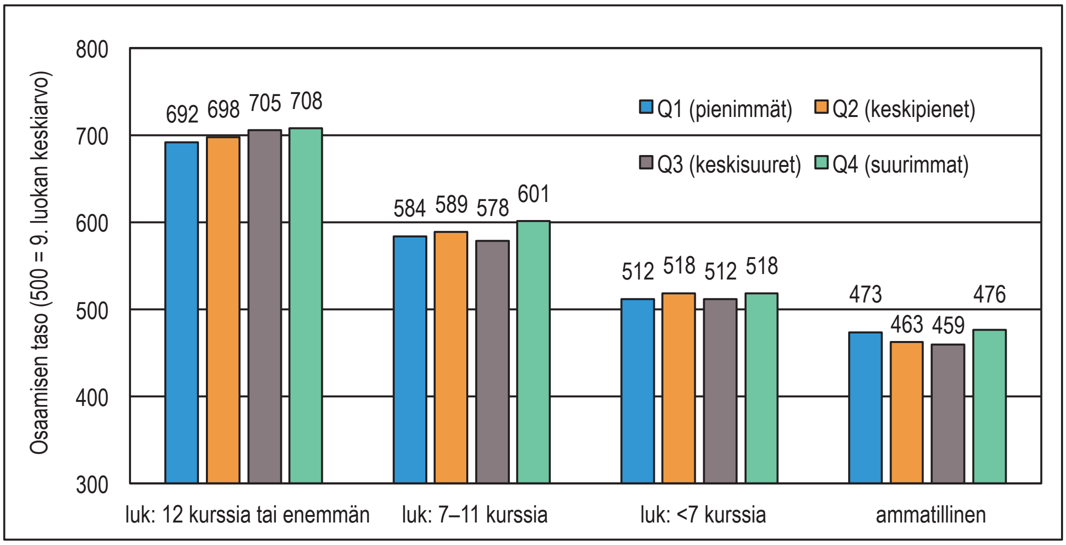
107 Koulun selitysaste riippuu siitä, kuinka pienet koulut mukaan otetaan. Jos otetaan mukaan oppilaitokset/järjestäjät, joissa opiskelijoita oli yli 5 (n = 171), selitysaste on lukioissa 10 % ja ammatillisessa koulutuksessa 1 %. Monitasomallituksessa edellytyksenä on, että sekä oppilaitoksia on riittävästi että oppilaitosten sisällä opiskelijoita on riittävästi, että mallituksesta tulisi mielekäs. Aineistossa on mukana paljon oppilaitoksia/järjestäjiä, joista opiskelijoita tuli 5 tai vähemmän (n = 63). Näissä monitasomallitus ei ole mielekästä. Edellä keskusteltiin siitä, että Hox (1995), Kreft (1996), Maas & Hox (2005) ja Cheung & Au (2005) esittävät, että 20–25 opiskelijaa olisi ollut optimaalinen analyysiin.

108 Monitasomallitus, REML-estimointi, sisäkorrelaatio ρ = 0,093 (lukio) ja ρ = 0,005 (ammatillinen koulutus)

109 Tässä oppilaitoksen/järjestäjän kokoa käsitellään olemassa olevan aineiston pohjalta – ei aktuaalisen koon perusteella. Lukion koko luokitellaan ylioppilastutkintolautakunnasta saadun tiedon perusteella siitä, kuinka moni opiskelijoista kirjoitti ylioppilaskokeen – joko lyhyen tai pitkän. Ammatillisen koulutuksen aineistossa määränä käytetään tietoa siitä, kuinka moni opiskelija olisi voitu tavoittaa järjestäjältä. DTA löytää lukioiden opiskelijamäärän perusteella jakokohdan ”83 ylioppilaskokeen kirjoittanutta opiskelijaa”, jota pienemmissä lukioissa tuli hieman heikompia tuloksia kokeessa (615) kuin tätä suuremmissa lukioissa (635). Lopullista analyysia varten oppilaitokset/järjestäjät jaoteltiin oppilaitoksen/järjestäjän koon perusteella ensin kvartiileihin (Q1–Q4) niin, että kuhunkin koko-kvartiiliin kuuluu suurin piirtein yhtä monta oppilaitosta/järjestäjää. Kvartiilit muodostettiin erikseen ammatillista- ja lukiokoulutusta antavista oppilaitoksista/järjestäjistä. Toisessa vaiheessa tämä tieto yhdistettiin opiskelija-aineistoon ja näin kuhunkin kvartiiliin kuuluu oleellisesti eri määrä opiskelijoita – pienistä kouluista vähän ja suurista oppilaitoksista paljon. Tuonnempana luvussa 4.7.3 kvartiilit muodostettiin osaamisen ja osaamisen muutoksen perusteella.

110 ANOVA, lukio kokonaisuutena, $F(3; 1259) = 3{,}59$, $p = 0{,}013$, $f = 0{,}08$; ammatillinen koulutus, $F(3; 735) = 1{,}41$, $p = 0{,}24$, $f = 0{,}08$

(Q2[111], 611) ja korkeinta osaamista osoittavan kvartiilin (Q4, 635) välillä ei ole merkittävän suuri. Kun asiaa tarkastellaan lukiossa erikseen eri kurssivaihtoehtojen näkökulmasta (kuvio 4.53), vähäinenkin tilastollinen ero häviää.[112] Näyttää siis siltä, että kokonaisuutena lukioaineiston tarkastelussa merkitsevyys syntyy siitä, että joissain lukioissa aineistoon on tullut enemmän lukion matematiikan pitkän oppimäärän lukijoita kuin joissain toisissa lukioissa. Ammatillisessa koulutuksessa ero ei alun perinkään ole merkitsevä, mikä seurannee siitä, että opiskelijoita on melko vähän alempiin kokokvartiileihin kuuluvissa ryhmissä (n_{Q1} = 22 ja n_{Q2} = 96) verrattuna ylempiin kvartiileihin (n_{Q3} = 241 ja n_{Q4} = 737).



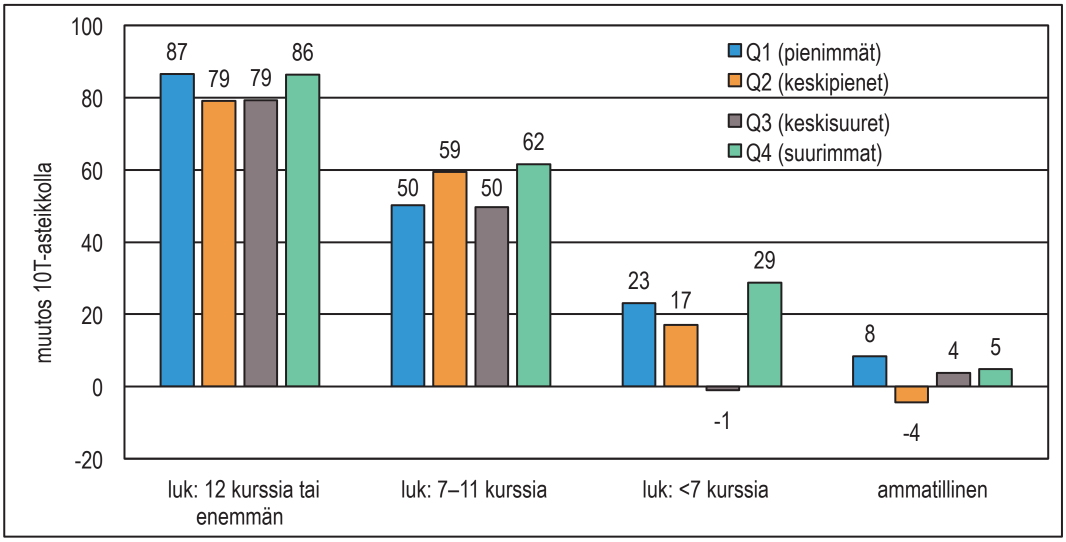
KUVIO 4.53. Oppilaitoksen/koulutuksen järjestäjän koon yhteys osaamisen tasoon

Tarkasteltaessa koulun koon osuutta osaamisen *muutokseen* näyttää silmämääräisesti siltä, että pienimmissä lukioyksiköissä osaamisen muutos olisi hieman suurempaa kuin keskisuurissa lukioissa (kuvio 4.54). Erot ryhmien välillä ovat 35 yksikön luokkaa ryhmissä, joissa suoritettiin vain pakolliset matematiikan kurssit ja 19 yksikön luokkaa pitkän matematiikan ryhmissä. Erot eivät kuitenkaan ole merkitseviä.[113] Ammatillisen koulutuksen ryhmissä muutos on kaikkiaan pientä; erot järjestäjän eri kokoryhmien välillä eivät ole tilastollisesti merkitseviä.

111 Huom. Matalinta osaamista ei osoitettu pienimmissä oppilaitoksissa/järjestäjissä (Q1) vaan näitä hieman suuremmissa (Q2).

112 ANOVA, lukio eri kurssivalinnoilla, < 7 kurssia: F(3; 157) = 0,07, *p* = n.s., *f* = 0,03; 7–11 kurssia: F(3; 594) = 2,58, *p* = 0,05, *f* = 0,11; 12 kurssia tai enemmän: F(3; 500) = 0,65, *p* = n.s., *f* = 0,06

113 ANOVA, lukio eri kurssivalinnoilla, < 7 kurssia: F(3; 157) = 1,79, *p* = n.s., *f* = 0,18; 7–11 kurssia: F(3; 594) = 1,29, *p* = n.s., *f* = 0,08; 12 kurssia tai enemmän: F(3; 500) = 0,38, *p* = n.s., *f* = 0,04; ammatillinen F(3; 733) = 0,51, *p* = n.s., *f* = 0,04



KUVIO 4.54. Oppilaitoksen/koulutuksen järjestäjän koon yhteys osaamisen muutokseen

4.7.3 Osaamisen muutosta on vaikea selittää pedagogisilla ratkaisuilla

Kolmas näkökulma kouluttajiin tulee koulutuksen antajan tuottaman lisäarvon näkökulmasta. Tarkastellaan asiaa sen kannalta, mitä tehtiin toisin niissä oppilaitoksissa, joissa yhtäältä tulokset olivat parempia ja joissa toisaalta osaaminen muuttui eniten. Miten toimivat ne opettajat, jotka tulivat parhaita tuloksia saaneista lukioista tai ammatillisen koulutuksen järjestäjiltä?[114] Asiaa tarkastellaan kahdesta näkökulmasta. Yhtäältä näkökulmana ovat korkeinta ja matalinta *osaamista* osoittavat oppilaitokset: käyttävätkö opettajat korkeinta osaamista osoittavissa oppilaitoksissa erilaisia opetusmenetelmiä kuin alemmalle tasolle jääneissä oppilaitoksissa. Toisaalta samaa asiaa tarkastellaan osaamisen *muutoksen* kannalta: käyttivätkö opettajat erilaisia opetusmenetelmiä niissä oppilaitoksissa, joissa osaaminen muuttuu eniten verrattuna niihin, joissa osaaminen muuttui vähiten. Tarkastelu tehdään erikseen ammatillisessa- ja lukiokoulutuksessa.

Tarkastelua varten oppilaitokset jaetaan kvartiileihin kahdella eri tavalla: yhtäältä osaamisen perusteella ja toisaalta muutoksen perusteella. Q1 viittaa siis yhtäältä heikoimpia suorituksia saaneisiin oppilaitoksiin ja toisaalta vähiten muutosta aikaan saaviin oppilaitoksiin. Vastaavasti Q4 viittaa yhtäältä korkeimpia keskiarvoja saaneisiin oppilaitoksiin ja toisaalta suurinta muutosta aikaan saaviin oppilaitoksiin. Tarkastelu rajataan äärikvartiileihin: verrataan toisiinsa alinta ja ylintä kvartiilia (Q1 ja Q4) ja kysytään, mitä Q4-kvartiilissa tehdään eri tavalla kuin Q1-kvartiilissa.

114 Kerronnan tiivistämiseksi tässä osuudessa käytetään sekä lukioista että ammatillisen koulutuksen järjestäjistä yhteisnimitystä ”oppilaitos”, mikä lukioiden osalta tarkoittaa yksittäistä lukiota ja ammatillisen koulutuksen osalta (yleensä) laajempaa kokonaisuutta kuin yksittäistä oppilaitosta.

Lukioissa ja ammatillisessa koulutuksessa kvartiilijako on tehty erikseen. Sekä osaamisen että muutoksen osalta käytetään arviointikokeen ja pitkittäisaineiston tuottamaa tietoa, vaikka lukioaineistossa käytettävissä oli myös ylioppilaskokeen tuoma tieto.[115]

Lukioaineistossa väliin tulevana ja sekoittavana tekijänä toimii kurssien määrä: mitä enemmän vastanneissa on pitkän matematiikan lukijoita, sitä korkeammaksi keskiarvo nousee ja sitä enemmän muutosta on odotettavissa.[116] Toinen potentiaalisesti sekoittava tekijä on koulun koko: opiskelijamäärältään pienen oppilaitoksen tulokset voisivat olla hyvinkin erilaisia, jos mukana olisi ollut yksi tai kaksi opiskelijaa lisää. Näin ollen tarkentavissa regressioanalyyseissa otetaan mukaan vain ne oppilaitokset, joilta mukaan saatiin vähintään neljä opiskelijaa – hyvin pienet yksiköt on jätetty analyysin ulkopuolelle.[117]

115 Osaamisen osalta haasteeksi tulee tietää, mikä on oppilaitoksen/järjestäjän (opiskelijoiden) todellinen osaamisen taso muihin nähden. Ammatillisen koulutuksen aineistossa ainoa käytettävissä oleva tieto on arviointikokeessa menestyminen. Lukioiden osalta voitaisi käyttää hyödyksi ylioppilastutkintotietoa – luokitteluperusteena voisi olla lukion menestyminen matematiikan pitkän tai lyhyen oppimäärän (tai molempien) ylioppilaskokeessa. Näin saataisiin arvioitua taso uskottavasti myös niiden lukioiden osalta, joista aineistoon tuli vain muutamia opiskelijoita. Tätä strategiaa käytetään tuonnempana tulevassa mallituksessa, kun vertailukelpoista osaamista ja arvosanaa pyritään ennustamaan.

Tässä yhteydessä ongelmallista on se, että mikäli kvartiilijako tehdään ylioppilaskokeiden perusteella, se on *oleellisesti* eri, kuin jos se tehdään aineistoon valikoituneiden opiskelijoiden ja heidän kokeessa menestymisen perusteella. Käytännöllisesti katsoen kvartiilijaot eivät vastaa toisiaan lainkaan. Vain ehdottomasti parhaat oppilaitokset ovat samat, mutta niissäkin vaihtelu on suurta. Jo pelkästään se fakta, että arviointikokeessa on mukana myös niitä, jotka eivät ylioppilaskoetta suorittaneet lainkaan, voi selittää eroa kvartiilijakojen taustalla. Aineiston perusteella tiedetään, että arviointikokeeseen osallistuneista ja ylioppilaskokeeseen ilmoittautuneesta opiskelijoista (n = 1 479) vain osalta (n = 891) ylioppilaskoetieto oli lopulta käytettävissä – peräti 40 %:lla opiskelijoista tietoa ei ollut käytettävissä.

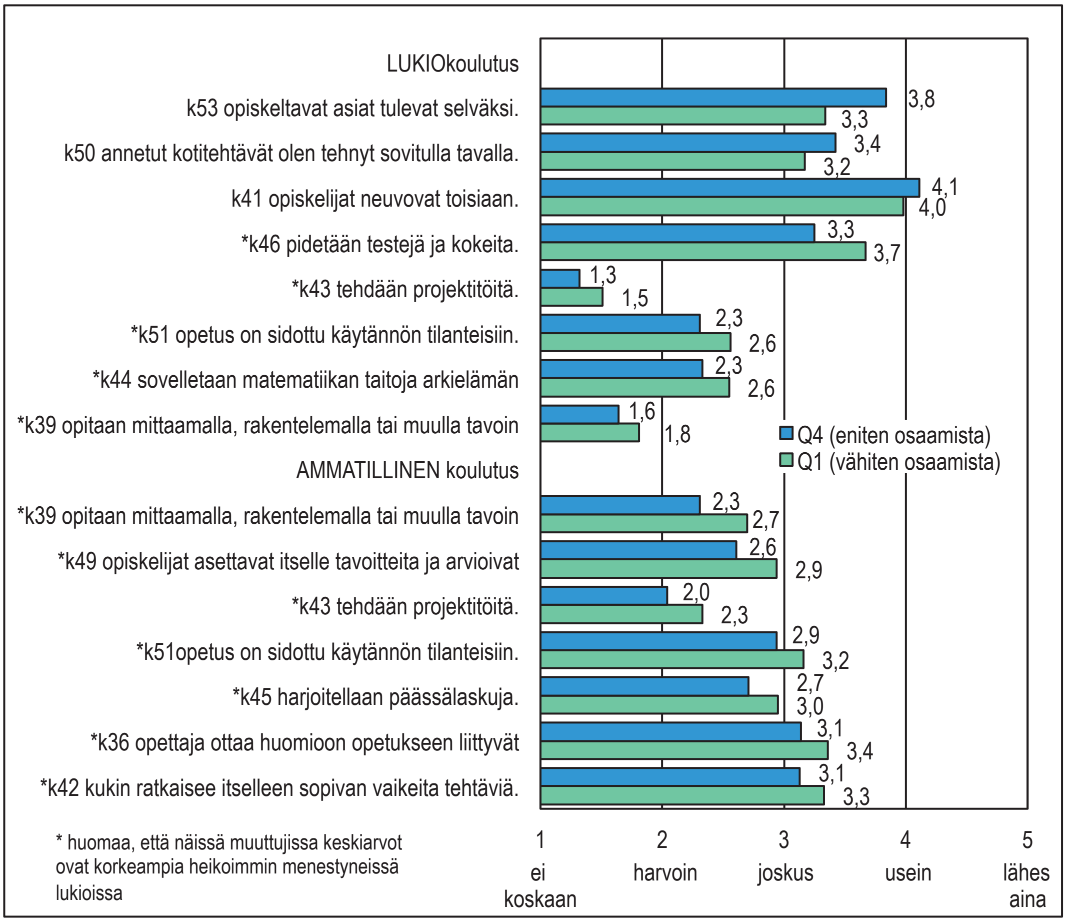
Päädyttiin ratkaisuun, että *kvartiilijako muodostetaan arviointikokeen perusteella* eikä ylioppilaskokeen perusteella. Koska koulun sijoittuminen kvartiileihin ei ole yksikäsitteistä, tuloksiin on syytä suhtautua terveen kriittisesti. Muutoksen osalta tulokset ovat yksikäsitteisemmät ja tarkat mitä tulee yksittäisiin opiskelijoihin. Niiden osalta ei ole edes mahdollista käyttää ylioppilaskoetietoja.

116 Itse asiassa 12 kurssia tai enemmän suorittaneiden osuus aineistossa selittää osaamisesta 6 %:n verran (regressioanalyysissa $R^2_{Adj} = 0,06$).

117 Oppilaitoksen/järjestäjän sijoittumiseksi eri kvartiileihin aggregoitiin opiskelijoiden koetulokset lukio- ja järjestäjäkohtaiseksi keskiarvoksi. Tämän jälkeen poistettiin ne järjestäjät, joiden opiskelijamäärä aineistossa oli alle 5 ja muodostettiin kvartiilit. Analyysit tehtiin myös siten, että myös pienten yksiköiden opiskelijat olivat mukana. Tulokset ovat jossain määrin tästä poikkeavat – osittain eri muuttujia tulee mukaan malleihin.

Pedagogiset ratkaisut ovat erilaisia heikoimmin ja parhaimmin menestyneissä oppilaitoksissa

Tuntitoimintoja koskevat muuttujat, jotka selittävät oppilaitoksen kuulumista heikoimmin ja parhaimmin menestyneisiin oppilaitoksiin, on koottu kuvioon 4.55 ja taulukkoon 4.21.



KUVIO 4.55. Erilaisia opetustapoja heikoimpia tuloksia (Q1) ja parhaimpia tuloksia (Q4) saaneilla lukioilla ja ammatillisen koulutuksen järjestäjillä

TAULUKKO 4.21. Erilaisia opetustapoja heikoimmin (Q1) ja parhaimmin (Q4) menestyneissä oppilaitoksissa – tilastollisia tunnuslukuja

muuttujat[1]			
lukio	F(1; 513)	p-arvo	f
k53 opiskeltavat asiat tulevat selväksi.	40,62	<0,001	0,28
k50 annetut kotitehtävät olen tehnyt sovitulla tavalla.	6,85	0,009	0,12
k41 opiskelijat neuvovat toisiaan.	3,29	0,07	0,08
*k46 pidetään testejä ja kokeita.	21,29	<0,001	0,20
*k43 tehdään projektitöitä.	10,24	0,001	0,14
*k51 opetus on sidottu käytännön tilanteisiin.	9,48	0,002	0,14
*k44 sovelletaan matematiikan taitoja arkielämän tilanteisiin.	5,93	0,015	0,11
*k39 opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä.	5,67	0,018	0,11
ammatillinen	F (1; 309)	p-arvo	f
*k39 opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä.	10,21	0,002	0,18
*k49 opiskelijat asettavat itselle tavoitteita ja arvioivat edistymistään.	9,79	0,002	0,18
*k43 tehdään projektitöitä.	6,39	0,012	0,14
*k51 opetus on sidottu käytännön tilanteisiin.	4,75	0,03	0,13
*k45 harjoitellaan päässälaskuja.	4,40	0,037	0,12
*k36 opettaja ottaa huomioon opetukseen liittyvät opiskelijoiden ideat ja toiveet.	4,08	0,044	0,12
*k42 kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä.	3,52	0,061	0,11

1) muuttujat on järjestetty ensin sen mukaan viittaako suuri arvo parhaisiin vai heikoimpiin oppilaitoksiin ja sen jälkeen efektikoon mukaan
* Huomaa, että suuri keskiarvo viittaa heikoimmasta neljänneksestä tulleisiin oppilaitoksiin.

Ammatillisessa- ja lukiokoulutuksessa eri pedagogiset tekijät selittävät kuulumista heikointa ja parasta osaamista osoittaviin oppilaitoksiin. Lukiokoulutuksessa – ottamatta huomioon eripituisille kursseille osallistuneiden opiskelijoiden osuuksia – merkityksellisimmät erot parhaimpia ja heikompia suorituksia saaneiden lukioiden välillä ovat, että useammin *opiskeltavat asiat tulevat selväksi, opiskelijat tekevät annetut kotitehtävät sovitulla tavalla* ja että *opiskelijat neuvovat toisiaan* useammin. Toisaalta *heikompaan* tasoon lukioissa olivat yhteydessä se, että useammin *pidetään testejä ja kokeita*, *tehdään projektitöitä, opetus on sidottu käytännön tilanteisiin, sovelletaan matematiikan taitoja arkielämän tilanteisiin* ja se, että useammin *opitaan mittaamalla, rakentamalla tai muulla tavalla tekemällä*. Jälkimmäiset, käytännölliset menetelmät lienevät sellaisia, joita heikommin menestyneiden oppijoiden motivaatiota on pyritty nostamaan. Emme tiedä, olisivatko tulokset heikommin menestyneissä lukioissa olleet *parempia* muita menetelmiä käyttäen. Emme tiedä myöskään sitä, olisivatko tulokset ehkä olleet *heikompia* muita menetelmiä käyttäen. Näyttää kuitenkin siltä, että kun näitä menetelmiä on käytetty/jouduttu käyttämään, osaaminen ei selvästikään ole samalla tasolla kuin parhaita tuloksia saavissa oppilaitoksissa.

Ammatillisessa koulutuksessa yksikään pedagogisista ratkaisuista ei kerro, mitä tehtiin *parhaisiin* tuloksiin yltäneiden järjestäjien oppilaitoksissa useammin. Sen sijaan kuvion 4.55 ja taulukon 4.21 muuttujat kertovat, mitä tehtiin useammin *heikoimpiin* tuloksiin yltäneissä oppilaitoksissa. Osaamiseltaan heikoimmin menestyneillä koulutuksen järjestäjillä opitaan useammin *mittaamalla,* *rakentamalla tai muulla tavalla tekemällä, opiskelijat asettavat itselleen tavoitteita ja arvioivat edistymistään, tehdään projektitöitä, opetus on sidottu käytännön tilanteisiin, harjoitellaan päässälaskuja, opettaja ottaa huomioon opetukseen liittyvät opiskelijoiden ideat ja toiveet,* ja useammin *kukin ratkaisee itselleen sopivan vaikeita tehtäviä*. Seikat ovat pitkälti samanlaisia kuin edellä havaittiin heikointa osaamista osoittaneiden lukioiden yhteydessä. Kuten lukioidenkin osalta todettiin, esiin tulleet käytännölliset menetelmät lienevät sellaisia, joita heikommin menestyneiden oppijoiden motivaatiota on pyritty nostamaan. Emme tiedä, olisivatko tulokset heikommin menestyneillä järjestäjillä olleet *parempia* muita menetelmiä käyttäen. Emme tiedä myöskään sitä, olisivatko tulokset ehkä olleet *heikompia* muita menetelmiä käyttäen. Näyttää kuitenkin siltä, että kun näitä menetelmiä on käytetty/jouduttu käyttämään, osaaminen ei selvästikään ole samalla tasolla kuin parhaita tuloksia saavilla järjestäjillä. Ammatillisen koulutuksen tulosten arviointia vaikeuttaa se, että eri tutkinnoissa matematiikalla on erilainen painoarvo – ehkä tulokset selittyvät ainakin osittain koulutuksen järjestäjien erilaisilla tutkintojen profiileilla? Tähän kysymykseen paneudutaan toisessa raportissa (Metsämuuronen & Salonen, 2016).

Edeltävä tarkastelu perustui yksittäisten muuttujien tarkasteluun. Tarkastellaan muuttujia yhtä aikaa regressioanalyysin avulla ja selitetään kuulumista osaamisen suhteen parhaimpaan tai heikoimpaan neljännekseen. Lukioaineistossa oleellinen sekoittava tekijä on se, kuinka monta kurssia matematiikkaa opiskelijat ovat suorittaneet. Aineistossa 12 kurssia ja sitä enemmän opiskelleiden osuus lukion opiskelijoista selittää valtaosin sijoittumisen ylimpään tai alimpaan neljännekseen.[118] Näin ollen lukioissa on järkevää sekä jakaa kvartiilit että tehdä analyysi erikseen pitkän ja lyhyen oppimäärän opiskelijoiden mukaisesti. Selittävät muuttujat on koottu taulukkoon 4.22.[119]

118 Lukioaineistossa oleellinen selittäjä sijoittumisesta ylimpään tai alimpaan kvartiiliin on se, kuinka suuri osuus vas-taajista oli suorittanut 12 kurssia tai enemmän eli käytännössä mikä osuus vastanneista oli suorittamassa matema-tiikan pitkän oppimäärän. DTA:n perusteella jakokohdaksi määräytyy 25 prosenttia; mikäli aineiston lukiossa yli neljäsosa opiskelijoista on suorittanut 12 kurssia tai enemmän, lukiolla suuri ”riski” kuulua osaamisen suhteen par-haimpaan neljännekseen, kun vaihtoehtona on kuulua heikoimpaan neljännekseen. Logistisen regressioanalyysin perusteella ”riski” on yli 15 000 kertainen. Tämä muuttuja yksin selittää ylä- ja alakvartiiliin luokittumisesta 48 % (Nagelkerke R^2 = 0,48).

119 Analyysi on ensin tehty alkuperäisillä muuttujilla, jotka ovat viisiportaisella asteikolla kysyttyjä asenneväitteitä. Kun selittävät muuttujat ovat löytyneet, niistä on etsitty DTA:n ja ANOVA:n avulla sellaiset jakokohdat, joissa alkuperäinen muuttuja voidaan jakaa mielekkäästi ja tilastollisesti merkitsevimmin kahteen ryhmään – muuttujat on dikotomisoitu. Pienempi vaihtoehdoista (esimerkiksi *ei koskaan* ja *harvoin*) saa arvon 0 ja suurempi (esimerkissä muut vaihtoehdot *joskus*, *usein* tai *lähes aina*) arvon 1. Dikotomisoinnin avulla saadaan aikaan helpommin ymmärrettäviä malleja; riskikerroin Exp(B) on suoraviivaisesti tulkittavissa.

TAULUKKO 4.22. Logistinen regressiomalli kuulumisesta heikoimpia ja parhaimpia oppimistuloksia saaneisiin lukioihin ja ammatillisen koulutuksen järjestäjiin

muuttujat[1]	B	S.E.	Wald	df	p-arvo	Exp(B)
Lukio, 12 kurssia tai enemmän, Nagelkerke R^2 = 0,14						
vakio	-0,86	0,53	2,67	1	0,102	0,42
k48 pohditaan onko tehtävän vastaus järkevä. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	1,30	0,55	5,57	1	0,018	3,65
k43 tehdään projektitöitä. (0 = ei koskaan, 1 = harvoin, joskus, usein, lähes aina)	-0,79	0,40	3,89	1	0,049	0,45
k46 pidetään testejä ja kokeita. (0 = ei koskaan, harvoin, joskus 1 = usein, lähes aina)	-0,95	0,33	8,46	1	0,004	0,39
Lukio, 11 kurssia tai vähemmän, Nagelkerke R^2 = 0,10						
vakio	-0,66	0,34	3,71	1	0,054	0,52
k53 opiskeltavat asiat tulevat selväksi. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	1,21	0,36	11,51	1	0,001	3,35
k40 opiskelijat käyttävät tietokonetta. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	-0,87	0,34	6,39	1	0,012	0,42
k51 opetus on sidottu käytännön tilanteisiin. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	-0,60	0,24	6,62	1	0,01	0,55
Ammatillinen koulutus, Nagelkerke R^2 = 0,07						
vakio	0,477	0,215	4,945	1	0,026	1,61
k39 opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä. (0 = ei koskaan, harvoin 1 = joskus, usein, lähes aina)	-0,69	0,24	8,05	1	0,005	0,50
k49 opiskelijat asettavat itselle tavoitteita ja arvioivat edistymistään. (0 = ei koskaan, harvoin 1 = joskus, usein, lähes aina)	-0,50	0,26	3,84	1	0,050	0,61

1) muuttujat on järjestetty Exp(B) eli ”riskin” mukaiseen järjestykseen

Malleihin mukaan tulevat muuttujat ovat osittain erilaisia kuin taulukossa 4.20. Lukioissa 12 kurssia tai enemmän suorittaneiden ryhmässä parhaimmin menestyneeseen neljännekseen kuulumista ennusti se, että oppitunneilla pohditaan vähintään joskus *onko tehtävän vastaus järkevä*. Mikäli tehtävän vastauksen mielekkyyttä on pohdittu *joskus*, *usein* tai *lähes aina*, ”riski” kuulua parhaimpaan neljännekseen on lähes nelinkertainen (3,6-kertainen) verrattuna vaihtoehtoon, että lukio sijoittuisi alimpaan neljännekseen. Jos taas lukion pitkän oppimäärän ryhmissä *tehtiin* edes harvoin *projektitöitä* ja usein tai lähes aina *pidettiin testejä ja kokeita*, riski kuulua *heikommin* menestyneisiin lukioihin on yli kaksikertainen (2,2- ja 2,6-kertainen) siihen nähden että kuuluisi parhaimpaan neljännekseen.[120]

Lukioryhmissä, joissa oli opiskeltu matematiikkaa vähemmän kuin pitkään oppimäärään vaadittavat opinnot (11 kurssia tai alle), keskeinen ero heikoimmin ja parhaimmin menestyneiden lukioiden välillä oli se, että parhaita tuloksia saaneissa lukioissa opiskelijat kokivat useammin, että *opiskeltavat asiat tulivat selväksi*. Jos asiat tulivat selviksi *joskus*, *usein* tai *lähes aina*, riski kuulua parhaaseen neljännekseen oli yli kolminkertainen (3,3) verrattuna vaihtoehtoon, että lukio si-

120 Taulukosta 4.2.2 nähdään, että riski kuulua parhaaseen neljännekseen on 0,45 ja 0,39. Tällöin riski kuulua heikoimpaan neljännekseen on 1/0,45 = 2,2 ja 1/0,39 = 2,6.

joittuisi alimpaan neljännekseen. Jos taas lukion lyhyen oppimäärän ryhmissä *käytettiin useammin tietokonetta* (joskus, usein tai lähes aina) ja *opetus sidottiin käytännön tilanteisiin* ainakin joskus, riski kuulua *heikommin* menestyneisiin lukioihin on kaksikertainen (2,4- ja 1,8-kertainen) siihen nähden, että kuuluisi parhaimpaan neljännekseen.[121]

Ammatillisen koulutuksen aineistossa yksikään tekijä ei ennusta kuulumista parhaimmin menestyneiden järjestäjien ryhmään. Sen sijaan kaksi tekijää ennustaa kuulumista *heikoimmin* menestyvien järjestäjien ryhmään: se, että useammin *oppitunneilla opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä* ja se, että useammin *opiskelijat asettavat itselle tavoitteita ja arvioivat edistymistään*. Riski kuulua heikoimpien järjestäjien joukkoon on kaksikertainen (2,0- ja 1,7-kertainen) verrattuna vaihtoehtoon, että lukio sijoittuisi parhaimpaan neljännekseen.[122] Ammatillisen koulutuksen tulosten arviointia vaikeuttaa se, että eri tutkinnoissa matematiikalla on erilainen painoarvo. Negatiivisten tekijöiden osalta tulos kuitenkin näyttää samankaltaiselta kuin lukioissa: heikoimpia suorituksia saaneilla järjestäjillä opetusmenetelmät ovat konkreettisia, käytännöllisiä, ja ehkä opiskelijoiden motivaation nostamista tavoittelevia. Samoin kuin lukioissa näyttää siltä, että kun näitä menetelmiä on käytetty/jouduttu käyttämään (opiskelijoiden heikon osaamisen vuoksi), osaaminen ei selvästikään saavuta samaa tasoa kuin parhaita tuloksia saavilla järjestäjillä.

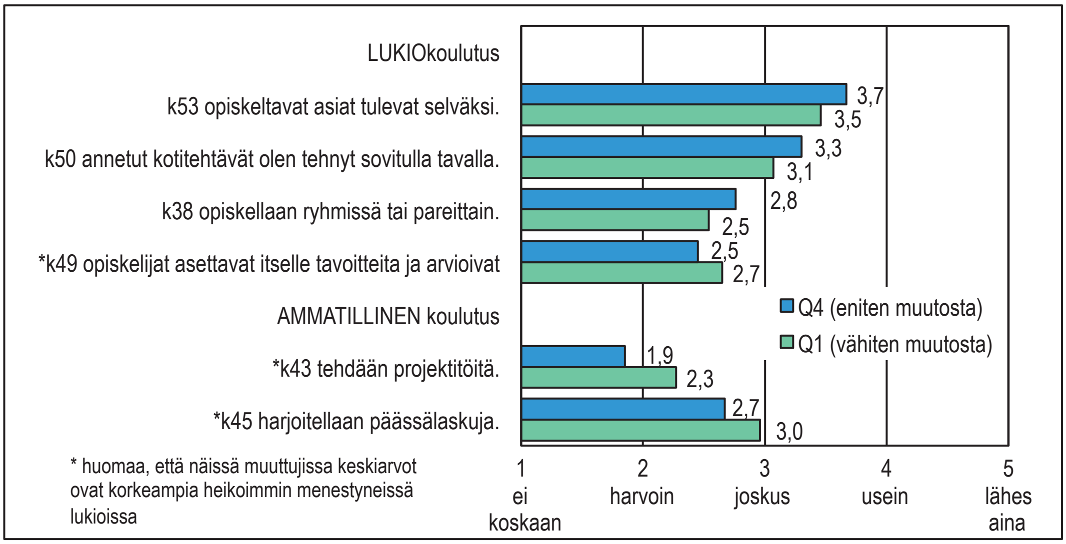
Pedagogiset ratkaisut eivät juuri selitä eroja vähiten ja eniten muutosta aikaan saaneiden oppilaitosten välillä

Edellä kuvattu osaamisen taso itsessään ei ehkä ole ilmiönä kovin kiinnostava, sillä osaamisen taso voidaan selittää helposti oppilaitokseen valikoitumisen perusteella eikä välttämättä lainkaan oppilaitoksen parempana kykynä tuottaa parempia oppimistuloksia. Onhan ymmärrettävää, että esimerkiksi matematiikkalukiossa opiskelleiden osaaminen *tulee olla* parempaa kuin muissa lukioissa ja että jos ammatillisen koulutuksen järjestäjän tutkinnoissa painottuu matemaattinen osaaminen, tämä yksinään selittää osaamisen tason. Pedagogisten ratkaisujen tulkinta on tällöin vähemmän kiintoisaa. Koulutuksen kannalta – oppilaitoksen tai koulutuksen järjestäjän tuottaman lisäarvon näkökulmasta – kiinnostavampaa on se, *kuinka paljon koulutuksen antaja saa lisättyä opiskelijan osaamista opintojen aikana*. Parhaimmillaan siis koulutuksen antaja voi nostaa alun perin motivoitumattoman ja heikon opiskelijan osaamista radikaalisti. Tässä osuudessa tarkastellaan osaamisen muutokseen yhteydessä olevia tekijöitä opettajan tuntitoimien näkökulmasta.

Tuntitoimintoja koskevat muuttujat, jotka selittävät kuulumista pienintä ja suurinta muutosta tuottaneisiin lukioihin ja ammatillisen koulutuksen järjestäjiin, on koottu kuvioon 4.56 ja taulukkoon 4.23.

121 Taulukosta 4.2.2 nähdään, että riski kuulua parhaaseen neljännekseen on 0,42 ja 0,55. Riski kuulua heikoimpaan neljännekseen on 1/0,42 = 2,4 ja 1/0,55 = 1,8.

122 Taulukosta 4.2.2 nähdään, että riski kuulua parhaaseen neljännekseen on 0,50 ja 0,61. Riski kuulua heikoimpaan neljännekseen on 1/0,50 = 2,0 ja 1/0,61 = 1,7.



KUVIO 4.56. Erilaisia opetustapoja vähiten (Q1) ja eniten (Q4) muutosta aikaan saaneissa lukioissa ja ammatillisen koulutuksen järjestäjillä

TAULUKKO 4.23. Erilaisia opetustapoja vähiten (Q1) ja eniten (Q4) muutosta aikaan saaneissa lukioissa ja ammatillisen koulutuksen järjestäjillä – tilastollisia tunnuslukuja

muuttujat[1]			
lukio	F(1; 467)	p-arvo	f
k53 opiskeltavat asiat tulevat selväksi.	5,61	0,018	0,11
k50 annetut kotitehtävät olen tehnyt sovitulla tavalla.	4,72	0,030	0,10
k38 opiskellaan ryhmissä tai pareittain.	3,64	0,057	0,09
*k49 opiskelijat asettavat itselle tavoitteita ja arvioivat edistymistään.	4,39	0,037	0,10
ammatillinen	F(1; 269)	p-arvo	f
*k43 tehdään projektitöitä.	13,56	<0,001	0,21
*k45 harjoitellaan päässälaskuja.	6,48	0,011	0,15

1) muuttujat on järjestetty ensin sen mukaan viittaako suuri arvo parhaisiin vai heikoimpiin oppilaitoksiin ja senjälkeen efektikoon mukaan
* Huomaa, että suuri keskiarvo viittaa heikoimmasta neljänneksestä tuleisiin oppilaitoksiin.

Muutoksen suhteen lukiot ja ammatillisen koulutuksen järjestäjät poikkeavat toisistaan selvemmin kuin osaamisen suhteen. Lukioissa suurempaa osaamisen lisäystä voidaan selittää neljällä pedagogisiin valintoihin liittyvällä tekijällä ja ammatillisessa koulutuksessa kahdella. Kokonaisuutena arvioiden – ottamatta huomioon eripituisille kursseille osallistuneiden opiskelijoiden osuuksia – lukioissa suureen muutokseen oli yhteydessä se, että useammin *opiskeltavat asiat tulevat selviksi, annetut kotitehtävät on* useammin *tehty sovitulla tavalla* ja se, että *opiskelijat opiskelevat* useammin *ryhmissä tai pareittain*. Muutoksen kannalta kyseenalaista on se, että *opiskelijat asettavat itselle tavoitteita ja arvioivat edistymistään*; tätä oli tehty useammin *heikoimmin* menestyneissä lukioissa.

Ammatillisessa koulutuksessa kuulumista suurinta muutosta aikaan saaneiden järjestäjien ryhmään ei pystytä selittämään positiivisesti – pikemmin sen kautta, mitä on *vähemmän*. Kaksi tekijää, jotka ovat osittain vastakkaisia kuin lukioissa, selittävät siis kuulumista *vähiten* muutosta saaneiden järjestäjien ryhmään – muuttujien tulkinta ei ole ilmeistä eikä helppoa: Mikäli opiskelijoiden mukaan *tehdään* useammin *projektitöitä* ja mikäli useammin *harjoitellaan päässälaskuja*, tämä näyttää ennustavan kuulumista heikoimmin menestyneiden ammatillisen koulutuksen järjestäjien ryhmään. Edellä pohdittiin sitä, että heikoimpia suorituksia saaneilla järjestäjillä opetusmenetelmät näyttävät olevan konkreettisia, käytännöllisiä, ja ehkä opiskelijoiden motivaation nostamista tavoittelevina. Aineiston perusteella näyttää siltä, että nämä tekijät näyttävät olevan yhteydessä myös vähäisemmän osaamisen muutokseen, kun sitä tarkastellaan järjestäjän opiskelijoiden keskimääräisen muutoksen kautta. Ilmiön selittäminen ei ole helppoa, kuten edellä todettiin.

Edeltävä tarkastelu perustui yksittäisten muuttujien tarkasteluun. Tarkastellaan muuttujia yhtä aikaa regressioanalyysin avulla ja selitetään kuulumista osaamisen muutoksen suhteen suurimpaan tai pienimpään neljännekseen. Lukioaineistossa sekoittava tekijä on se, kuinka monta kurssia matematiikkaa opiskelijat ovat suorittaneet; aineistossa 12 kurssia ja sitä enemmän opiskelleiden osuus lukion opiskelijoista selittää jossain määrin sijoittumisen ylimpään tai alimpaan neljännekseen.[123] Näin ollen lukioissa on järkevää sekä jakaa kvartiilit että tehdä analyysi erikseen pitkän ja lyhyen oppimäärän opiskelijoiden mukaisesti. Selittävät muuttujat on koottu taulukkoon 4.24.

123 Edellä huomattiin, että mikäli aineiston lukiossa yli neljäsosa opiskelijoista on suorittanut 12 kurssia tai enemmän, lukiolla oli yli 15 000 kertainen "riski" kuulua *osaamisen* suhteen parhaimpaan neljännekseen, kun vaihtoehtona on kuulua heikoimpaan neljännekseen. *Muutoksen* osalta tilanne ei ole lainkaan näin selkeä. Mikäli aineiston lukiossa yli neljäsosa opiskelijoista on suorittanut matematiikkaa 12 kurssia tai enemmän, lukiolla oli "vain" noin 8-kertainen "riski" kuulua muutoksen suhteen suurimpaan neljännekseen (Exp(B) = 8,15), kun vaihtoehtona on kuulua pienimpään neljännekseen. Pitkän oppimäärän lukijoiden osuus selittää sijoittumisesta äärineljänneksiin vain noin 5 % (Nagelkerke R^2 = 0,05) – muistetaan että osaamisen osalta selitysaste oli 48 %.

TAULUKKO 4.24. Logistinen regressiomalli kuulumisesta vähäisintä ja suurinta muutosta osoittaneisiin oppilaitoksiin ja koulutuksen järjestäjiin

muuttujat[1]	B	S.E.	Wald	df	p-arvo	Exp(B)
Lukio, 12 kurssia tai enemmän, Nagelkerge R^2 = 0,02						
vakio	-0,12	0,27	0,20	1	0,652	0,89
k46 pidetään testejä ja kokeita. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	0,47	0,28	2,90	1	0,089	1,60
k38 opiskellaan ryhmissä tai pareittain. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	0,27	0,21	1,61	1	0,205	1,31
Lukio, 11 kurssia tai vähemmän, Nagelkerge R^2 = 0,09						
vakio	-1,32	0,53	6,23	1	0,013	0,27
k48 pohditaan onko tehtävän vastaus järkevä. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	1,32	0,54	6,06	1	0,014	3,75
k39 opitaan mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä. (0 = ei koskaan, 1 = harvoin, joskus, usein, lähes aina)	0,56	0,21	7,05	1	0,008	1,76
k53 opiskeltavat asiat tulevat selväksi. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	0,45	0,21	4,79	1	0,029	1,57
k49 opiskelijat asettavat itselle tavoitteita ja arvioivat edistymistään. (0 = ei koskaan, harvoin, 1 = joskus, usein, lähes aina)	-0,88	0,22	16,44	1	< 0.001	0,41
Ammatillinen koulutus, Nagelkerge R^2 = 0,07						
vakio	0,75	0,21	13,00	1	<0.001	2,12
k43 tehdään projektitöitä. (0 = ei koskaan, 1 = harvoin, joskus, usein, lähes aina)	-1,00	0,25	15,56	1	<0.001	0,37

1) muuttujat on järjestetty Exp(B) eli ”riskin” mukaiseen järjestykseen

Yhtäältä tiedetään, että pitkään oppimäärään vaadittavat kurssit suorittaneiden ryhmässä (12 kurssia tai enemmän) suurinta muutosta aikaansaavissa lukioissa osaaminen lisääntyy 2,5 kertaisesti vähäisintä muutosta aikaansaaviin lukioihin nähden (90 yksikköä vs. 35 yksikköä). Toisaalta tiedetään, että suurinta muutosta aikaansaavissa lukioissa osaamisen taso loppuvaiheessa oli marginaalisesti *heikompaa* vähäisintä muutosta aikaansaaviin lukioihin nähden (635 vs. 654 – ero ei ole merkitsevä).[124] Parempitasoisissa lukioissa muutosta on siis vaikea saada aikaan, sillä opiskelijat ovat alun perinkin korkealla tasolla. Vaikka ero muutoksessa on siis selvää äärikvartiilien välillä, pitkän oppimäärän lukijoiden osaamisen muuttumista on vaikea selittää pedagogisilla ratkaisuilla. Yksikään pedagogisia ratkaisuja kuvaavista muuttujista ei osoittaudu merkitseväksi tekijäksi sille, että lukiossa saadaan aikaan suurta muutosta.[125] Näyttää siltä, että muutoksen selittäjiä on etsittävä opiskelijoiden henkilökohtaisista ominaisuuksista – mahdollisesti motivaatiosta, asenteista, tulevaisuuden suunnitelmista tms. tekijöistä, jotka ovat suuressa määrin oppilaitoksesta ja opettajan toimista riippumattomia. Tässä yhteydessä analyysia ei jatketa tähän suuntaan.

124 ANOVA, 12 kurssia tai enemmän, selittävänä kvartiilijako, vain äärineljännekset, F(1; 375) = 2,99, p = 0,085, f = 0,089

125 Taulukkoon 4.24 valituista muuttujista molemmat olivat suuntaa-antavasti merkitseviä tekijöitä, mikäli muuttujia ei dikotomisoitu. Parhainkaan dikotomia ei tuota merkitsevää selitystä.

Ryhmä, jossa opiskeltiin matematiikkaa vähemmän kuin pitkään oppimäärään vaadittava määrä (11 kurssia tai vähemmän), poikkesi oleellisesti pitkän oppimäärän suorittaneiden ryhmästä osaamisen muutosta selittävien tekijöiden suhteen. Yhtäältä tiedetään, että tässä ryhmässä suurinta muutosta aikaansaavissa lukioissa osaaminen lisääntyi 4,5-kertaisesti vähäisintä muutosta aikaansaaviin lukioihin nähden (93 yksikköä vs. 20 yksikköä). Toisin kuin pitkän oppimäärän suorittaneiden ryhmässä, lyhyen oppimäärän suorittaneiden ryhmässä tiedetään, että suurinta muutosta aikaansaavissa lukioissa myös osaamisen taso loppuvaiheessa oli erittäin merkitsevästi *korkeammalla tasolla* vähäisintä muutosta aikaansaaviin lukioihin nähden (652 vs. 586).[126] Näyttää siis siltä, että *lukioissa lisäarvoa voidaan osoittaa nimenomaan ryhmissä, joissa opiskellaan vähemmän matematiikkaa*. Keskeinen ennustetekijä suureen osaamiseen muuttumiseen lyhyen oppimäärän lukijoiden ryhmässä on se, että useammin *pohditaan, onko tehtävän vastaus järkevä*. ”Riski” kuulua suurinta muutosta osoittaneisiin lukioihin on lähes nelinkertainen (3,75) mikäli *joskus*, *usein*, tai *lähes aina* pohditaan vastauksen järkevyyttä. Vastauksen järkevyyden pohtiminen on tietenkin oleellista karkeiden huolimattomuusvirheiden karsimiseksi. Mielenkiintoista on, että lyhyen oppimäärän ryhmissä *pienintä* muutosta aikaansaavissa lukioissa ei opiskelijoiden mukaan juuri koskaan *opittu mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä*. Mielenkiintoiseksi asian tekee se, että aiemmassa analyysissa ko. muuttuja indikoi kuulumista heikoimmin menestyvien lukioiden ryhmään. Nyt kuitenkin käy ilmi, että muutoksen aikaansaamisen näkökulmalta tämän kaltainen opiskeltavien asioiden *konkreettinen havainnollistaminen voi olla hyödyksi nimenomaan lyhyen oppimäärän ryhmissä*. Kolmas erotteleva tekijä on se, että suurinta muutosta aikaansaavissa lukioissa *asiat tulevat useammin selviksi* kuin pienintä muutosta aikaan saavissa lukioissa. Taulukosta 4.24 huomataan kuitenkin, että mikäli *opiskelijat asettavat itselle tavoitteita ja arvioivat edistymistään* ainakin *joskus*, on lähes 2,5-kertainen riski sille, että lukio kuului *vähiten* muutosta aikaan saavien lukioiden ryhmään.[127]

Ammatillisen koulutuksen ryhmässä tiedetään, että suurinta muutosta aikaansaavissa lukioissa osaaminen lisääntyi noin kaksinkertaisesti vähäisintä muutosta aikaansaaviin lukioihin nähden (27 yksikköä vs. -23 yksikköä) – osaaminen siis *vähentyi* vähäisintä muutosta aikaansaavissa ammatillisissa oppilaitoksissa. Samoin kuin lyhyen oppimäärän suorittaneiden ryhmässä, suurinta muutosta aikaansaavissa lukioissa myös osaaminen toisen asteen opintojen loppuvaiheessa oli merkitsevästi *korkeammalla tasolla* vähäisintä muutosta aikaansaaviin lukioihin nähden (483 vs. 440).[128] Yksikäsitteistä selitystä tälle lisä-arvolle on vaikea osoittaa opettajan pedagogisten ratkaisujen joukosta. Taulukon 4.24 perusteella tiedetään kuitenkin, että ammatillisen koulutuksen aineistossa ei löydy tekijöitä, jotka selittävät kuulumista *suurinta* muutosta aikaansaaviin järjestäjiin. Sen sijaan, mikäli *projektitöitä* on tehnyt yhtään enempää kuin *ei lainkaan*, tämä ennustaa kuulumista *pienintä* muutosta aikaansaaviin järjestäjiin; riski kuulua vähintä muutosta aikaan saavien järjestäjien ryhmään on 2,7-kertainen verrattuna suurinta muutosta aikaansaavien järjestäjien ryhmään.[129] Kaiken kaikkiaan ammatillisen koulutuksen ryhmässä muutosta on vaikea selittää. Enkä selitys nousee järjestäjien erilaisista koulutusalojen profiileista? Tätä asiaa tarkastellaan tarkemmin toisessa raportissa (Metsämuuronen & Salonen, 2016).

126 ANOVA, 11 kurssia tai vähemmän, selittävänä kvartiilijako, vain äärineljännekset, $F(1; 432) = 39{,}45$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}30$

127 Taulukosta 4.26 nähdään, että riski kuulua parhaaseen neljännekseen on 0,41. Riski kuulua alimpaan neljännekseen on 1/0,41 = 2,4.

128 ANOVA, ammatillinen koulutus, selittävänä kvartiilijako, vain äärineljännekset, $F(1; 300) = 39{,}19$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}36$

129 Taulukosta 4.26 nähdään, että riski kuulua parhaaseen neljännekseen on 0,37. Riski kuulua alimpaan neljännekseen on 1/0,37 = 2,7.

4.7.4 Eritasoisissa oppilaitoksissa arvosanakäytännöt ovat eriytyneet – heikomman lukion arvosana 9 vastaa vaativamman lukion arvosanaa 5

Johdattelua ja kirjallisuutta

Edellä luvussa 4.3.2 pohdittiin arvosanojen vertailtavuutta ammatillisen koulutuksen sekä pitkän että lyhyen matematiikan opinnoissa. Todettiin, että lukio-opiskelijan todellinen osaamisen taso voidaan määrittää kohtuullisen tarkasti tietämällä suoritettujen matematiikan kurssien määrä ja niissä saatu arvosana. Viimeaikainen keskustelu perusopetuksen päättövaiheen arvioinnista (ks. esimerkiksi Ouakrim-Soivio, Rinkinen & Karjalainen, 2015) ja erityisesti siitä, että arvosanat eivät kaikissa kouluissa ole vertailukelpoisia, johtaa pohtimaan, millaisia arvosanalinjoja eri opettajilla ja eri kouluttajilla on lukioissa ja ammatillisissa oppilaitoksissa. Näyttää selvästi osoitetulta, että tasoltaan paremmissa perusopetusta antavissa kouluissa arvosananantamisen linja on tiukempi kuin tasoltaan matalammissa kouluissa. [130] On hyvä muistaa Kuuselan (2006, 67–71) huomio siitä, että lukion päättötodistusten arvosanojen olisi syytä vertautua toisiinsa koulutuksellisen tasa-arvon toteutumiseksi, koska arvosanoja käytetään jatkokoulutukseen hakeuduttaessa. Osaltaan tietenkin hakutilanteessa selkeyttä tuo tarkasti sensoroitu ja näin vertailukelpoinen ylioppilastutkinto. Kuitenkin osa korkeakoulun pääsypisteistä muodostuu lukion päästötodistuksen ja siellä osin matematiikan arvosanan perusteella. Samoin moni opiskelija jatkaa ammatillisten opintojen jälkeen ammattikorkeakouluun ilman lukio-opintoja, jolloin ammatillisen koulutuksen arvosanoja käytetään hyödyksi valinnassa. Onkin oikeutettua kysyä, vastaavatko eri oppilaitosten arvosanalinjat toisiaan.

Toisin kuin perusopetuksessa, jossa arvosanan 8 tasoa on pyritty vakioimaan antamalla kuvaus siitä, mitä ”hyvän” oppilaan tulisi hallita, lukion opetussuunnitelmien perusteissa (OPH, 2003a; 2015) kriteeriä tai standardia ei ole annettu. Perusteiden mukaan ”*kurssin arvioinnin tulee olla monipuolista ja perustua paitsi mahdollisiin kirjallisiin kokeisiin, opintojen edistymisen jatkuvaan havainnointiin ja opiskelijan tietojen ja taitojen arviointiin. Myös opiskelijan oma itsearviointi voidaan ottaa huomioon käyttäen hyväksi muun muassa kurssin arviointikeskusteluja. Arvioinnin menetelmistä ja käytänteistä päätetään tarkemmin opetussuunnitelmassa.*” (OPH, 2003a, 190). Uusissa perusteissa todetaan lisäksi positiivisesti, että ”*arviointiperusteista tiedottaminen parantaa opiskelijoiden ja opettajien oikeusturvaa ja tukee opiskelijaa työskentelyn suunnittelussa*” (OPH, 2015, 256). Jos ilmenee, että oppilaitosten arvosanalinjoissa on eroa niin, että vaatimustasoltaan vaativissa oppilaitoksissa hyviä arvosanoja annetaan hyvin eritasoisen osaamisen perusteella kuin vaatimustasoltaan vaatimattomammissa oppilaitoksissa, arviointiperusteista tiedottaminen yksinään ei tietenkään takaa opiskelijoiden oikeudenmukaista kohtelua jatko-opintoihin hakeutumisvaiheessa.

Hyvin harvoissa oppimistulosten arviointihankkeissa on ollut aikataulullisista syistä johtuen mahdollista selvittää oppilaiden lopullinen arvosana rekistereistä – poikkeuksina ovat tämän arvioinnin lisäksi Ouakrim-Soivion (2013) raportti nimenomaan arvosanoista ja Kuukan ja Metsämuurosen (2016) suomi toisena kielenä arviointi. Oppimistuloksiin liittyvät arvosanatarkastelut on yleensä

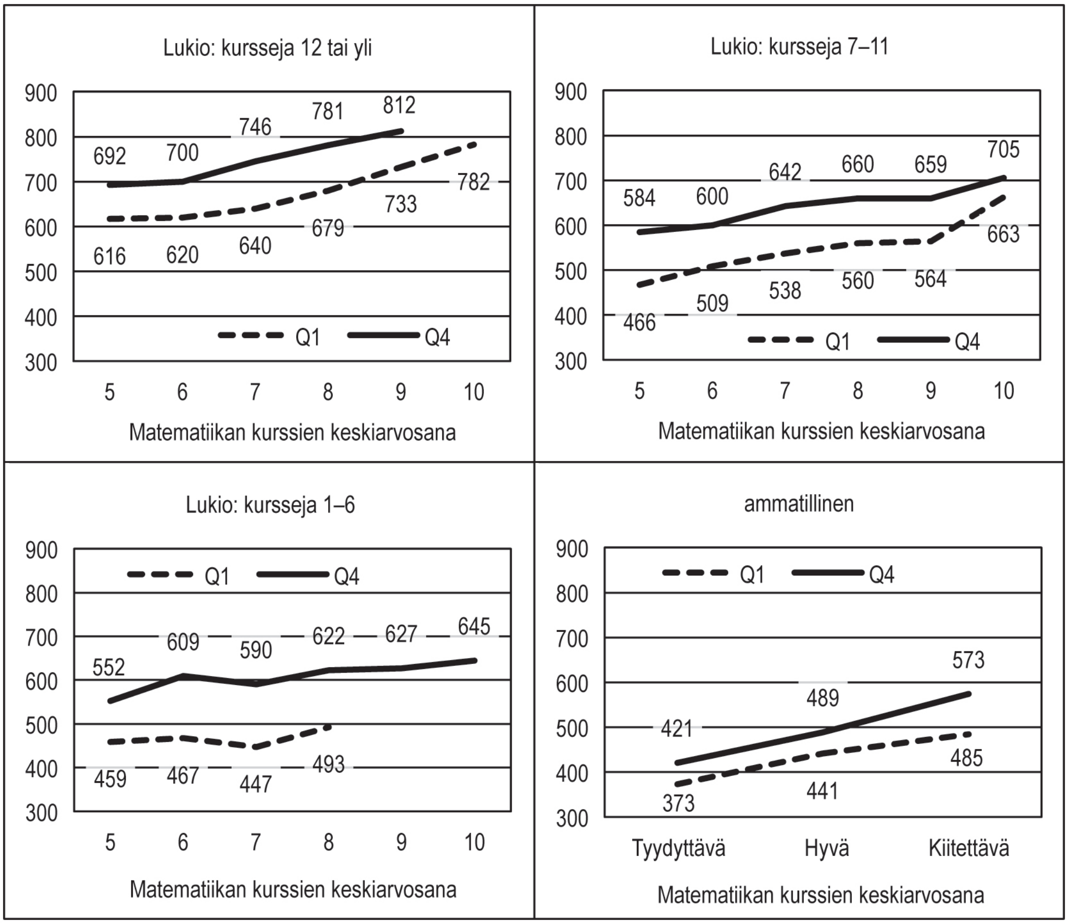
130 Kansallisen oppimistulosarvioinnin piirissä ilmiöön ovat varhempina vuosina kiinnittäneet huomiota mm. Hannén, 2001, 36; Korkeakoski, 2001, 84–85; Mattila, 2002, 90–91; Silverström, 2002, 101–104; Toropainen, 2002, 7, 102–104; Lappalainen, 2003, 100–107 ja uudemmissa arvioinneissa mm. Toropainen, 2010, 128; Ouakrim-Soivio, 2013; Ouakrim-Soivio & Kuusela, 2012, 110–112; Kärnä, Hakonen & Kuusela, 2012, 148–150.

tehty perustuen oppilaan muistamaan, viimeisimpään arvosanaan. Tässä arvioinnissa käytettiin opiskelijatietojärjestelmästä saatua opiskelijoiden kurssiarvosanojen keskiarvoa heijastamaan oppilaitoksessa annettavia arvosanoja.

Arvosanalinjat eivät kohtaa eritasoisissa lukioissa ja ammatillisen koulutuksen järjestäjillä

Tarkastellaan aluksi koulutuksen antajan arvosanalinjaa sillä perusteella, että jaetaan koulutuksen antajat opiskelijoiden keskimääräisen osaamisen suhteen kvartiileihin erikseen ammatillisessa koulutuksen ja lukiokoulutuksessa eri kurssimäärien ryhmissä.[131] Q1 viittaa heikoimpia suorituksia saaneisiin lukioihin ja ammatillisen koulutuksen järjestäjiin ja Q4 viittaa korkeimpia keskiarvoja saaneisiin lukioihin ja ammatillisen koulutuksen järjestäjiin. Tarkastellaan osaamista ja arvosanoja äärikvartiileissa: verrataan toisiinsa alinta ja ylintä kvartiilia (Q1 ja Q4) ja kysytään, vaaditaanko Q4-kvartiilissa enemmän osaamista arvosanoihin kuin Q1-kvartiilissa. Eri kurssimäärien profiilit on koottu kuvioon 4.57.

131 Lähtökohtaisesti ajatellaan, että lukio voisi olla erittäin hyvä tuottamaan korkeaa osaamista niille, jotka valitsivat pitkän matematiikan kursseja, mutta saattaisi olla heikompi tuottamaan korkeaa osaamista niille, jotka päätyvät suorittamaan vain minimimäärän matematiikan kursseja lyhyessä oppimäärässä. Näin kvartiilit haettiin erikseen kuhunkin kolmeen ryhmään. Kvartiilijakoa laskettaessa otettiin huomioon vain ne lukiot, joilta aineistossa oli 4–5 opiskelijaa tai enemmän riippuen siitä, kuinka paljon lukioita jäi aineistoon. Kuvion 4.57 pääviesti ei muutu vaikka kvartiilit olisi muodostettu niin, että myös pienet lukiot olisivat olleet mukana.



KUVIO 4.57. Oppilaitoksen tason yhteys kurssiarvosanoihin ja osaamiseen

Kuvio 4.57 vahvistaa saman trendin perusopetuksessa kuin toisen asteen koulutuksessa: yleisesti ottaen parhaimpia tuloksia saavilla kouluttajilla on taipumusta vaatia enemmän osaamista arvosanaan kuin heikoimmin menestyneillä kouluttajilla. Ilmiö on ilmeinen erityisesti lukioissa, mutta se havaitaan selvästi myös ammatillisessa koulutuksessa. Erot arvosanaryhmien välillä ovat erittäin merkittäviä.[132] Erojen merkittävyys havainnollistuu, kun katsotaan kuvioita erikseen pysty- ja vaakasuunnassa.

Pystysuunnassa, arvosanojen kannalta tarkastellen, lukion matematiikan lyhyen oppimäärän pakolliset kurssit suorittaneiden ryhmässä erot ääriryhmien välillä kuvaavat tilannetta karkeimmin. Ryhmässä, jossa suoritettiin 1–6 kurssia, arvosanaan 8 on parhaita tuloksia saaneissa lukioissa (Q4) edellytetty 622 yksikön osaamista, kun heikoimpia tuloksia saaneissa lukioissa (Q1) saman arvosanan on saanut 493 yksikön osaamisesta eli 129 yksikköä vähäisemmällä osaamisella. Tämä

132 Efektikoot vaihtelevat lukiossa f = 0,41–1,67 riippuen kurssien määrästä ja arvosanasta. Esimerkiksi alle 7 kurssia suorittaneiden ryhmässä arvosanan 6 osalta f = 1,67, arvosanan 7 osalta f = 1,55 ja arvosanan 8 osalta f = 1,51. Erot arvosanaryhmien välillä ovat siis erittäin merkittäviä.

vastaa *kuuden vuoden* eroa lyhyen oppimäärän ryhmän muutokseen suhteutettuna. Vastaavasti 7–11 kurssia suorittaneiden ryhmässä arvosanaan 8 on parhaita tuloksia saaneissa lukioissa edellytetty 660 yksikön osaamista, kun heikoimpia tuloksia saaneissa lukioissa saman arvosanan on saanut 560 yksikön osaamista eli 100 yksikköä vähäisemmällä osaamisella. Tämä vastaa *viiden vuoden* osaamisen eroa. Edelleen pitkän matematiikan kursseilla arvosanaan 8 on pitänyt parhaita tuloksia saaneissa lukioissa osata 746 verran mutta heikoimpia tuloksia saaneissa vain 679 eli 67 yksikköä enemmän, mikä vastaa *kahden ja puolen vuoden* osaamisen eroa. Huomataan myös, että tasoltaan hyvien lukioiden arvosana 8 *pakollisissa* matematiikan opinnoissa vastaa lähes samaa kuin heikoimpien lukioiden *pitkän* matematiikan arvosanan 8 osaamisen tasoa. Ero parhaita ja heikoimpia tuloksia saaneiden lukioiden arvosanan annon tendenssissä on siis erittäin merkittävä.

Kuvioita vaakasuunnassa arvioiden, arvosanoissa vaadittavan osaamisen kannalta tarkasteltuna, erot parhaimmin suoriutuneiden ja heikoimmin suoriutuneiden kouluttajien välillä ovat myös dramaattiset. Lukiokoulutuksessa heikoimmin suoriutuneiden oppilaitosten parhaita arvosanoja saaneet opiskelijat ovat heikompia kuin parhaita tuloksia saaneiden lukioiden *heikoimpia* arvosanoja saaneet opiskelijat. Suurimmillaan ero on lukion 7–11 kurssia suorittaneiden opiskelijoiden ryhmässä, jossa heikoimpia suorituksia saaneissa lukioissa (Q1) arvosanan 9 saaneiden osaamisen taso on 564 yksikköä – kohtuullisen korkea ja selvästi 9. luokan keskitulosta parempi. Huomataan kuitenkin, että parhaimmin menestyneissä lukioissa (Q4) jo arvosanan 5 saaneet opiskelijat olivat tätä korkeammalla tasolla (584). Samoin matematiikan pitkän oppimäärän suorittaneiden ryhmässä (kursseja 12 tai enemmän) arvosanan 8 saaneiden osaamisen taso on alakvartiilissa 679 kun parhaimmin menestyneissä lukioissa arvosanan 6 saaneet opiskelijat olivat yli 13 yksikköä korkeammalla tasolla (692). On oikeutettua sanoa, että *riippumatta suoritettujen kurssien määrästä lukion matematiikan päättöarvosanojen tasoissa on huomattavia eroja lukioiden välillä, mikäli päättöarvosanat perustuvat kursseilla saataviin arvosanoihin*.

Lukioissa arvosanojen ja osaamisen vastaamattomuudelle parhaimmin ja heikoimmin menestyneiden kouluttajien välillä on ilmeinen selitys. Parhaissa lukioissa opiskelijoiden taso on korkea eikä edellisen tunnin asioiden kertaamiseen tai läksyjen yhteydessä epäselviksi osoittautuneisiin asioihin ole tarpeen käyttää aikaa. Näin opetettava aines muodostuu vaativammaksi kuin tasoltaan heikommissa kouluissa, joissa suuri osa oppitunnista saattaa mennä edellisen tunnin kotiläksyjen käsittelemiseen. Parhaissa lukioissa perusoppitunneilla edetään siis huomattavan paljon pidemmälle kuin heikoimmissa lukioissa. Kun sitten opettaja pitää kurssitestejä, ne eivät perustu aivan perusasioihin vaan opiskelijoiden kanssa käsiteltyihin asioihin – jotka ovat nyt korkeammalla tasolla kuin heikommin menestyneissä lukioissa. Parhaiden lukioiden testeissä ei kysytä yksinkertaisia perusasioita, jotka kaikki hyvän koulun opiskelijat ratkaisisivat oikein, vaan vaativampia asioita, joiden osaamisessa syntyy eroja. Kun arvosanalla on taipumusta perustua kurssiarvosanoihin, jopa arvosanan 5 saaneiden opiskelijoiden osaamisen taso on huomattavan korkea verrattuna heikoimpien lukioiden arvosanan 5 opiskelijoihin.

Näyttää siis ilmeiseltä, että ylioppilaskokeella ei ole homogenisoivaa vaikutusta arvosanan antamiseen lukioissa – jos olisi, kvartiilit eivät poikkeaisi toisistaan. Sen sijaan näyttää siltä, että eritasoisissa kouluissa käytetään jonkinlaista normaalijakaumaan perustuvaa ajattelua arvosanoja annettaessa – oppilaitoksen heikoimmille on taipumusta antaa matalia arvosanoja ja parhaat saavat parhaita arvosanoja sen perusteella, miten he ovat menestyneet kurssikokeissa riippumatta heidän todellisesta, vertailukelpoisesta osaamisestaan. Koska tuloksiltaan parhaissa ja heikoimmissa lukioissa kurssikokeet ovat todennäköisesti hyvin eritasoisia, absoluuttista ja vertailukelpoista osaamisen tasoa ei saada selville. Tämä saadaan selville vasta ylioppilaskokeen kautta. *Voisiko olla hyödyllistä, että esimerkiksi MAOL:in lukiokokeiden tapaisia yhtenäisiä kokeita käytettäisiin osana arvosanojen muodostumista lukioissa tai että ylioppilaskokeen arvosanaa käytettäisiin kalibroivana tekijänä lopullista arvosanaa annettaessa?*

Kuvan 4.57 perusteella on ilmeistä, että sama tendenssi näkyy myös ammatillisen koulutuksen aineistossa luin lukioaineistossakin: parhaimpia suorituksia tuottaneilla koulutuksen järjestäjillä kiitettävään (K) suoritukseen on vaadittu 573 yksikön verran osaamista kun heikoimpia suorituksia tuottaneilla järjestäjillä on kiitettävään suoritukseen riittänyt 485 yksikön osaamisen taso – ero on siis 88 yksikön luokkaa, mikä lyhyen matematiikan tilanteeseen muutettuna vastaa noin *neljän vuoden* osaamisen eroa. Osaaminen, jolla parhaissa oppilaitoksissa saa hyvän, johtaa toisessa oppilaitoksessa taitotasoon kiitettävä ja päinvastoin.

Vertailukelpoinen osaamisen taso voidaan mallittaa ylioppilaskoetietojen perusteella

Edellä kuvatun perusteella on siis ilmeistä, että lukioiden päättötodistusarvosanoja ei voi suoraan verrata toisiinsa. Luvussa 4.3.2 esitettiin yksinkertainen malli, jossa lukio-opiskelijan todellinen osaamisen taso voitiin karkeasti arvioida suoritettujen kurssien ja näissä saanut keskiarvosanan perusteella. Malli selitti todellisesta osaamisesta 59 %. Lisätään malliin myös tieto lukion tasosta – tämä voidaan päätellä lukion keskiosaamisen perusteella ylioppilaskokeessa (ks. Liite 2).[133] Saadaan seuraava malli:

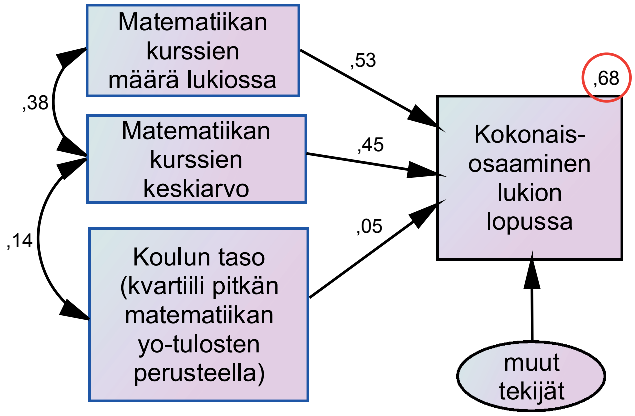
Osaamisen taso = 181,02 + 16,72 x Matematiikan kurssien määrä + 34,29 x Matematiikan kurssien keskiarvosana + 7,82 x lukion kvartiilisijoittuminen pitkän matematiikan yo-kirjoitusten arvosanakeskiarvon perusteella (= koulun taso ryhmiteltynä neljään luokkaan)

Malli selittää aineistossa osaamisen tasosta 60 %.[134] Voimme siis ennustaa, että opiskelijan, joka oli suorittanut 12 kurssia keskiarvosanoilla 10 ja joka tuli ylioppilaskokeen pitkän matematiikan osaamisen suhteen parhaimpaan neljännekseen kuuluvasta lukiosta (ks. liite 2) eli mallissa asteikolla 0–3 sai arvon 3, osaamisen taso olisi karkeasti 181,02 + 16,7 x 12 + 34,3 x 10 + 7,8 x 3 = 748. Vastaavasti samalla arvosanalla osaamisen tasoltaan heikoimman neljänneksen lukiosta tulleen opiskelijan osaamisen taso olisi karkeasti 181,02 + 16,7 x 12 + 34,3 x 10 + 0 = 725. Opiskelijan, joka olisi suorittanut vain 6 kurssia ja saanut niistä keskiarvosanan 10 ja joka tuli ylioppilaskokeen pitkän matematiikan osaamisen tasoltaan parhaimpaan neljännekseen kuuluvasta lukiosta, osaamisen taso olisi karkeasti 181,02 + 16,7 x 6 + 34,3 x 10 + 7,8 x 3 = 610. Tämän kaltaista mallia voitaisiin käyttää tarkentavana mallina, mikäli lukion matematiikan

133 Mallia rakennettaessa kokeiltiin erilaisia luokitteluja – esimerkiksi yhtäältä kvartiileja, kvintiilejä ja desiileja, toisaalta pitkän ja lyhyen oppimäärän ja kolmanneksi arvosanan ja kokonaispistemäärän tuottamia tunnuslukuja. Näistä pitkän matematiikan oppimäärän kvartiilijako osoittautui kurssien lukumäärän ja kurssiarvosanojen lisäksi parhaimmaksi lisäselittäjäksi. Lisäselitysaste ei kuitenkaan ole huomattava – vajaan yhden prosentin luokkaa.
Lukioiden luokittelu on karkea – ja halutaan sellaisena pitääkin, koska oppilaitosten järjestys saattaa muuttua vuosien varrella ikäkohortista riippuen. Karkeutta lisää se, että aineistoa ei ole kvartiilijakoa varten puhdistettu. Ylioppilaskoeaineistossa on nimittäin paljon kokelaita, joilta on useampia suorituksia – hylättyjä ja korotettuja. Yksilödataa varten aineisto puhdistettiin ja näistä vaihtoehdoista valittiin opiskelijan paras suoritus. Tässä puhdistamista ei ole tehty – oletetaan, että virheellisten havaintojen jakauma on samanlainen kaikissa lukioissa.

134 Lineaarinen Regressioanalyysi, Stepwise regression, $R = 0,78$, $R^2 = 0,60$, $R2_{Adj} = 0,60$

päättöarvosanaa käytetään korkeakoulun hakutilanteessa sisäänottoperusteena. Jos malliin lisätään tieto siitä, että kurssien keskiarvo ja kurssien määrä korreloivat $r = 0{,}38$ verran ja lukion sijoittuminen kvartiileihin korreloi kurssien keskiarvosanaan $r = 0{,}14$ verran, malli selittää 68 % osaamisen tasosta (kuvio 4.58).



KUVIO 4.58. Lukion päättövaiheen osaamisen tason selittäminen matematiikan kurssien määrällä, kurssien keskiarvosanalla ja koulun yleisellä tasolla (polkumalli)

Vertailukelpoinen arvosana voidaan mallittaa ylioppilaskoetietojen perusteella

Toinen näkökulma arvosanojen vertailtavuuteen syntyy *päättöarvosanan* yhdenvertaisuudesta. Opiskelijoiden hakutilanteessa olisi oikeudenmukaista, että päättötodistusten arvosanat olisivat alun perinkin enemmän toistensa kaltaisia riippumatta siitä, onko lukion vaatimustaso korkea vai matala ja riippumatta siitä, onko kyse pitkän vai lyhyen oppimäärän suorittamisesta. Erityisesti epäoikeudenmukaisena tilanne näyttäytyy niiden opiskelijoiden kannalta, jotka opiskelivat vaatimustasoltaan korkeassa lukiossa, mutta joiden arvosana oli matala. Heidän osaamisen tasonsa voi vastata samaa kuin matalan vaatimustason lukioissa arvosanan 9 tai 10 saaneilla opiskelijoilla. Toisaalta on ilmeistä, että lukioissa lyhyen oppimäärän minimikurssimäärän suorittaneiden arvosanat eivät vastaa – eikä pidäkään vastata – pitkän oppimäärän suorittaneiden arvosanoja; hakutilanteissa ei kuitenkaan välttämättä aina huomioida sitä, kuinka monta kurssia matematiikkaa päättötodistuksen taustalla on.

Yhdenmukaisen arvosanan mallittamista varten kullekin opiskelijalle laskettiin ensin arviointikokeessa menestymisen perusteella harmonisoitu ”korjattu arvosana”.[135] Toisessa vaiheessa tätä harmonisoitua arvosanaa selitetään olemassa olevilla tiedoilla – yhtenäistävää koettahan ei ole käytettävissä, mikäli opiskelija ei kirjoittanut matematiikan ylioppilaskoetta. Tunnetaan opiskelijan osaamisen taso ylioppilaskokeen suoritusten perusteella (tai annetaan arvo 0, mikäli ei läpäissyt tai kirjoittanut koetta), hänen suorittamiensa kurssien lukumäärä ja koulun kvartiilitaso

135 Ensin laskettiin kussakin arvosanaluokassa keskimääräinen koepistemäärä koko lukioaineistossa. Tämän keskiarvon ympärille laskettiin korjatun arvosanan alaraja kahden arvosanan puoliväliin. Jos siis arvosanan 5 saaneiden keskiarvo oli 507 ja arvosanan 6 saaneiden keskiarvo 569, arvosanan 6 alarajaksi määriytyy (569 + 507)/2 = 538. Uusi, korjattu arvosana luotiin siis mekaanisesti osaamisen tason perusteella. Lähtökohtaisesti oletetaan, että opiskelija teki kokeen tosissaan ja pistemäärä heijastaa todellista osaamista, mikä ei tietenkään pidä paikkaansa kaikkien opiskelijoiden osalta, mutta toimii mallinnuksessa riittävällä tarkkuudella päätöksenteon pohjana. Korjattu arvosana laskettiin kokonaisuutena koko aineistoon riippumatta suoritettujen kurssien määrästä.

matematiikan pitkän ja lyhyen oppimäärän suorittaneilla opiskelijoilla (ks. liite 3). Näiden tietojen avulla voidaan kohtuullisella varmuudella ennustaa, mikä voisi olla opiskelijan (tuntematon, mutta lukioiden välillä vertailukelpoinen) arvosana.

Tarkastellaan aluksi niitä opiskelijoita, jotka kirjoittivat joko matematiikan lyhyen tai pitkän oppimäärän ylioppilaskokeen. Mikäli opiskelija sai hylätyn suorituksen, hänelle annetaan arvosanaksi 0, *Abbrobatur* antaa arvon 1 jne. kunnes *Laudatur* antaa arvon 6.[136] Tilastollisesti paras malli vertaistamaan *ylioppilaskokeeseen osallistuneet* opiskelijat on seuraava:

Vertaistettu matematiikan arvosana = 3,15 + 1,77 x kirjoittiko pitkän (2), lyhyen(1) vai ei lainkaan matematiikkaa (0) + 0,58 x ylioppilaskokeen arvosana (asteikolla 0–6, 0 = ei osallistunut tai ei läpäissyt, 6 = *Laudatur*)

Tämä yksinkertainen malli selittää korjatusta arvosanasta 61 %.[137] Voimme siis karkeasti ennustaa, että opiskelijan, joka kirjoitti *pitkän* matematiikan ylioppilaskokeen (2) ja sai arvosanakseen *Eximian* (5), vertaistettu arvosana olisi laskennallisesti 3,15 + 1,77 x 2 + 0,58 x 5 = 9,6 = 10. Vastaavasti opiskelija, joka kirjoitti *lyhyen* matematiikan ylioppilaskokeen (1) ja sai arvosanakseen *Eximian*, saisi vertaistetuksi arvosanakseen 3,15 + 1,77 x 1 + 0,58 x 5 = 7,8 = 8 (taulukko 4.25). Ääritilanteessa malli tuottaa kouluarvosanaan nähden hieman ylisuuria arvosanoja (suurempia kuin 10). Nämä harmonisoidaan arvosanaksi 10. Pienimmäksi arvosanaksi malli antaa arvosanan 4,9 eli 5 opiskelijalle, joka kirjoitti ylioppilaskokeen lyhyen oppimäärän mukaan, muttei hyväksyttyä suoritusta.

TAULUKKO 4.25. Vertailukelpoinen arvosana matematiikan lyhyeen ja pitkään oppimäärään ylioppilaskokeen tuloksen perusteella

pitkä matematiikka			lyhyt matematiikka		
yo-kokeen arvosana	yo-kokeen pisteet[1]	vertaistettu arvosana	yo-kokeen arvosana	yo-kokeen pisteet[1]	vertaistettu arvosana
I	0	6,7	I	0	4,9
A	1	7,3	A	1	5,5
B	2	7,8	B	2	6,1
C	3	8,4	C	3	6,6
M	4	9,0	M	4	7,2
E	5	9,6	E	5	7,8
L	6	10	L	6	8,4

1) huomaa, että pistemäärä ei ole identtinen varsinaisessa ylioppilaskokeessa saatavien pisteiden kanssa. Ylioppilaskokeessa A = 2 B = 3, jne

Taulukon 4.25 perusteella voidaan arvioida, että matematiikan pitkän ja lyhyen oppimäärän ylioppilaskoearvosanoissa on karkeasti kolmen arvosanan ero. Esimerkiksi lyhyen matematiikan Laudaturiin tarvitaan teoriassa suurin piirtein yhtä paljon osaamista kuin pitkän matematiikan Cum laude -suoritukseen. Aivan näin yksinkertainen asia ei tietenkään ole, mutta karkealla tasolla tieto lienee riittävä.

136 Huomaa, että pistemäärä ei ole identtinen varsinaisessa ylioppilaskokeessa saatavien pisteiden kanssa. Ylioppilaskokeessa A = 2 B = 3, jne., L = 7

137 Lineaarinen regressioanalyysi, $R = 0,78$, $R^2 = 0,61$, $R^2_{Adj} = 0,61$

Edellinen malli ei pysty ennustamaan niiden opiskelijoiden arvosanaa, jotka eivät kirjoittaneet matematiikkaa lainkaan – heille kaikille malli ennustaa arvosanaa 4 (tai itse asiassa 3.15). Heitä varten esitellään toinen malli. Kun otetaan huomioon se, että isolta osalta lyhyen matematiikan minimikurssimääriä suorittaneilta ei ole käytettävissä ylioppilaskoearvosanaa, voidaan käyttää muuta tietoa heidän arvosanojensa saamiseksi vertailukelpoisiksi lyhyen ja pitkä matematiikan ylioppilaskokeen suorittaneiden kanssa. Tilastollisessa mielessä parhaassa mallissa tarvitaan tieto kurssimäärästä sekä koulun tasosta:

Vertaistettu matematiikan arvosana opiskelijoille, jotka eivät kirjoita matematiikan yo-koetta = 3,13 + 0,36 x matematiikan kurssien määrä + 0,29 x lukion kvartiilisijoittuminen PITKÄN matematiikan yo-kokeen perusteella (0–3)

Tämä malli selittää korjatusta arvosanasta 42 %.[138] Voimme siis ennustaa, että opiskelijan, joka ei kirjoittanut matematiikan ylioppilaskoetta lainkaan, mutta joka suoritti minimimäärän (6 kurssia) matematiikkaa lukiossa ja joka tuli parhaiden pitkän matematiikan tuloksia saaneiden lukioiden joukosta (3), vertaistettu arvosana olisi laskennallisesti 3,13 + 0,36 x 6 + 0,29 x 3 = 6,2. Vastaavasti heikoimman neljänneksen lukioista tulleen opiskelijan vertaistettu arvosana olisi 3,13 + 0,36 x 6 + 0,29 x 0 = 5,3 (taulukko 4.26).

TAULUKKO 4.26. Vertailukelpoinen arvosana matematiikan lyhyeen oppimäärään opiskelijoille, jotka eivät kirjoita matematiikan ylioppilaskirjoituksia

Kurssien määrä	Lukion taso[1]	vertaistettu arvosana	Kurssien määrä	Lukion taso[1]	vertaistettu arvosana
6	0	5,3	9	0	6,4
6	1	5,6	9	1	6,7
6	2	5,9	9	2	7,0
6	3	6,2	9	3	7,3
7	0	5,7	10	0	6,8
7	1	6,0	10	1	7,1
7	2	6,3	10	2	7,3
7	3	6,5	10	3	7,6
8	0	6,0	11	0	7,1
8	1	6,3	11	1	7,4
8	2	6,6	11	2	7,7
8	3	6,9	11	3	8,0

1) lukion sijoittuminen kvartiileihin PITKÄN matematiikan keskimenestyksen mukaan (ks. Liite 2). 0 = alin kvartiili – 3 = ylin kvartiili

Vertaamalla taulukkoja 4.25 ja 4.26 voidaan päätellä, että osaamisen näkökulmasta heikoinkaan pitkän matematiikan kurssien suorittanut opiskelija ei saa alle 7:n arvosanaa, mikäli on edes yrittänyt kirjoittaa pitkän oppimäärän ylioppilaskokeen. Toisaalta paraskaan lyhyen matematiikan suorittanut ei saavuta 8 korkeampaa arvosanaa. Niiden ryhmässä, jotka eivät kirjoita matematiikan ylioppilaskoetta, osaamisen taso minimikursseilla näyttää vastaavan arvosanan 5 tai 6 tasoa riippuen siitä, tuleeko hän tasoltaan vaativasta vai heikommasta lukiosta.

138 Lineaarinen regressioanalyysi, R = 0,65, R2 = 0,42, $R2_{Adj}$ = 0,42. Edellinen malli oli oleellisesti parempi ($R2_{Adj}$ = 0,61) ja yksinkertaisempi, kun analyysissa huomioituivat vain lyhyen ja pitkän matematiikan kirjoittaneet opiskelijat. Nyt selitysaste heikkenee, koska mukana on kokeessa kohtuullisen hyvin menestyneitä opiskelijoita, joilta ei ollut ylioppilaskoetietoa.

5
Finlandssvenska studerandes matematikkunskaper på andra stadiet

Jari Metsämuuronen & Chris Silverström

I materialet ingick 252 personer (12,3 %) som studerade vid gymnasier och yrkesläroanstalter där undervisningsspråket är svenska: 121 kvinnor och 131 män. Av dessa studerande bedrev 38 procent yrkesinriktade studier medan 61 procent studerade vid gymnasier.

Kunskaperna i matematik divergerar rätt tidigt. Redan när de finlandssvenska eleverna inleder sin skolgång klarar sig de som senare kommer att skriva lång eller kort matematik i studentexamen bättre i matematiska uppgifter än de elever som senare väljer en yrkesorienterad utbildning eller avlägger det minsta möjliga antalet matematikkurser i gymnasiet. När det gäller dessa kunskapsklyftor finns det en betydande skillnad mellan det finska och det svenska materialet.

I det finska materialet avvek de som senare valde den långa lärokursen i matematik redan tidigt från övriga grupper. Så var inte fallet med det svenska materialet. I det svenska materialet kan man inte se skillnader i matematikresultat för de studerande som senare väljer lång och kort lärokurs i matematik före början av årskurs 6. Elevernas kommande val av gymnasielärokurs är alltså svårare att förutse utgående från resultaten i de lägre klasserna i det svenska än i det finska materialet. I totalmaterialet finns det inga skillnader i de matematiska kunskaperna mellan finska (n = 1 799) och finlandssvenska studerande i slutet av andra stadiet.

Såväl bland gymnasisterna som bland dem som bedrev yrkesinriktade studier presterade männen klart bättre än kvinnorna. Det här syns särskilt i den grupp som valt lång lärokurs i matematik. I slutet av det andra stadiet var 35 procent av dem som presterade bäst i matematik kvinnor och 65 procent män.

För matematikens del observeras inte någon betydande och systematisk regional ojämlikhet i studieresultaten i slutet av andra stadiet.

I andra grupper av gymnasiestuderande än den som valt lång matematik innebar det en fördel på ca 30 enheter om den studerandes båda föräldrar hade studentexamen. Skillnaden var lika stor redan i årskurs 9. I det svenska materialet uppträder det här fenomenet på samma sätt som i det finska: den fördel som det innebär att föräldrarna har studentexamen verkar bli större just i årskurserna 7–9 i grundskolan, medan den i praktiken inte längre växer under utbildning på andra stadiet.

Detta kapitel är en sammanfattning av särskilt intressanta resultat för Svenskfinlands del i den longitudinella utvärderingen i matematik. Fokus i utvärderingen ligger på hur studerande i slutet av andra stadiet klarar av att lösa matematikuppgifter som till största delen är baserade på läroplansgrunderna för den grundläggande utbildningens högre klasser. Utvärderingen handlar alltså om hur elevernas matematikkunskaper från grundskolan befästs under andra stadiet, men också om förändringen av matematikkunskaper för olika elevgrupper mellan årskurs 3 i grundskolan och slutet av andra stadiet.

Insamlingen av data genomfördes våren 2015 i den svenskspråkiga gymnasie- och yrkesutbildningen parallellt med motsvarande insamling i finskspråkiga läroanstalter. Samma studerande hade tidigare deltagit i liknande mätningar tre gånger i grundskolan. Mätningarna genomfördes då de studerande gick i årskurserna 3, 6 och 9, det vill säga åren 2005, 2008 och 2012.

I kapitlet behandlas de finlandssvenska studerandenas matematikkunskaper i slutet av andra stadiet samt den förändring som har skett i förhållande till de tidigare mätningarna. De svenska studerandenas resultat behandlas även på finska i avsnitt 4.2.2. Kapitel 5 innehåller ändå ytterligare analyser som är av särskild betydelse för matematikundervisningen inom den finlandssvenska utbildningen.

För att läsaren ska kunna skapa sig en helhetsuppfattning av utvärderingen beskriver vi först de metoder och mätinstrument och det sampel som använts i utvärderingen.

5.1 Metodval

5.1.1 Kurser och mål i matematik inom gymnasie- och yrkesutbildningen

Med tanke på tolkningen av resultaten är det viktigt att komma ihåg att antalet matematikkurser och deras omfattning varierar mycket mellan olika utbildningar på andra stadiet. Här ges som introduktion en kort sammanfattning av matematikundervisningen i gymnasie- och yrkesutbildningen.

Inom gymnasieutbildningen har deltagarna följt läroplansgrunderna från år 2003. I Grunderna för gymnasiets läroplan (UBS, 2003b, 120) beskrivs syftet med gymnasieundervisningen i matematik så här:

”[s]yftet med undervisningen i matematik är att introducera matematikens grundidéer och strukturer samt modeller för matematiskt tänkande för de studerande. … De studerande skall sporras att utveckla kreativa lösningar på matematiska problem. I undervisningen undersöks sambanden mellan matematiken och vardagslivet och möjligheter att utveckla de studerandes personlighet utnyttjas medvetet. Det innebär bland annat att man styr de studerandes intresse, sporrar dem att experimentera och stimulerar dem att söka efter kunskap.”

Den långa lärokursen i matematik omfattar tio obligatoriska kurser och dessutom finns det tre fördjupade kurser (Tabell 5.27). Utöver dessa får skolorna erbjuda ytterligare kurser. I materialet ingick studerande som enligt studieregistret hade avlagt 21, 23 eller rent av 26 kurser i lång matematik. I den korta lärokursen i matematik är sex kurser obligatoriska. Dessutom finns det två valfria kurser.

TABELL 5.27. Obligatoriska och fördjupade kurser i matematik i gymnasieutbildningen och deras motsvarigheter i yrkesutbildningen (UBS, 2003b, 121–130; 2009b, 107)

Den långa lärokursen i matematik (A)	Den korta lärokursen i matematik (B)	Matematik inom yrkesutbildningen
obligatoriska kurser	obligatoriska kurser	ersättande kurser
MAA1 Funktioner och ekvationer	MAB1 Uttryck och ekvationer	1 Uttryck och ekvationer (MAB1)
MAA2 Polynomfunktioner	MAB2 Geometri	2 Geometri (MAB2)
MAA3 Geometri	MAB3 Matematiska modeller I	eller
MAA4 Analytisk geometri	MAB4 Matematisk analys	2 Funktioner och ekvationer (MAA1)
MAA5 Vektorer	MAB5 Statistik och sannolikhet	och
MAA6 Sannolikhet och statistik	MAB6 Matematiska modeller II	3 Polynomfunktioner (MAA2)
MAA7 Derivatan	fördjupade kurser:	eller
MAA8 Rot- och logaritmfunktioner	MAB7 Ekonomisk matematik	3 Geometri (MAA3)
MAA9 Trigonometriska funktioner och talföljder	MAB8 Matematiska modeller III	
MAA10 Integralkalkyl		
fördjupade kurser:		
MAA11 Talteori och logik		
MAA12 Numeriska och algebraiska metoder		
MAA13 Fortsättningskurs i differential- och integralkalkyl		

Den studerande kan avlägga matematikstudierna enligt den långa lärokursen men ändå skriva provet för den korta lärokursen i studentexamen eller helt avstå från att skriva matematik i studentexamen. Efter 2005 har provet i matematik inte längre varit obligatoriskt i studentexamen. Ändå skriver drygt hälften av dem som deltar i studentskrivningarna (ca 60 % mellan åren 2007 och 2014) antingen provet i kort eller lång matematik (Studentexamensnämnden, 2015).[139]

Inom yrkesutbildningen anges i grunderna för yrkesinriktade examina (2009, 101) att de studerande ska behärska de elementära räkneoperationerna, procenträkning och omvandling av måttenheter och använda dessa färdigheter i räkneoperationer som anknyter till det egna yrket. De ska kunna räkna ut arealer och volymer och tillämpa geometri i den utsträckning det behövs i arbetet, använda lämpliga matematiska metoder för att lösa problem i anknytning till yrkesuppgifter, uttrycka relationer mellan variabler som matematiska uttryck, bilda och utarbeta ekvationer, uttryck, tabeller och ritningar samt lösa sådana matematiska uppgifter som behövs i arbetet med hjälp av ekvationer, slutledningar och grafer. De ska också kunna bedöma hur riktiga resultaten

139 Andelen är sannolikt något högre. Den har beräknats utifrån Studentexamensnämndens tabell genom en grov kalkyl där det antas att var och en som deltar i studentexamen skriver prov i bara fyra ämnen. Detta är minimiantalet. Beräknad på detta sätt varierar andelen i intervallet 58–61 %.

är, och använda räkneapparat, dator och vid behov andra matematiska hjälpmedel för att lösa matematiska problem. Enligt examensgrunderna motsvarar detta innehåll kurserna *Uttryck och ekvationer* (MAB1) och *Geometri* (MAB2) i gymnasiets korta lärokurs eller kursen *Funktioner och ekvationer* (MAA1) och en av kurserna *Polynomfunktioner* (MAA2) och *Geometri* (MAA3) i gymnasiets långa lärokurs.

5.1.2 Beskrivning av uppgifter och attitydmätning

Eftersom utvärderingen var gemensam för yrkes- och gymnasieutbildningen var det ändamålsenligt att förankra uppgifterna i de gemensamma studierna i årskurs 9. Det konstruerades två uppgiftsserier: en för gymnasiestuderande och en för studerande inom yrkesutbildningen. I båda serierna fanns sammanlagt 18 uppgifter, av vilka 14 (78 %) var samma uppgifter som de studerande redan hade utfört i provet i årskurs 9. Således stämde största delen av uppgifterna överens med läroplansgrunderna för den grundläggande utbildningen (UBS, 2004), medan en mindre del var valda enligt gymnasiets korta och långa lärokurs samt examensgrunderna inom yrkesutbildningen.

Alla deltagare inom gymnasieutbildningen skrev samma prov, oberoende av vilken lärokurs de hade följt. Till gymnasieprovet valdes förutom de gemensamma uppgifterna två uppgifter från gamla studentexamensprov i kort matematik och två från gamla studentexamensprov i lång matematik. Av uppgifterna var bara de två som gällde innehåll i gymnasiets långa lärokurs sådana som inte skulle ha kunnat lösas med de kunskaper som förutsätts i läroplansgrunderna för den grundläggande utbildningen.

Till provet för studerande inom yrkesutbildningen valdes förutom de 14 gemensamma uppgifterna två uppgifter som hade ingått i ett nationellt matematikprov för yrkesutbildningen år 1998. Dessutom ingick en uppgift från den korta lärokursen för gymnasiet som sammanhängde med ett praktiskt problem samt en jokeruppgift med en mycket svår uppgift i lång matematik som även ingick i gymnasieprovet.

I båda provversionerna ingick uppgifter som kunde föras till de fem innehållsområden i matematik. Dessa områden är algebra, funktioner, geometri, tal och räkneoperationer samt sannolikhet och statistik. Indelningen i områden följer grundskolans läroplansgrunder (UBS, 2004). Exempeluppgifter beskrivs närmare i avsnitt 2.2.2 (på finska).

I samband med utvärderingarna samlades uppgifter in om de studerandes språkliga bakgrund, stödet för matematikstudierna i hemmet, studievanorna, skoltrivsel och eventuell mobbning, lärarnas pedagogiska metoder och de studerandes attityder till matematiken som studieämne (tabell 5.28). Det mätinstrument som användes vid mätningen av attityder är detsamma som för årskurs 9 (att behärska, tycka om och ha nytta av matematik i tabell 5.28).

Den nya attitydskalan (känslotillstånd i matematikstudier) härrör från ett test utvecklat av Laura Tuohilampi, där de studerande skulle ange i vilken grad de associerade nio olika känslotillstånd (entusiasm, intresse, uttråkning, gillande, frustration, ilska, ångest, hjälplöshet, tillfredsställelse) med matematikstudierna. Känslotillstånden grupperades i två kategorier: positiva och negativa känslotillstånd. Variablerna sammanfördes också i ett sammanlagt positivt känslotillstånd (positivt känslotillstånd som helhet).

TABELL 5.28. Delområden som ingick i attitydmätningen

Attitydskalor	antal påståenden	antal poäng	reliabilitet (α) totala materialet	reliabilitet (α) gymnasium	reliabilitet (α) yrkesutbildning
att behärska matematik	5	20	0,86	0,86	0,87
att tycka om matematik	5	20	0,92	0,92	0,91
att ha nytta av matematik	5	20	0,83	0,83	0,83
helhetsattityd till matematik	15	60	0,92	0,92	0,91
familjens stöd för studierna	3	12	0,74	0,73	0,72
matematikängslan	3	13	0,75	0,76	0,74
känslotillstånd i matematikstudier – positiva känslotillstånd	5	20	0,90	0,90	0,90
känslotillstånd i matematikstudier – negativa känslotillstånd	4	16	0,86	0,86	0,86
känslotillstånd i matematikstudier – känslotillstånd som helhet (pos)	9	36	0,90	0,90	0,90

5.1.3 Urval och bortfall

I det totala material som samlades in ingick 2 051 studerande: 1 310 från gymnasier och 741 från yrkesläroanstalter. Antalet studerande från svenskspråkiga läroanstalter var 252. Av dem var 121 kvinnor och 131 män. De utgjorde sammanlagt 12,3 procent av det totala materialet. En andel på 6 procent hade legat närmare demografisk representativitet. Överrepresentationen beror på att studerande vid svenska läroanstalter avsiktligt översamplas för att det ska vara möjligt att rapportera tillförlitliga resultat också för denna grupp. I de insamlingar som gjorts i lägre årskurser har materialet från de svenskspråkiga skolorna utgjort ca 25–30 procent av alla svenskspråkiga skolor och elever.

I materialet ingick inte de 1 861 (48 %) av de potentiella respondenterna som trots att det erbjöds flera tillfällen valde att inte bidra till datainsamlingen. Av de tillfrågade vid svenskspråkiga läroanstalter lät 45 procent bli att svara. Då nästan hälften av de studerande inte ville delta i provet trots de tillfällen som gavs är bortfallet betydande. En central fråga är därför om de som inte svarade avvek från respondenterna på ett systematiskt sätt. Om de som valde att inte svara till sina egenskaper motsvarade dem som deltog i datainsamlingen, kan resultaten på goda grunder generaliseras till hela populationen. Om de som inte svarade däremot representerade särskilda grupper, såsom flickor eller pojkar, en viss språkgrupp, en viss typ av boenderegion eller de svagaste eller starkaste studerandena, måste man vara försiktigare med generaliseringar.

Bortfallet uppvisar en del systematiska drag som inte får någon förklaring. Det verkar som om kvinnorna i materialet från de svenskspråkiga gymnasierna har svarat lite samvetsgrannare (54 %) i datainsamlingen än männen (46 %) (tabell 5.29; jfr tabell 3.9 där motsvarande uppgifter för det totala materialet presenteras). Skillnaden mellan bortfallet och respondenterna är ungefär 12 procentenheter. I materialet från yrkesläroanstalterna har *männen* deltagit samvetsgrannare (62 %) i datainsamlingen än kvinnorna (38 %). I det svenska materialet är gymnasierna klart överrepresenterade (62 % i materialet och 48 % i målgruppen) och yrkesläroanstalterna underrepresenterade (38 % i materialet och 62 % i målgruppen).

TABELL 5.29. Valda variabler som beskriver materialet och uppgifter om variablernas fördelning

Variabel		Det svenska materialet (n)	% (n = 242)	Gymnasium n = 155 (%)	Yrkesutbildning n = 97 (%)
Läroanstaltens språk	svenska	252	12,3	61,5	38,5
Kön	man	131	52,8	54,2	45,8
	kvinna	121	47,2	69,4	30,6
Län/region	Södra Finland	95	37,6	43,9	27,8
(enl. tidigare länsindelning)	Västra Finland	157	62,3	56,1	72,1
Kommungrupp (enl. tidigare indelning av kommungrupper)	stad	102	40,5	50,3	24,7
	tätort	55	21,8	21,9	21,6
	landsbygd	95	37,7	27,7	53,6
Hemspråk	finska	25	10,0	13,0	5,2
	svenska	158	63,2	54,5	76,3
	annat	1	0,0	0,6	0,0
	finska och svenska	58	23,2	27,9	15,5
	svenska och annat	5	2,0	2,6	1,0
	finska, svenska och annat	4	1,6	1,3	2,1
Studentexamen bland föräldrar	ingendera föräldern	84	35,4	23,3	54,9
	den ena föräldern	80	33,8	37,0	28,6
	båda föräldrarna	73	30,8	39,7	16,5

Av respondenterna i svenska läroanstalter kom 62 procent från Västra Finland och 38 procent från Södra Finland. I Västra Finland var särskilt representanterna för yrkesutbildningsanstalterna aktiva med att få de studerande att delta i insamlingen av data – hela 72 procent av de studerande vid yrkesläroanstalter som svarade studerade i Västra Finland. Enligt den gamla länsindelningen hör också eleverna i Sydvästra Finland till Västra Finlands län. När det gäller gymnasierna är skillnaden mellan länen inte lika dramatisk: 56 procent av respondenterna kom från Västra Finland och 44 procent från Södra Finland. Gymnasiestuderandena kom ofta från städer (50 %) och studerandena vid yrkesläroanstalterna ofta från läroanstalter som verkar i landsbygdsmiljö (54 %). Av respondenterna hade 63 procent svenska som enda hemspråk, medan 10 procent var finskspråkiga och 23 procent var tvåspråkiga med svenska och finska som hemspråk.

Föräldrarnas utbildning har i UBS:s och NCU:s utvärderingar av inlärningsresultaten sedan 2011 brukat kartläggas med en enkel angivelse av om föräldrarna är studenter eller inte (Kuusela, 2011). Föräldrarnas studentexamen har uppenbart förklarat skillnader i kunskaperna (till exempel Metsämuuronen, 2013b). Hela det svenska materialet fördelar sig ganska jämnt mellan studerande vars båda föräldrar var studenter (31 %), studerande vars ena förälder var student (34 %) och studerande vars föräldrar inte var studenter (35 %).

Materialen från gymnasier och yrkesläroanstalter avviker tämligen klart från varandra i fråga om studentexamen bland föräldrarna. För 77 procent av de studerande i gymnasiematerialet var åtminstone en av föräldrarna student, medan motsvarande andel i materialet från yrkesläroanstalter var 45 procent. För drygt hälften (55 %) av de studerande vid yrkesläroanstalter var situationen alltså den att ingendera föräldern hade avlagt studentexamen. Redan detta indikerar en uppdelning av de studerande mellan yrkes- och gymnasieutbildning enligt föräldrarnas utbildning. I ljuset av statistiken kan man kanske fortfarande rent av tala om något slags ärftlighet när det gäller utbildning på andra stadiet. Man har också fäst uppmärksamhet på detta i studier som gäller intagning till högskolor (Kivinen & Rinne, 1995; Myrskylä, 2009; Ruohola, 2012; Suominen, 2013).

De ovan beskrivna faktorernas betydelse för uppkomsten av skillnader i matematikkunskaperna granskas i de följande avsnitten. I avsnitt 5.2 beskrivs kunskapsnivån och storleken på förändringen i kunskaperna samt attityderna på ett allmänt plan. I avsnitt 5.3 beskrivs kunskapsnivån och förändringarna i den med hänsyn till de centrala jämlikhetsvariablerna kön, kommungrupp och region. I avsnitt 5.4 granskas faktorer som har samband med den studerande, hemmet, familjen samt andra faktorer som förklarar kunskaperna eller hur de utvecklats.

5.2 Matematiska kunskaper och attityder till matematik i svenskspråkiga skolor

5.2.1 Skillnaderna i kunskaperna växer klart i de sista årskurserna i den grundläggande utbildningen samt på andra stadiet

Den insamlade informationen om kunskaperna i slutet av andra stadiet kan kopplas samman med informationen om elevernas kunskaper under tidigare år. På så vis är det möjligt att skapa en bild av hur skillnader i matematikkunskaperna utvecklas i olika skeden av skolgången. För den här jämförelsen används även informationen om huruvida den studerande fortsatte i en yrkesläroanstalt eller i ett gymnasium samt om hur många kurser i matematik den studerande tog i gymnasiet.

För gymnasieutbildningens del har antalet kurser som de studerande avlagt i gymnasiet delats in i följande tre klasser:

- färre än 7 kurser, dvs. de obligatoriska kurserna (de som bara avlägger dessa skriver sannolikt **inget matematikprov i studentexamen**),

- 7–11 kurser (de som avlägger detta antal kurser skriver sannolikt **provet i kort matematik i studentexamen**) och
- 12 eller fler kurser (de som avlägger detta antal kurser skriver sannolikt **provet i lång matematik i studentexamen**).

I avsnitt 5.4.1 diskuteras kursvalen närmare på finska.

Det förekommer skillnader i kunskapsnivån redan i ett mycket tidigt skede av skolgången (diagram 5.59; jfr även diagram 4.14, där trendinformation för det totala materialet beskrivs). Av det svenska materialet framgår att redan då eleverna inleder sin skolgång presterar de elever som senare skriver lång matematik i studentexamen bättre i matematiska uppgifter (kunskaper −101 enheter) än de elever som senare börjar studera vid en yrkesläroanstalt (−163 enheter). Skillnaden mellan medelvärdena i det svenska materialet är signifikant men inte betydande.[140] Jämfört med motsvarande grupper i det finska materialet står det också klart att de elever i det finska materialet som senare skriver lång matematik i studentprovet har en 86 enheter högre nivå än motsvarande elever i det svenska materialet då de inleder sin skolgång. Också bland de elever som senare går över till yrkesutbildning är nivån i det finska materialet 51 enheter högre vid skolstarten jämfört med samma grupp i det svenska materialet.

Om man bortser från de studerande som valt den långa lärokursen i matematik, vars medelvärden är klart högre än de övrigas, är skillnaderna mellan grupperna i det svenska materialet i absoluta tal minst i början av årskurs 6. Skillnaden i kunskaper är då bara 32 enheter, om de som senare väljer lång matematik utesluts. Men med beaktande av den lilla spridningen i materialet är skillnaden till och med mera betydande än i början av skolgången eller i början av årskurs 3, då variansen är större i materialen.[141]

I årskurserna 7–9 växer skillnaderna betydligt så att skillnaderna mellan grupperna i båda ändarna av spektret efter årskurs 9 är mycket betydande (147 enheter).[142] Och skillnaden växer ännu på andra stadiet (233 enheter), där de som valt lång matematik får ett betydande mervärde av sina studier.[143]

Av diagram 5.59 framgår också att kunskapsnivån bland dem som studerar vid yrkesläroanstalter inte ökar nämnvärt jämfört med den nivå som de uppnått i årskurs 9. Det samma gäller för dem som avlagt det minsta möjliga antalet matematikkurser i gymnasiet. I avsnitt 5.4.3, där inverkan av att föräldrarna är studenter diskuteras, preciseras informationen också i fråga om denna trend.

140 ANOVA $F(3; 219) = 4{,}642$, $p < 0{,}004$, $f = 0{,}06$
141 ANOVA $F(3; 237) = 23{,}24$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}29$
142 ANOVA $F(3; 248) = 39{,}23$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}47$
143 ANOVA $F(3; 248) = 101{,}19$, $p < 0{,}001$, $f = 1{,}22$

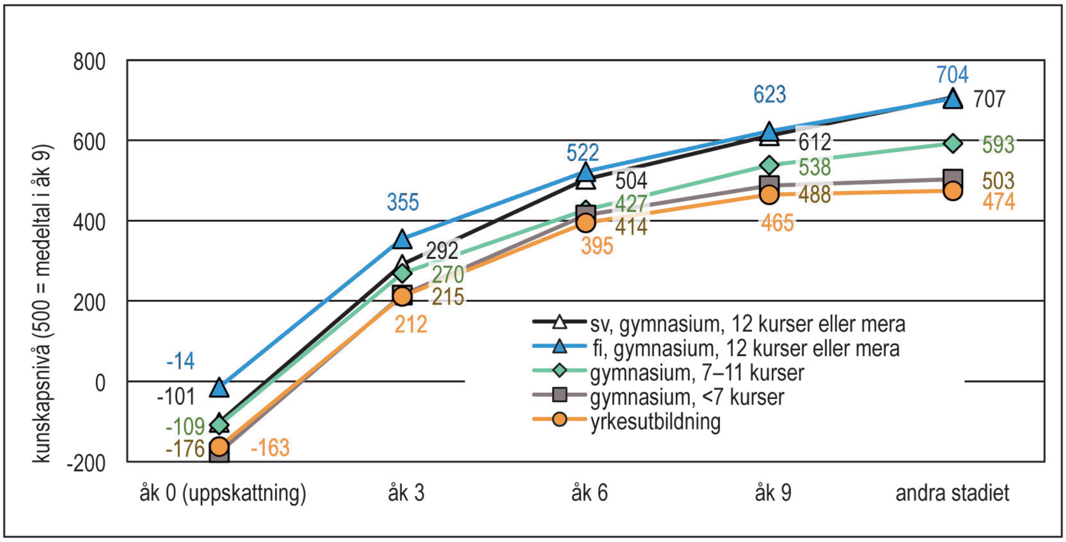


DIAGRAM 5.59. Förändringen i kunskaperna under 13 skolår hos svenskspråkiga utbildningsanordnare

I synnerhet i det finska materialet skiljde sig de som senare valde den långa lärokursen i matematik redan i de första årskurserna från övriga grupper. Så var det inte i det svenska materialet. I det svenska materialet kan man inte särskilja de studerande som valt lång och kort lärokurs i matematik från varandra utifrån deras kunskaper före början av årskurs 6. Lärostigen är alltså svårare att förutse i det svenska än i det finska materialet.

5.2.2 De svenskspråkigas kunskaper avviker inte från de finskspråkigas

I det totala materialet finns det varken betydande eller signifikanta skillnader i de matematiska kunskaperna mellan studerande från finskspråkiga (n = 1 799) och svenskspråkiga (n = 252) utbildningsanstalter i slutet av andra stadiet.[144] Inte heller i de studerandes attityder finns det några betydande skillnader.[145] Bortsett från små avvikelser utan betydelse observeras inte heller några praktiska skillnader mellan språkgrupperna när man studerar materialet från gymnasier och materialet från yrkesläroanstalter för sig.[146] Men när resultaten från slutet av andra stadiet kombineras med uppgifter om kunskaperna från tidigare år visar det sig att de svenskspråkiga på andra stadiet når samma kunskapsnivå som de finskspråkiga trots en klart lägre utgångsnivå (diagram 5.60).

144 För samtliga matematikområden var $p > 0,10$ och $f < 0,04$

145 Med undantag för komponenten nytta var $p > 0,14$ och $f < 0,06$ för alla attitydkomponenter. Det svenska materialet betonade nyttosynpunkterna lite kraftigare ($p = 0,009$), men skillnaden gentemot det finska materialet är inte betydande ($f = 0,06$).

146 Med undantag för området sannolikhet och statistik var $p > 0,36$ och $f < 0,03$ i gymnasiet för alla matematikområ-den. I yrkesutbildningen var $p > 0,12$ och $f < 0,06$ för alla matematikområden.

Det bör noteras att det nästan inte alls finns någon skillnad i utgångsläget i det svenska materialet mellan dem som senare skrev lång matematik (−101) och dem som skrev kort matematik (−109). Det samma gäller dem som senare började i en yrkesläroanstalt (−163) och dem som började i ett gymnasium och valde bara de obligatoriska matematikkurserna (−176). I det finska materialet var skillnaderna mellan grupperna klarare redan vid skolstarten. Man kan kanske försiktigt dra slutsatsen att det i det svenska materialet av en eller annan orsak inte är lika lätt att förutspå ett barns kommande lärostig som i det finska. På individnivå kan man naturligtvis inte göra några förutsägelser i någotdera materialet, men på ett allmänt plan ser det ut som om den matematiska ”banan” i de finskspråkiga skolorna är mera permanent än i de svenskspråkiga.

En annan iakttagelse som kan göras i diagram 5.60 är att studerandena i svenska skolor hade nått samma nivå som i finska skolor i slutet av årskurs 9 och att det efter detta inte finns skillnader i någon av grupperna.

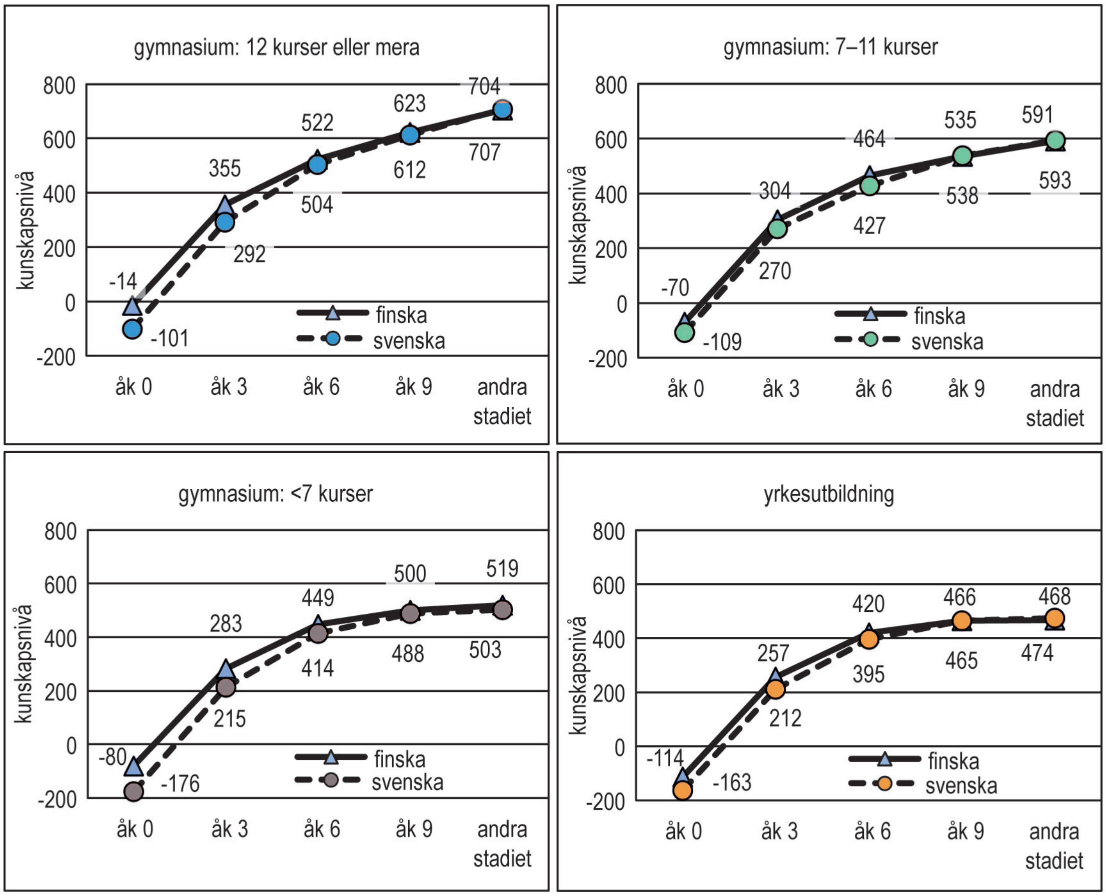


DIAGRAM 5.60. Kunnandet i finsk- och svenskspråkiga skolor under olika skolår

Det faktum att det på andra stadiet eller i årskurs 9 inte längre finns observerbara skillnader i matematikkunskaperna mellan finsk- och svenskspråkiga skolor är värt att notera. Utifrån materialet från årskurs 6 år 2008 rapporterades att de svenskspråkiga studerandena låg klart efter de finskspråkiga. Särskilt i tätorterna och på landsbygden låg eleverna i början av årskurs 6 på samma kunskapsnivå som de hade legat på i början av årskurs 3 (Metsämuuronen 2010, 105–106). Ännu i årskurs 9 låg eleverna i svenskspråkiga landsbygdsskolor efter de finskspråkiga eleverna; kunskapsökningen var störst i skolorna i städer och tätorter, där de tvåspråkiga studerandenas andel var störst (Metsämuuronen 2013b, 78, 138–139).

En jämförelse av materialen från åren 2012 (årskurs 9) och 2015 (slutet av utbildningen på andra stadiet) visar att studerandena från tätorter och landsbygd i Västra Finlands gymnasier (diagram 5.61a, ”inte stad”) utvecklades mer än övriga grupper i det svenska gymnasiematerialet. Det här gäller särskilt kunskaperna i områdena geometri, tal och räkneoperationer och sannolikhet och statistik (diagram 5.61a). Det här förklaras sannolikt av att kunskaperna i städerna redan från början var bättre.

För yrkesutbildningens del kan vi se en motsatt tendens: kunskaperna ökade särskilt i Västra Finland minst i läroanstalter som inte ligger i städer (diagram 5.61b).

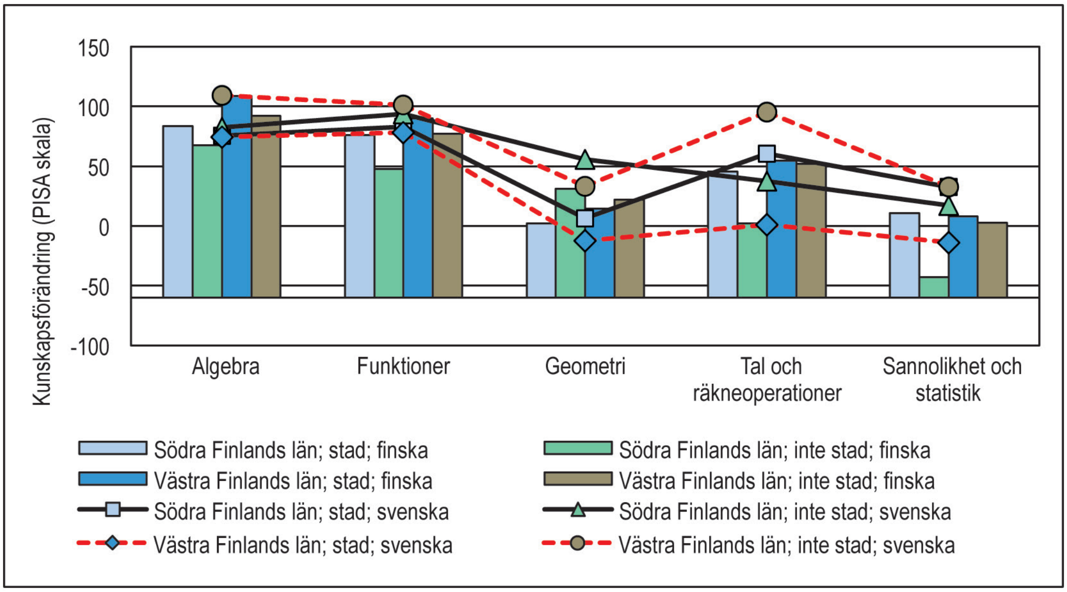


DIAGRAM 5.61a. Förändringar i kunskaperna i olika matematikområden vid de finsk- och svenskspråkiga gymnasierna

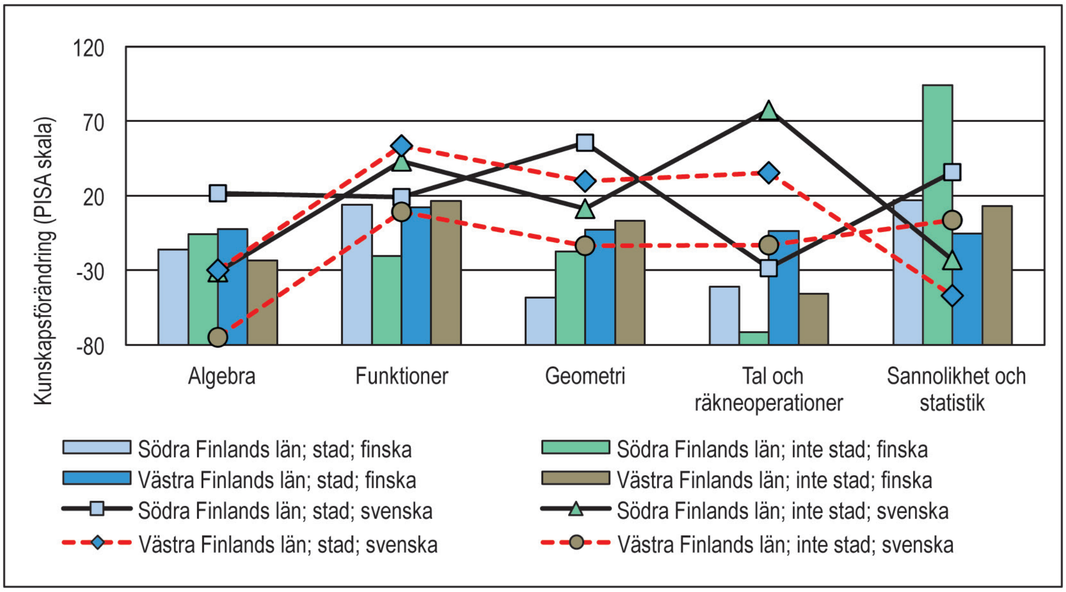


DIAGRAM 5.61b. Förändringar i kunskaperna i olika matematikområden vid de finsk- och svenskspråkiga yrkesläroanstalterna

5.2.3 Matematiken upplevs som nyttig och ger positiva känslor

Attityderna mättes med hjälp av två olika mätare. I den ena användes en variant av Fennema-Sherman-skalan, som under en lång tid har ingått i utvärderingarna av lärresultat. Den användes för att mäta elevernas helhetsinställning till ämnet matematik och dessutom deras uppfattning om hur väl de behärskar och tycker om matematik samt deras uppfattning om nyttan med matematik. I den andra mätserien användes ett nytt mätinstrument, där känslotillstånd klassificeras som negativa och positiva. Bland delområdena var det nyttoaspekterna av matematiken som de studerande hade de positivaste attityderna till (diagram 5.62). När de studerande bedömde sina sinnesstämningar under matematikstudierna sade de sig ha haft lite mera positiva känslor än negativa.

På basis av det totala materialet (avsnitt 4.2.1) vet vi att de som studerade vid gymnasier hade klart bättre kunskaper i matematik än de som studerade vid yrkesläroanstalter, att negativa och positiva känslotillstånd och upplevelsen av att behärska matematik hade direkt samband med nivån på de verkliga kunskaperna och att männen hade en benägenhet att uppleva matematik positivt även med lite mindre kunskaper. Därför är det ingen överraskning att de här omständigheterna även syns i det svenska materialet när gymnasieutbildning jämförs med yrkesutbildning: allmänt taget var kvinnornas uppfattning av sig själva som matematiskt kompetenta betydligt och signifikant lägre än de manliga studerandenas vid yrkesläroanstalter (diagram 5.62).[147] Det

147 ANOVA, yrkesutbildning, män och kvinnor $F(1; 95) = 4{,}42$, $p < 0{,}038$, $f = 0{,}22$

är även värt att notera att de kvinnliga gymnasiestuderandena oftare hade negativa känslor när de tänkte på matematikinlärning än de manliga. Skillnaden mellan männen och kvinnorna var större vid gymnasierna än vid yrkesläroanstalterna.[148]

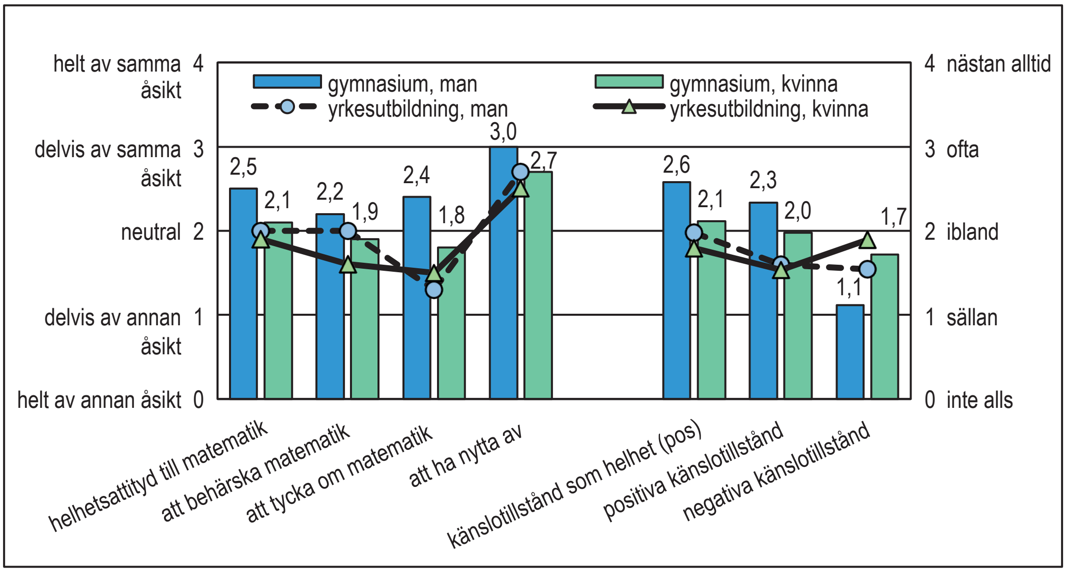


DIAGRAM 5.62. Faktorer i attityden till matematik i materialet från gymnasier och yrkesläroanstalter.

5.3 Jämlikhetsaspekter i de svenskspråkiga skolorna

5.3.1 Kvinnorna presterar sämre än männen

När bortfallet diskuterades i avsnitt 5.1.3 framgick det att materialet från svenskspråkiga läroanstalter bestod av 52 procent män och 48 procent kvinnor. Könsfördelningen i den del av materialet som kom från gymnasier skilde sig väsentligt från den del som kom från yrkesläroanstalter. Bland deltagarna i gymnasierna var kvinnorna i knapp majoritet (54 %), medan männen var i klar majoritet (62 %) bland deltagarna från yrkesläroanstalter.

Männen presterade bättre såväl i gymnasierna som i yrkesläroanstalterna

I hela det svenska materialet fanns det ingen betydande skillnad mellan männens och kvinnornas kunskapsnivå. Skillnaden mellan könen är visserligen signifikant inom delområdet geometri, men också här är skillnaden liten[149] Även om det inte finns någon nämnvärd skillnad mellan

148 ANOVA, gymnasieutbildning, män och kvinnor $F(1; 152) = 21{,}67$, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}38$
149 ANOVA, hela det svenska materialet, geometri: $F(1; 240) = 3{,}68$, $p < 0{,}056$, $f = 0{,}12$

männen och kvinnorna i det totala materialet, ser kunskaperna annorlunda ut när materialet från de svenska gymnasierna och yrkesläroanstalterna granskas för sig. I båda materialen presterade männen signifikant bättre än kvinnorna (diagram 5.63).

I gymnasiematerialet finns en signifikant skillnad mellan könen nästan för alla områden; beroende på området är männen 20–58 enheter bättre än kvinnorna. Störst är skillnaden inom området geometri och minst inom området tal och räkneoperationer.[150] I materialet från yrkesläroanstalter är skillnaderna mellan män och kvinnor allmänt taget av samma storleksordning som i materialet från gymnasier (3–61 enheter) med den skillnaden att inte en enda av skillnaderna i materialet från yrkesläroanstalterna är signifikant och inte heller betydande. Det här beror på att antalet studerande är litet och variationerna stora.[151] Störst är skillnaden i algebra.

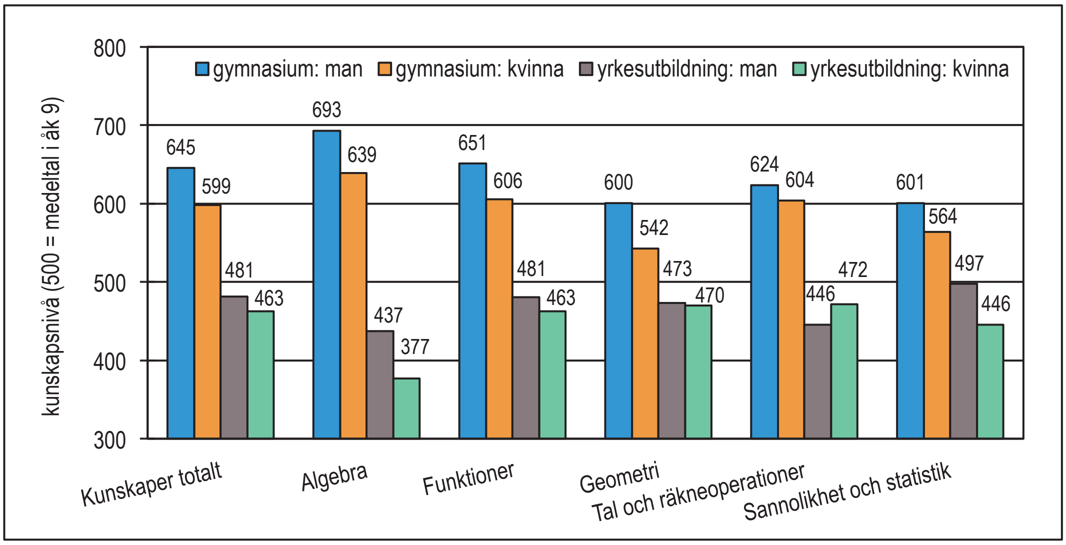


DIAGRAM 5.63. Kunskapsskillnader mellan könen i materialet från gymnasier och yrkesläroanstalter

150 ANOVA, gymnasium

Kunskaper sammanlagt:	F(1; 153) = 8,44, *p* < 0,004, *f* = 0,23
Algebra:	F(1; 153) = 5,91, *p* < 0,016, *f* = 0,20
Funktioner:	F(1; 153) = 7,84, *p* < 0,006, *f* = 0,23
Geometri:	F(1; 153) = 8,10, *p* < 0,005, *f* = 0,23
Statistik och sannolikhet:	F(1; 146) = 0,93, *n.s.*, *f* = 0,08
Tal och räkneoperationer:	F(1; 153) = 12,63, *p* < 0,001, *f* = 0,29

151 ANOVA, yrkesutbildning

Kunskaper sammanlagt:	F(1; 95) = 0,93, *n.s.*, *f* = 0,10
Algebra:	F(1; 95) = 1,71, *n.s.*, *f* = 0,13
Funktioner:	F(1; 95) = 0,47, *n.s.*, *f* = 0,07
Geometri:	F(1; 95) = 0,03, *n.s.*, *f* = 0,02
Statistik och sannolikhet:	F(1; 95) = 0,46, *n.s.*, *f* = 0,07
Tal och räkneoperationer:	F(1; 95) = 2,10, *n.s.*, *f* = 0,15

När resultaten i slutet av andra stadiet kombineras med uppgifter om kunskaperna under tidigare år, framgår det att flickornas kunskaper inte avviker nämnvärt från pojkarnas i de första årskurserna (diagram 5.64). Bland de studerande som senare söker sig till yrkesutbildning uppstår vissa skillnader i kunskaperna i de högsta klasserna i grundskolan. Och männens kunskaper verkar inte öka just alls under yrkesutbildningen.

Kunnandet hos de studerande som avlade det minsta möjliga antalet kurser (6 eller färre) – med andra ord hos dem som inte ämnar skriva något matematikprov i studentexamen – har divergerat redan i de första årskurserna i grundskolan så att flickornas kunskaper genom åren är bättre än pojkarnas. I slutet av andra stadiet finns det inte längre skillnader i kunskaperna mellan män och kvinnor. Bland de studerande som avlade 7–11 matematikkurser i gymnasiet, det vill säga som sannolikt skriver provet i kort matematik i studentexamen, är kunskapsnivåerna identiska genom åren. Bland de studerande som avlagt minst 12 kurser i gymnasiet verkar männen vara bättre än kvinnorna redan under de första skolåren. Efter årskurs 9 verkar skillnaden växa från 40 enheter till 51 enheter i slutet av gymnasiet. Allt som allt är skillnaderna mellan männen och kvinnorna likväl rätt moderata när de jämförs med skillnaderna mellan grupper som avlagt olika antal matematikkurser.

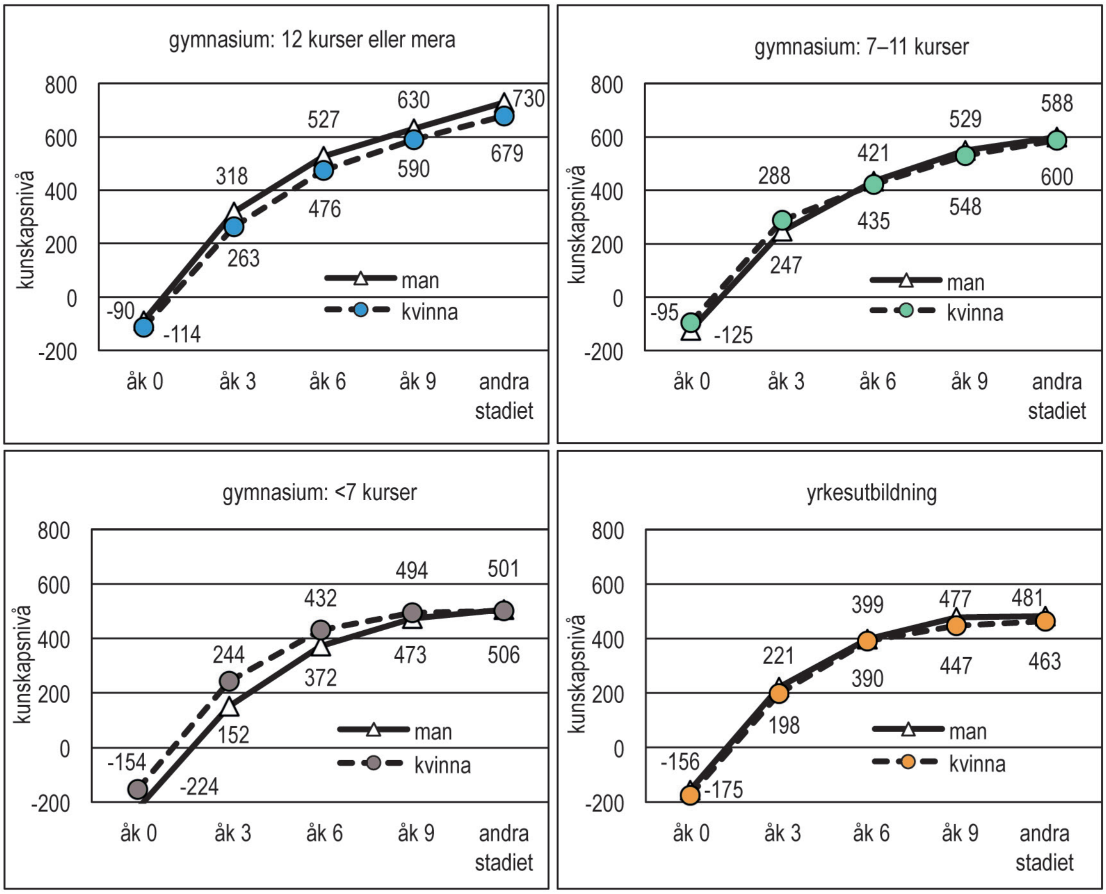


DIAGRAM 5.64. Skillnaden mellan könen i olika åldersklasser

Kvinnornas andel låg bland de högpresterande eleverna

När materialet från årskurs 9 analyserades, noterades det att flickornas andel av de elever som presterar bäst var bara 37–42 % i materialet för hela landet beroende på om man betraktade de absoluta topppresterarna (den bästa decilen) eller mera generellt också de som låg nära den absoluta toppen (den bästa kvintilen). Bland de bästa eleverna fanns det alltså betydligt färre flickor än pojkar (Metsämuuronen, 2013b, 89). I det svenska materialet var skillnaden ännu mera dramatisk i materialet från årskurs 9 (Metsämuuronen & Silverström, 2013, 316). I de finlandssvenska grundskolorna var flickornas andel av dem som presterade bäst i slutet av årskurs 9 bara 27,5 %.

I detta material granskas frågan utgående från kvintiler. Eleverna delas alltså in i fem lika stora grupper utifrån deras sammanlagda matematiska kunskaper. Till den högsta kvintilen hör alltså de som presterade bäst i matematik. I princip borde det då finnas lika många pojkar som flickor i denna grupp. I slutet av andra stadiet var flickornas andel av de högpresterande studerandena i det svenska materialet likväl bara 35 %, även om andelen har vuxit en aning sedan årskurs 9 (diagram 5.65). I materialet från finskspråkiga skolor ökade pojkarna sitt försprång år för år, medan pojkarnas försprång i materialet från svenskspråkiga skolor var betydande redan i början av årskurs 6.

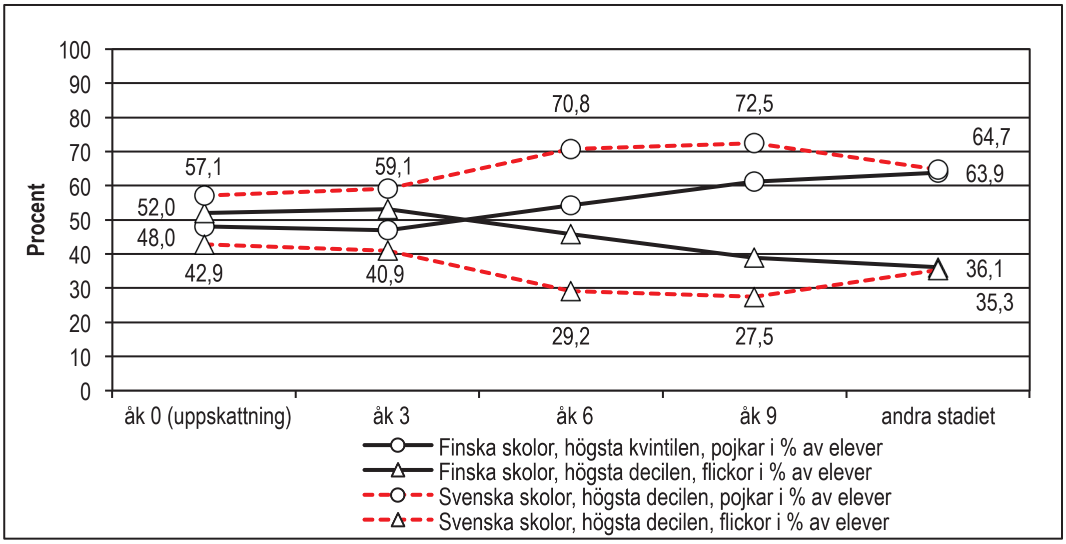


DIAGRAM 5.65. Könsfördelningen bland de bästa eleverna och studerandena

Det verkar som om kvinnornas andel av dem som presterar bäst under andra stadiet inte alls kommer i närheten av männens. Det finns fortfarande en disproportion i männens och kvinnornas andelar. Den härrör sannolikt från de högpresterande pojkarnas stora försprång i början av årskurs 6 som flickorna inte hinner ta in i de högsta årskurserna i grundskolan och på andra stadiet. I slutet av andra stadiet var 35 % av de högpresterande studerande vid svenska läroanstalter kvinnor och 65 % män. Skillnaden är betydande.[152]

152 Binomialtestet, kvintil $p = 0,062$, $h = 0,60$

Med tanke på fortsatta studier verkar den låga andelen högpresterande kvinnor fortfarande begränsa kvinnornas möjligheter: oavsett om det mindre antalet kvinnor bland dem som är bäst i matematik beror på att kvinnorna är inriktade på andra läroämnen än matematik, behövs matematiska kunskaper i många yrken som bygger på ingenjörsvetenskaper, handelsvetenskaper eller matematik och statistik. Ju färre kvinnor det finns bland dem som är bäst i matematik, desto mindre riskerar deras representation i vissa yrken bli, vilket kan leda till skevhet i yrkesstrukturerna. Problemet är en lika stor utmaning både bland de studerande som studerat på svenska och på finska.

5.3.2 Skillnaderna mellan regionerna är obetydliga

En jämförelse mellan regionerna visar för det svenska materialets del inte på betydande eller signifikanta skillnader i de studerandes kunskaper.[153] För jämförelsen används här den gamla länsindelningen, där de som studerat i Åboland ingår i Västra Finlands län tillsammans med de som studerat i Österbotten. Visserligen verkar gymnasiestuderandenas kunskaper inom flera matematikområden vara 11–18 enheter bättre i Södra Finlands län än i Västra Finlands län (diagram 5.66). Och i materialet från yrkesläroanstalter var resultatet i Västra Finlands län 12–31 enheter bättre än i Södra Finlands län inom flera matematikområden. Men på grund av det låga antalet deltagare är skillnaderna inte signifikanta. När resultaten studeras regionvis, observeras ingen betydande och systematisk ojämlikhet i utbildningen i slutet av andra stadiet när det gäller matematik.

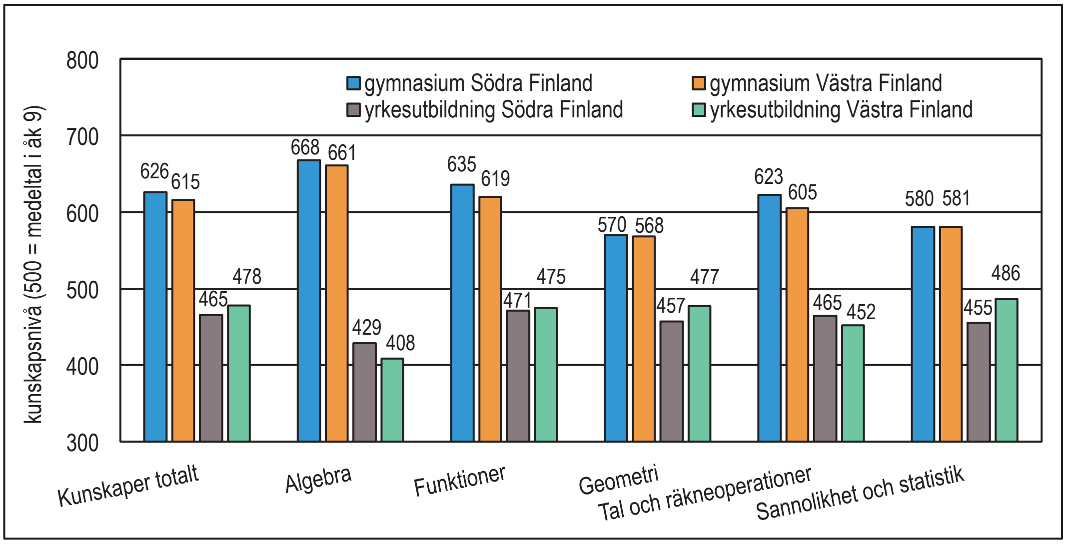


DIAGRAM 5.66. Kunskaperna inom olika matematikområden i olika regioner i Svenskfinland.

Kunskaperna bland studerande från städer, tätorter och landsbygdsområden uppvisade inte signifikanta eller betydande skillnader.

153 I såväl yrkesskolorna som i gymnasierna var p = n.s. och $f < 0,11$ för alla matematikområden

5.4 Andra faktorer som förklarar skillnader i kunskaperna i den finlandssvenska skolan

5.4.1 Sambandet mellan kunskaperna och antalet avlagda kurser i gymnasiet

I de föregående avsnitten har vi redan gått igenom tredelningen i fråga om antalet avlagda matematikkurser: 12 eller fler, 7–11 och 6 eller färre. Denna indelning motsvarar i praktiken indelningen av studerande i de grupper som skriver provet i lång matematik och kort matematik i studentexamen samt den grupp som inte alls skriver något matematikprov i studentexamen. Indelningen enligt antalet avlagda kurser kan också göras finare. I materialet från svenskspråkiga läroanstalter delar den statistiska analysmetoden DTA in antalet avlagda kurser i fem klasser som avviker från varandra på ett mycket betydande sätt: 6 kurser eller färre, 7 kurser, 8–10 kurser, 11–13 kurser och över 13 kurser.[154] Medan resultaten för studerande från gymnasier och studerande från yrkesskolor i det svenska materialet i medeltal skiljer sig från varandra med 145 enheter (620 mot 474), är variationen mellan grupperna redan inom gymnasiet större – 224 enheter – när man jämför dem som avlade 6 eller färre kurser med dem som avlade fler än 13 kurser (diagram 5.67).

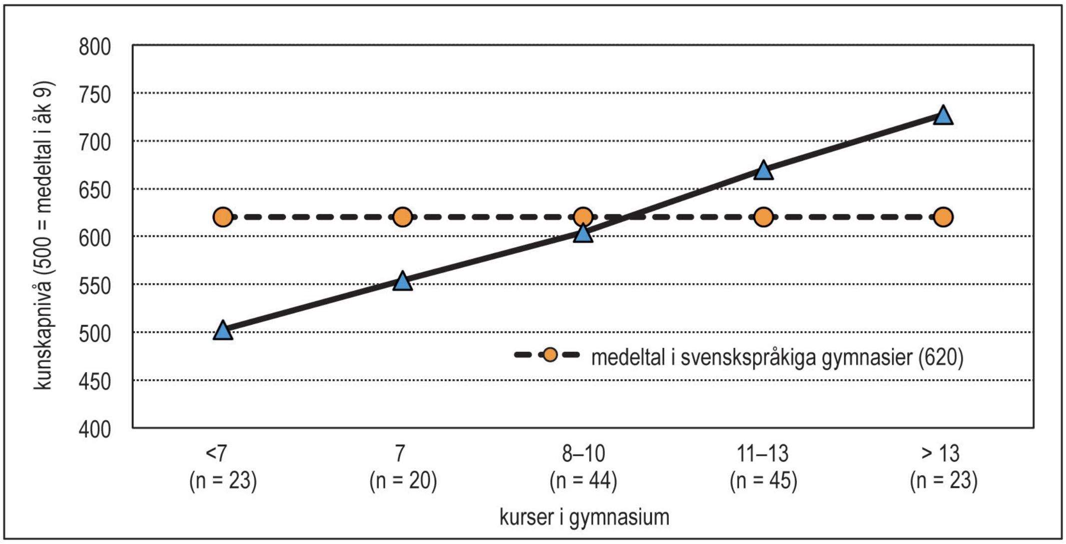


DIAGRAM 5.67. Sambandet mellan antalet kurser och kunskaperna

Eftersom medelnivån i årskurs 9 är 500 poäng, framgår det av diagram 5.67 att kunskapsnivån bland de gymnasiestuderande som avlagt minimiantalet matematikkurser i medeltal inte alls stiger i gymnasiet.

154 DTA, CHAID-algoritmen, gymnasiematerialet ANOVA F(5; 150) = 35,58, $p < 0{,}001$, $f = 0{,}97$

5.4.2 Tidigare kunskaper och kunskaperna i slutet av andra stadiet

I detta avsnitt diskuterar vi kortfattat hur väl de studerandes kunskaper i början av utbildningen på andra stadiet förklarar deras kunskaper i slutet av andra stadiet. Allmänt taget är det känt att elever som redan i en inledande mätning presterat dåligt har en benägenhet att prestera dåligt även i en slutmätning, och på motsvarande sätt tenderar de som presterat bra i den inledande mätningen att prestera bra även i slutmätningen. För totalmaterialets vidkommande förklarar kunskaperna i slutet av årskurs 9 kunskaperna i slutet av andra stadiet till 56 procent för studerandena från gymnasier och till 60 procent för studerandena från yrkesläroanstalter. Pearson-korrelationen mellan variablerna är r = 0,75–0,77.[155] I det svenska materialet är förklaringsgraden för gymnasiet i samma storleksordning (58 %) och för yrkesutbildningen något lägre (49 %).[156] Utgångsnivån för dem som sökt sig till yrkesutbildning var klart lägre (465) än för dem som valt gymnasiestudier (556). Därför är det förståeligt att kunskaperna bland dem som studerat vid yrkesläroanstalter var svagare än bland dem som studerat vid gymnasier.

I diagram 5.68 åskådliggörs sambandet mellan kunskaperna i slutet av den grundläggande utbildningen och i slutet av andra stadiet i det svenska materialet. Diagonalerna avbildar en situation där kunskapsnivån är identisk i båda mätningarna. Om en studerande placerar sig över diagonalen är kunskaperna bättre än i årskurs 9, och om hen placerar sig under diagonalen sämre. I såväl den vågräta som den lodräta skalan motsvarar värdet 500 de genomsnittliga kunskaperna i årskurs 9. I samtliga grupper, med undantag av den lilla grupp i gymnasiet som avlade det minsta tillåtna antalet matematikkurser, placerar sig över hälften av de studerande ovanför diagonalen. Med andra ord hade kunskaperna allmänt taget ökat under andra stadiet. En disproportion uppkommer av att 57 procent av studerandena vid yrkesläroanstalterna ökade sina kunskaper, medan hela 81 procent av gymnasiestuderandena gjorde det. En närmare analys visar att situationen för studerandena vid yrkesläroanstalter i själva verket var bättre än för dem som avlade minimiantalet matematikkurser i gymnasiet. I den gruppen ökade 52 procent av de studerande sina kunskaper (56 procent i det finska materialet). Resultatet är väsentligt annorlunda för dem som skrev provet i kort eller lång matematik i studentexamen: i dessa grupper ökade 84 respektive 90 procent sina kunskaper. Dessa andelar är i samma storleksordning i det finska materialet (80 % resp. 89 %).

155 Linjär regressionsanalys, totalmaterialet: i gymnasiet R = 0,75, R^2 = 0,57; i yrkesutbildningen R = 0,77, R^2 = 0,60

156 Linjär regressionsanalys, det svenska materialet: i gymnasiet R = 0,76, R^2 = 0,58; i yrkesutbildningen R = 0,71, R^2 = 0,49

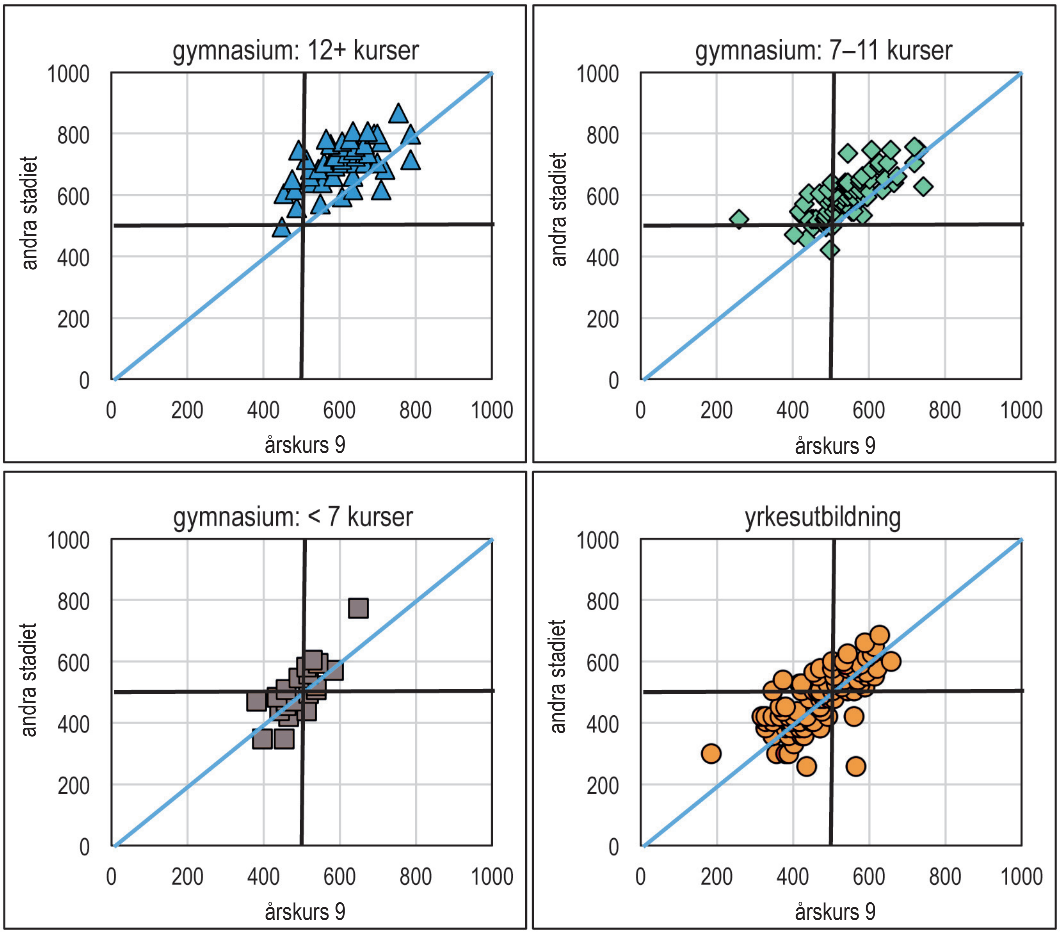


DIAGRAM 5.68. Sambandet mellan kunskaperna i slutet av den grundläggande utbildningen och i slutet av andra stadiet

5.4.3 Sambandet mellan föräldrarnas utbildning och barnens kunskaper

Föräldrarnas utbildning beskrivs här för enkelhetens skull i termer av studentexamen. De studerande delades in i tre grupper: de vars båda föräldrar var studenter (”båda” i diagram 5.69), de vars ena förälder var student (”den ena”) och de vars föräldrar inte hade tagit studentexamen (”ingendera”). I det totala materialet observeras (avsnitt 4.4.1) att den fördel som föräldrarnas utbildning ger inte vidgar kunskapsskillnaderna på andra stadiet: skillnaden mellan barn till studenter och barn till icke-studenter förblir lika stor genom alla skolår såväl i gymnasieutbildning som i yrkesutbildning, även om skillnaden är något mindre bland de studerande som i gymnasiet avlagt färre kurser än vad som krävs i den långa lärokursen. Samma trend syns också i det svenska materialet, men inte närmelsevis lika tydligt som i det finska (diagram 5.69). I diagrammet har bara materialet från de högsta årskurserna tagits med för tydlighetens skull.

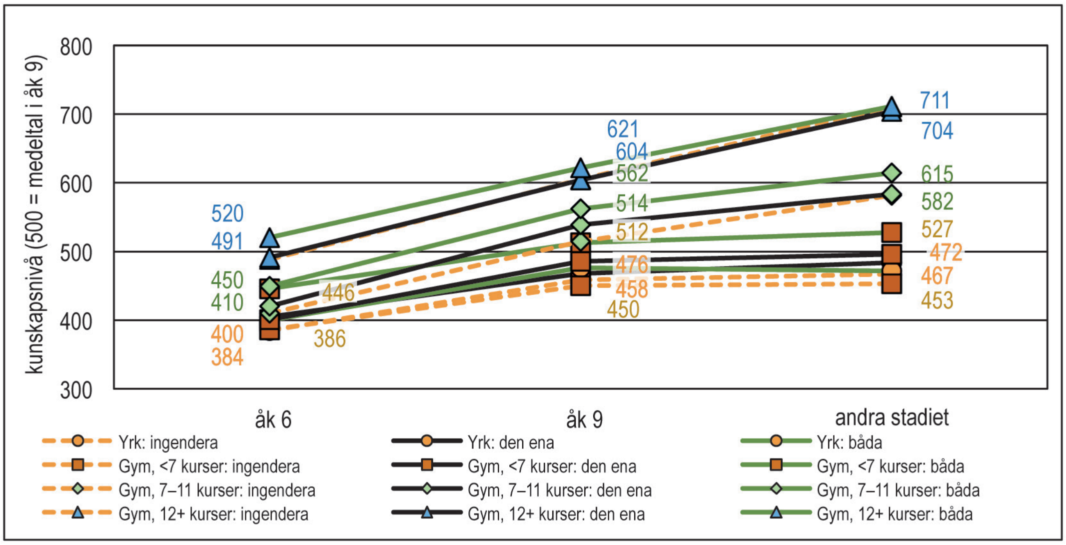


DIAGRAM 5.69. Inverkan under olika skolår av att föräldrarna har studentexamen

Fyra omständigheter framgår tydligt av diagrammet. För det första visar diagram 5.69 att elever som senare avlade det antal kurser (12 eller fler) som ledde fram till studentexamensprovet i lång matematik redan i början av årskurs 6 var bättre än sina jämnåriga oberoende av om de kom från familjer där föräldrarna var studenter eller inte. I slutet av andra stadiet fanns det i praktiken ingen skillnad mellan de studerandes kunskaper mot bakgrund av om föräldrarna tagit studenten eller inte. Till skillnad från totalmaterialet eller de andra grupperna i diagram 5.69 uppstår skillnaderna bland dem som valde lång matematik inte mellan studentfamiljer och icke studentfamiljer. I alla övriga grupper medförde det en klar fördel att båda föräldrarna var studenter jämfört med fallet att ingendera föräldern var det.

I andra gymnasiegrupper än gruppen av studerande som valt lång matematik innebar det en fördel på ca 30 enheter om den studerandes båda föräldrar hade studentexamen. Skillnaden är lika stor redan i årskurs 9. I det svenska materialet observeras det här fenomenet på samma sätt som i det finska: den fördel som det innebär att föräldrarna tagit studentexamen verkar bli större just i de sista årskurserna i grundskolan, medan den i praktiken inte längre växer på andra stadiet. Det förblir i detta sammanhang outrett om detta beror på att föräldrarna har bättre förutsättningar för att stödja den studerande i skoluppgifterna, på att de genom påtryckning och uppmuntran sporrar till bättre prestationer eller på andra faktorer som i vid mening har att göra med den intellektuella eller akademiska kapaciteten och vars andel i den tidiga barndomen eller i tonåren kan vara betydande.

För det andra framgår det av diagram 5.69 att de elever som senare sökte sig till yrkesutbildning var svaga i matematik redan i de lägre årskurserna oberoende av föräldrarnas utbildning, så även i början av årskurs 3 fastän det inte syns i diagrammet. Vid sidan av dem som läste lång matematik avviker även denna grupp från materialet som helhet: skillnaden mellan barn till studenter och barn till icke studenter är mycket liten – under 10 enheter. Det verkar som om såväl de som sökte sig till yrkesutbildning som de som avlade minimiantalet matematikkurser i gymnasiet i medeltal förblev på den kunskapsnivå som de hade uppnått i årskurs 9 oberoende av föräldrarnas utbildning. Om detta tolkas positivt innebär det att kunskapsnivån inte sjunker under yrkesutbildningen, låt vara att den inte heller stiger nämnvärt.

För det tredje ser vi av diagram 5.69 att kunskapsnivån i slutet av andra stadiet bland studerande vid yrkesläroanstalter som kom från studentfamiljer (467–472) inte avvek särskilt radikalt från kunskapsnivån bland de gymnasiestuderande från icke-studentfamiljer som valde minimiantalet matematikkurser (453–472). Gymnasiestuderande som avlägger minimiantalet matematikkurser och vars föräldrar inte är studenter presterar till och med sämre (453) än studerande vid yrkesläroanstalter (467 eller högre). Det här kan förklaras av att tröskeln för att börja vid det lokala gymnasiet är låg även för de ungdomar som har svaga matematiska färdigheter, bland annat eftersom yrkesutbildning kanske innebär en längre skolväg eller att den studerande flyttar till en annan ort.

För det fjärde fäster vi uppmärksamhet på skillnaderna i matematikkunskaper mellan de gymnasiestuderande som siktade på att skriva provet i kort matematik i studentexamen och de som inte alls skrev något matematikprov. Utifrån diagram 5.69 verkar det uppenbart att kunskaperna hos dem som avlägger minimiantalet kurser inte utvecklas under andra stadiet. Intressant i sammanhanget är att kunskaperna i årskurs 9 var på samma nivå bland dem som kom från studenthem och senare valde minimiantalet kurser i gymnasiet som bland dem vars föräldrar inte var studenter och som skrev provet i kort matematik i studentexamen. Den senare gruppen ökar likväl sina kunskaper väsentligt trots den svagare utbildningsnivån i hemmet. Det här tyder på två saker. Fenomenet talar för den nytta övning ger de studerande: med samma utgångsläge men olika utbildningsval kan det ske dels en betydande höjning av kunskapsnivån, dels rentav en liten tillbakagång. Gymnasiets inverkan ser ut att vara ca 55 enheter. Fenomenet vittnar även om den nytta som seriösa matematikstudier och noggranna förberedelser för matematikprovet i studentexamen ger de studerande.

Den absolut sett största ökningen i matematikkunskaperna uppvisar de som valt den långa lärokursen (i storleksklassen 100 enheter). Det mervärde som den långa lärokursen i matematik ger verkar vara större i det svenska materialet än i materialet som helhet: i det totala materialet är skillnaden mellan dem som avlagt lång och kort matematik runt 30 enheter, medan den i det svenska materialet var ca 100–120 enheter.

Om föräldrarna är studenter eller inte verkar allmänt taget inte ha någon betydelse för attityderna till matematik vare sig i gymnasiet eller inom yrkesutbildningen.[157]

157 samtliga signifikanser $p > 0,10$.

5.5 Resultaten ur ett finlandssvenskt skolutvecklingsperspektiv

I avsnitten 5.2.1 och 5.4.3 presenterades diagram som illustrerar de finlandssvenska elevernas kunskapsutveckling i olika åldrar. Diskussionen här anknyter till **två aspekter** i diagrammen som vi inte fördjupat oss i ovan. Resultaten visar att *de svagaste elevernas matematikkunskaper inte utvecklas i särskilt hög grad efter årskurs 6*. De visar också att *de finlandssvenska elever som senare skriver studentprovet i lång matematik ligger på en klart lägre kunskapsnivå i de lägsta grundskoleklasserna än motsvarande elevgrupp i finska skolor*.

Både i svenska och finska skolor visar materialet tydligt att de stora skillnaderna i slutet av andra stadiet uppstår redan före slutet av den grundläggande utbildningen. Efter årskurs 6 planar kunskapsutvecklingen ut för dem som senare söker sig till yrkesutbildningen, samtidigt som de elever som senare väljer den långa lärokursen i gymnasiet i slutet av årskurs 9 definitivt hör till en grupp med bättre kunskaper än genomsnittet.

Utgående från de resultat som presenteras från det svenska materialet i avsnitt 5.4.3 vet vi också att den matematiska utvecklingen för de elever som söker sig till yrkesutbildning, särskilt de vars föräldrar inte är studenter, i praktiken helt stannar upp efter årskurs 9. Vi vet dessutom att den genomsnittliga kunskapsnivån bland de studerande som sökte sig till yrkesutbildning och de som sökte sig till gymnasiet ännu i början av årskurs 6 är nästan identisk, förutom för elever som siktar på lång lärokurs i matematik i gymnasiet (se diagram 5.70).

Den slutsats vi kan dra är därför att de svagare eleverna som inte får stöd för en akademisk bana i hemmet inte drar särskilt stor nytta av matematikundervisningen i grundskolans högre klasser. Den stora frågan blir då hur undervisningen ska ordnas så att de svagaste eleverna höjer sin kunskapsnivå även i årskurserna 7–9.

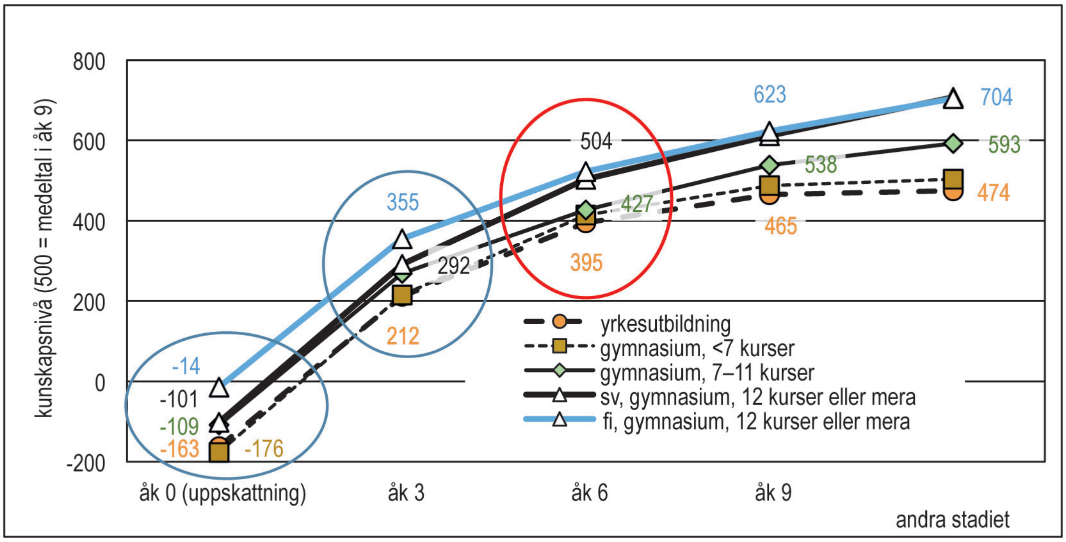


DIAGRAM 5.70. Särskilda drag i de svenska studerandenas lärospår

När vi följer de studerande i det svenska materialet som avlade kurserna i lång matematik bakåt till grundskolan, finner vi att deras kunskaper ännu i början av årskurs 3 var på rätt anspråkslös nivå (292 enheter) jämfört med dem som kom från finska skolor (355). Sedan nådde dessa elever samma nivå som eleverna i de finska skolorna i början av årskurs 6. En jämförelse med de finskspråkiga studerande som avlagt samma kurser i lång matematik ger vid handen att dessa finlandssvenska elever redan i ett ganska tidigt skede skulle ha kunnat uppnå mycket bättre kunskaper – över 60 enheter bättre redan i början av årskurs 3. Det är berättigat att ställa frågan varför så inte sker. Materialet ger emellertid inget direkt svar.

Något vet vi dock: kartläggningen av elevernas grundläggande förutsättningar för att lära sig att lära sig i årskurs 3 visar att det knappt finns några faktorer alls som särskiljer de finlandssvenska studerande som senare avlade den långa lärokursen i matematik från motsvarande studerande i det finska materialet. Vi vet också att en annan språklig bakgrund än enspråkigt svensk inte har en negativ effekt. Av de elever i årskurs 3 i de svenska skolorna som senare avlägger den långa lärokursen i matematik kommer 34 procent (n = 17) från tvåspråkiga hem och 8 procent (n = 4) från finskspråkiga. Men för det finlandssvenska materialets del höjer de finskspråkiga eleverna utgångsläget (-46 enheter) en aning – från -111 enheter till -102 enheter. Även de tvåspråkigas kunskapsnivå var högre i utgångsläget (-103) än de svenskspråkigas (-111), men de hade ingen inverkan på det totala medelvärdet. Frågan är därför närmast varför de övriga eleverna, som de facto kommer från helt svenskspråkiga familjer, redan när de inledde sin skolgång och när matematikkunskaperna mättes första gången i början av årskurs 3 hade ett klart sämre medelvärde än elever i finska skolor.

En betydande skillnad mellan de finska och svenska skolorna är alltså att det *i det svenska materialet* från såväl årskurs 0 som början av årskurs 3 *saknas mycket goda elever som löst alla eller nästan alla provuppgifter rätt* (diagram 5.71).

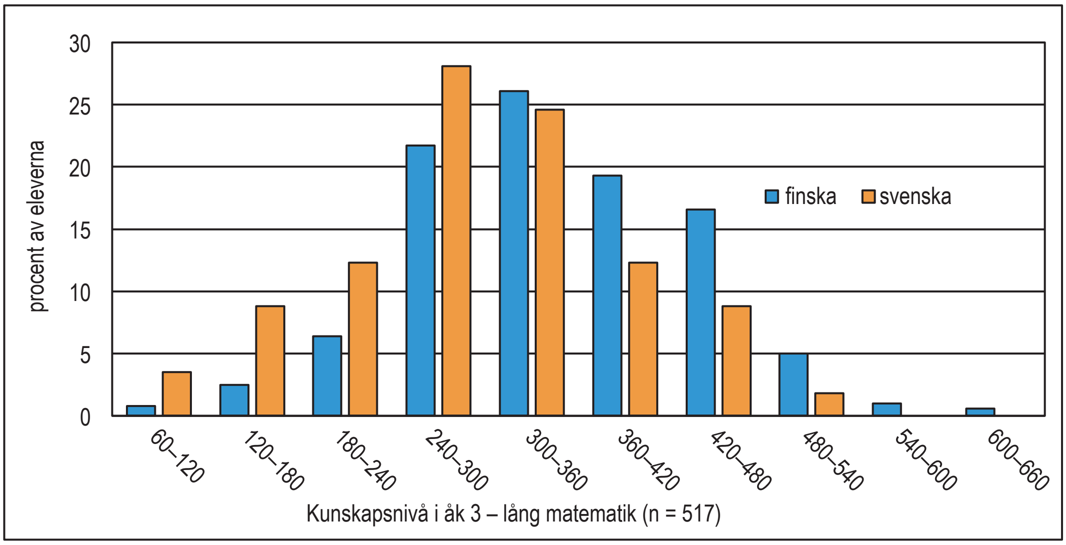


DIAGRAM 5.71. Fördelningen av kunskaperna i början av årskurs 3 bland dem som senare avlade provet i lång lärokurs i matematik

Det är svårt att förklara varför resultatbilden ser ut så här i förhållande till det finska materialet. En möjlighet är kanske att den finlandssvenska identiteten under barndomen inte byggs upp genom matematiska utan genom verbala och sociala färdigheter. Kanske man inte ens hemma hos de bästa svenskspråkiga eleverna prioriterar matematik särskilt högt, utan i stället i början säkerställer att de språkliga och sociala färdigheterna som är viktigare för identiteten och skolstarten utvecklas gynnsamt?

Mot bakgrund av det här resultatet kan det ändå finnas skäl att reflektera över om lärarna i de lägre klasserna ytterligare skulle kunna differentiera matematikundervisningen för de starkaste eleverna redan i de första årskurserna. Det är också befogat att ställa frågan om det behövs en översyn av arbetsmaterialen, arbetssätten och organiseringen av undervisningen i de lägre klasserna i de svenska skolorna. Utgående från resultaten i den longitudinella studien verkar det som om det finns potential att ytterligare stärka de finlandssvenska elevernas kunskapsutveckling i matematik genom att höja elevernas resultat i de lägre klasserna. Det här gäller särskilt de elever som senare söker till gymnasiet och avlägger den långa lärokursen i matematik.

6
Arvioinnin johtopäätökset

Tässä yhteenvetoluvussa kootaan ensin keskeiset tulokset luvussa 6.1. Toiseksi tiivistetään tiedonkeruun luotettavuuskysymykset luvussa 6.2. Varsinaista keskustelua tulosten perusteella käydään luvussa 6.3. Johtopäätökset ja suositukset esitetään luvussa 6.4.

6.1 Yhteenvetoa matemaattisesta osaamisesta ja asenteista tasosta toisen asteen lopussa

Keskeiset tulokset esitellään tiivistetysti kahdeksan näkökulman kautta: yhteenvetona osaamisen tasosta toisen asteen lopussa, tasa-arvonäkökulmista ja selittävien tekijöiden kautta, jotka liittyvät opiskelijaan itseensä, perheeseen, vertaisryhmään, opettajaan ja oppilaitokseen. Lopuksi vielä kootaan ruotsinkielistä aineistoa koskevien syventävien tulosten keskeiset huomiot.

6.1.1 Osaamisen taso toisen asteen lopussa

Kokonaisuutena arvioiden osaaminen lisääntyy toisen asteen opintojen aikana selvästi. Tästä lisääntymisestä suuri osuus selittyy lukio-opintojen laajojen kurssien vaikutuksella. Osaaminen eriytyy selvästi sekä lukiokoulutuksen sisällä pitkän ja lyhyen oppimäärän välillä että lukion ja ammatillisen koulutuksen välillä. Vaikka erot koulumuotojen välillä ovat valikoitumisesta johtuen suuret jo toisen asteen lähtövaiheessa, ne laajenevat opintojen edetessä. Suurin hyöty lukio-opinnoissa näyttää syntyvän Algebran ja Lukujen ja laskutoimitusten alueella. Näillä alueilla hyötyvät ammatillisen koulutuksen opiskelijoita enemmän myös ne opiskelijat, jotka suorittivat lukiossa enemmän kuin vain pakolliset kurssit – erityisesti jos he kirjoittivat edes lyhyen oppimäärän ylioppilaskokeen. Algebran ja Lukujen ja laskutoimitusten alueella myös vaihtelu on suurinta: toisen asteen koulutuksen lopussa heikoimmat opiskelijat olivat perusopetuksen 3. luokan alun tasolla ja parhaimmat selvästi 9. luokan keskitasoa korkeammalla.

Pitkittäisaineiston näkökulmasta on ilmeistä, että matemaattisen tason eriytyminen tapahtuu jo varhaisina kouluvuosina, mutta erityisen selkeästi eriytyminen ilmenee perusopetuksen yläluokilla 9. luokalle tultaessa ja siitä edelleen jatkuen toisen asteen loppuun. Ammatillisen koulutuksen opiskelijoiden ja niiden lukiolaisten, jotka suorittavat vain minimimäärän kursseja, matematiikan osaamisen taso pysyy 9. luokalla saavutetulla tasolla.

Toisen asteen lopussa opiskelijat suhtautuvat matematiikkaan oppiaineena kokonaisuutena neutraalisti, mutta näkevät positiivisina sen tuomat hyötynäkökulmat tulevaisuuden työelämässä ja jatko-opinnoissa. Sekä lukio- ja ammatillisen koulutuksen opiskelijoiden kokemus itsestään osaajana on lähes identtinen, vaikka osaamisen tasossa on merkittävä ero. Lukio-opinnoissa korkea vaatimustaso ja vertailuryhmän tasaisuus näyttävät pienentävän kokemuksen positiivisuutta. Lukio-opinnoissa matematiikan opiskeluun liittyy useammin positiivisia tunnekokemuksia kuin ammatillisessa koulutuksessa. Erityisen positiivisia tuntemukset olivat niillä, joiden lukion matematiikan kurssien keskiarvosana oli korkeampi kuin 9,25 riippumatta kurssien määrästä, tai kun opiskelija oli suorittanut yli 13 kurssia matematiikkaa.

6.1.2 Tasa-arvon toteutuminen toisen asteen koulutuksen lopussa

Sukupuolten välillä on merkitsevä ero matematiikan osaamisessa: miehet menestyvät matematiikassa merkitsevästi naisia paremmin toisen asteen koulutuksen lopussa sekä lukiossa että ammatillisessa koulutuksessa. Naiset ovat lukiossa noin yhden vuoden jäljessä miehiä – ammatillisessa koulutuksessa noin kahden vuoden verran. Matematiikan osaamiseltaan ehdottomasti parhaista opiskelijoista 27 prosenttia on naisia ja 73 prosenttia miehiä. Kaikissa taitotasoluokissa naisopiskelijat kokivat opintojensa aikana merkitsevästi ja merkittävästi enemmän negatiivisia tuntemuksia, ja heidän käsityksensä itsestään osaajana olivat matalampia kuin miehillä. Syystä tai toisesta lukioissa naisopiskelijat kokivat merkittävästi enemmän negatiivisia tuntemuksia kuin miesopiskelijat – enemmän kuin ammatillisissa oppilaitoksissa.

Kokonaisuutena arvioiden eri kieliryhmissä on mahdollisuus saada yhdenvertainen matematiikan osaamisen taso. Ruotsinkieliset opiskelijat nousivat suomenkielisten tasolle selvästi heikommista lähtökohdista, ja saavuttivat suomenkielisten tason 6. luokan alkuun mennessä – tämän jälkeen eroja ei ole missään tutkituista ryhmistä. Muutos on ollut erityisen suuri entisen Etelä-Suomen läänin ei-kaupunkimaisilla alueilla.

Kokonaisuutena arvioiden eri puolilla Suomea on mahdollisuus saavuttaa yhdenvertainen matematiikan osaamisen taso. Maakuntien välillä näyttää olevan selittymätöntä vaihtelua sen suhteen, kuinka paljon osaamista kehittyy. Joissain maakunnissa (esimerkiksi Kainuu, Päijät-Häme ja Pirkanmaa) sekä lukioissa että ammatillisessa koulutuksessa kehittyy kansallisesti arvioiden parasta osaamista ja toisissa maakunnissa (esimerkiksi Kymenlaakso, Itä-Uusimaa ja Varsinais-Suomi) kehittyy molemmissa koulumuodoissa kansallisesti arvioiden heikointa osaamista.

6.1.3 Opiskelijatekijät osaamisen selittäjinä

Lukioissa valittujen matematiikan kurssien määrä ja kursseilla saadut arvosanat selittävät pitkälti opiskelijoiden osaamisen erot: matematiikan lyhyen oppimäärän minimikurssimäärillä ja alle 6,5 kurssikeskiarvoilla saadaan nipin napin säilytettyä 9. luokan matematiikan osaamisen taso mutta yli 13 kurssia suorittaneiden ja näillä kursseilla vähintään arvosanan 8 ("hyvä") saaneiden osaamisen taso nousee selvästi – keskimäärin 84 yksikköä. Lukioissa on ilmeistä, että hyvään matematiikan suoritukseen vaadittava osaaminen on hyvin erilaista matematiikan pitkän ja lyhyen oppimäärän kursseilla. Lyhyen oppimäärän minimikurssimäärän (6 kurssia) suorittaneiden, mutta arvosanan 10 saaneiden opiskelijoiden osaamisen taso vastaa pitkän oppimäärän (12 kurssia tai enemmän) arvosanan 6–7 saaneiden opiskelijoiden tasoa. Lyhyen oppimäärän minimikurssimääriä enemmän (7–11 kurssia) suorittaneiden ja näillä kursseilla arvosanan 10 saaneiden opiskelijoiden osaamisen taso vastaa pitkän oppimäärän arvosanan 8 saaneiden osaamisen tasoa.

Ammatillinen koulutus tarjoaa mahdollisuuden päästä varsin kohtuulliseen, lyhyttä matematiikkaa vastaavaan, osaamisen tasoon. Opiskelijan oma aktiivisuuden kautta saavutettu taso ei poikkea lukion pitkän matematiikan opintojen tuottamasta osaamisen keskitasosta. Ammatillinen koulutus ei siis estä matematiikan harrastajia kehittämästä itseään ja saavuttamasta erittäin korkeaa matematiikan osaamisen tasoa ilman kaksoistutkintoakin. Tämä kuitenkin edellyttää omaa innostusta asiaan, sillä tälle tasolle ei päästä noudattamalla ammatillisen koulutuksen tutkintojen perusteita. Hyvälle – saati kiitettävälle – tasolle päässeiden opiskelijoiden määrä oli hyvin pieni ammatillisen koulutuksen aineistossa.

Sekä lukiossa että ammatillisessa koulutuksessa on merkitsevä ja merkittävä ero niiden opiskelijoiden välillä, jotka saivat ja jotka eivät saaneet matematiikan opintoihin erityistä tukea. Moni niistä opiskelijoista, jotka eivät saaneet/tarvinneet erityistä tukea 9. luokalla, on kuitenkin tarvinnut apua toisen asteen opintojen yhteydessä – lukiossa 8 prosenttia ja ammatillisessa koulutuksessa 9 prosenttia opiskelijoista. Sekä lukioissa että ammatillisessa koulutuksessa poissaolojen määrä selittää osaamista tilastollisesti merkitsevästi, joskaan erot ryhmien välillä eivät ole merkittävän suuria. Lukioissa parhaat tulokset saatiin ryhmässä, jossa poissaoloja ei juuri ollut ja jossa viihtyminen oli erinomaista.

Kokonaisasenne korreloi osaamisen tasoon selvästi ja näin asenteilla näyttää olevan siis suuri merkitys osaamisessa toisen asteen koulutuksessa. Emme tosin aukottomasti tiedä seuraako positiivinen asenne hyvästä osaamisesta vai hyvä osaaminen positiivisesta asenteesta. Kokonaisasenne ja kokonaisosaaminen 9. luokan lopussa selittävät sekä lukioon hakeutumista että toisen asteen koulutuksen matematiikan kurssien määrää. Mitä parempi osaaminen ja positiivisempi käsitys matematiikasta oppiaineena opiskelijalla oli 9. luokalla, sitä todennäköisempää oli valita lukio-opinnot ja lukiossa useampia kursseja matematiikkaa.

6.1.4 Kotiin liittyvät tekijät osaamisen selittäjinä

Vanhempien lukiokoulutus on yhteydessä merkitsevästi parempaan matematiikan suoritukseen toisen asteen lopussa sekä lukioissa että ammatillisessa koulutuksessa. Molempien vanhempien ylioppilastutkinto – riippumatta suoritetuista tutkinnoista tai niissä saaduista puoltopisteistä – tuo noin kahden vuoden opintojen edun kokonaisosaamiseen sekä lukioissa että ammatillisissa oppilaitoksissa verrattuna opiskelijoihin, joilla kumpikaan vanhemmista ei ollut ylioppilas. Ylioppilastutkinnosta tuleva hyöty ei näytä eriytyvän toisen asteen opinnoissa: ero ylioppilasvanhempien ja ei-ylioppilasvanhempien lasten välillä syntyy jo alemmilla luokilla ja säilyy samansuuruisena läpi kouluvuosien sekä lukiokoulutuksessa että ammatillisessa koulutuksessa.

Sekä lukiokoulutuksessa että ammatillisessa koulutuksessa kodin tuki kokonaisuutena selittää merkitsevästi ja merkittävästi osaamista. Lukioissa yhteys on suoraviivaisempaa: mitä voimakkaammin opiskelija koki tukea annettavan, sitä korkeampi osaaminen; ero ääriryhmien välillä on noin kahden vuoden eron luokkaa. Ammatillisessa koulutuksessa kodin antama tuki näyttäytyy erilaisena: vain ryhmässä, jossa opiskelijat kokivat tuen olevan erittäin vähäistä, osaamisen taso on merkitsevästi matalampaa kuin muissa ryhmissä. Kodin antamaan muuhun tukeen liittyvistä muuttujista lukioaineistossa merkitykselliseksi tekijäksi tulee se, pidetäänkö matematiikkaa oppiaineena tärkeänä. Ammatillisen koulutuksen aineistossa tätä merkityksellisempää on, arvostavatko vanhemmat ylipäänsä koulutusta.

Kotikielen merkitys näkyy siinä, että sekä lukioissa että ammatillisessa koulutuksessa tulokset ovat tilastollisesti merkitsevästi heikompia ryhmässä, jossa kotikielenä on jokin muu kuin yksinomaan suomi tai ruotsi tai kaksikielisesti suomi ja ruotsi. Yleisesti ottaen muun kuin suomen- ja ruotsinkielisten, ammatillisessa koulutuksessa opiskelevien naisten matemaattinen osaaminen on selvästi heikompaa kuin miesten. Muun kuin suomen- ja ruotsinkielisten opiskelijoiden osaamisen taso on kaikissa ikäluokissa matalammalla tasolla kuin kantasuomalaisten lukuun ottamatta niitä muutamaa opiskelijaa, jotka myöhemmin suorittivat vähintään 12 kurssia matematiikkaa lukiossa. Nämä opiskelijat olivat alun perinkin samalla tasolla kuin ne kantasuomalaiset opiskelijat, jotka myöhemmin suorittivat saman määrän kursseja.

6.1.5 Vertaisryhmään liittyvistä tekijöistä osaamisen selittäjinä – koulukiusaaminen

Koulukiusaamisen ja sen potentiaalisen vaikutuksen logiikka on erilaista lukioissa kuin ammatillisissa oppilaitoksissa. Valtaosa (72 %) niistä, joita kiusattiin useita kertoja viikossa 7.–9. luokilla, hakeutui ammatilliseen koulutukseen ja heidän osaamisensa oli erittäin heikkoa kaikissa edeltävissäkin ikäryhmissä. Jo koulun lähtövaiheessa heidän osaamisensa oli keskimääristä matalampaa.

Pienempi ryhmä (28 %) niistä, joita kiusattiin useita kertoja viikossa 7.–9. luokilla, hakeutui lukioon. Heidän osaamisensa ei alun alkaenkaan poikennut niiden osaamisesta, joita ei kiusattu lainkaan koulu-uran aikana.

Osaamistakin enemmän kiusaaminen näyttää olevan yhteydessä matematiikkaa koskeviin asenteisiin. Toistuvaa kiusaamista osakseen saaneet opiskelijat kokivat sekä lukiossa että ammatillisessa koulutuksessa enemmän negatiivisia tuntemuksia ja vähemmän positiivisia tunnetiloja ajatellessaan matematiikkaa.

6.1.6 Opettajatekijät osaamisen selittäjinä

Opettajatekijöitä käsitellään opiskelijan ilmoittamien tuntitoimintojen näkökulmasta. Keskeinen osaamista selittävä tekijä sekä ammatillisessa- että lukiokoulutuksessa on se, kuinka usein opiskelijat kokevat opiskeltavien asioiden tulevan selväksi. On epäselvää, johtuuko osaamattomuus siitä, että asiat eivät tule selviksi, vai eivätkö asiat tule selviksi, koska osaamisen taso on matalampi kuin muilla. Näyttää siltä, että parhaiden opiskelijoiden ryhmässä opettajajohtoisesti saadaan parhaita tuloksia, kun siihen yhdistyy mielekäs eriyttäminen taitotason mukaisesti ja saatujen tulosten mielekkyyden arvioiminen.

Osaamisen muutosta ei juuri voida selittää opettajan pedagogisiin ratkaisuihin liittyvillä tekijöillä. Valtaosa osaamisen muutoksesta toisen asteen aikana näyttää siis selittyvän muilla kuin opettajan pedagogisilla ratkaisuilla. Sekä lukion pitkän matematiikan valinneilla että ammatillisen koulutuksen opiskelijoilla osaaminen kasvaa 9. luokan tulokseen nähden toisen asteen aikana, mikäli oppimista on eriytetty taitotason mukaisesti. Ammatillisen koulutuksen opiskelijoiden osalta tulkinta ei tosin ole yksiselitteistä; emme tiedä onko eriyttäminen seurausta siitä, että osa opiskelijoista on matematiikan osaamiseltaan niin hyviä, että ei ole mielekästä pitää heitä normaaliopetuksessa vaan antaa heidän edetä omassa tahdissaan. Tällöin eriyttäminen ei selitä osaamista vaan päinvastoin. Vertaamalla opiskelijoiden yksilötuloksia ja lukioiden ja koulutuksen järjestäjien keskituloksia, näyttää siltä, että eriyttäminen laaja-alaisena ja totaalisena pedagogisena ratkaisuna ei tuota parempia tuloksia, mutta yksittäisten, parempia tuloksia saavien opiskelijoiden rohkaiseminen oman tasoisten tehtävien tekemiseen näyttää saavan aikaan parempia tuloksia kuin ilman eriyttämistä.

Näyttää ilmeiseltä, että heikosti menestyvät oppilaat, jotka eivät kotoakaan juuri saa tukea akateemiselle uralle, eivät siis näytä juurikaan hyötyvän aineopettajajärjestelmästä. Herää kysymys, olisiko vähemmillä matemaattisilla taidoilla varustettu, ja ehkä näin paremmin heikompien tai motivoitumattomien oppilaiden ongelmia ymmärtävä luokanopettaja saanut heikoimpien oppijoiden osaamisen nousemaan myös yläluokkien aikana? Olisiko hyödyllistä sekä heikoimmille että parhaimmille oppilaille, että luokanopettajan ja aineenopettajan työkenttää laajennetaan niin, että ne kulkevat pidempään limittäin?

6.1.7 Oppilaitos- ja järjestäjätekijät osaamisen selittäjinä

Ammatillisessa koulutuksessa järjestäjien sisäinen vaihtelu on niin suurta, että järjestäjän toimet eivät selitä osaamista lainkaan – järjestäjän vaikutus on 0,5–1 prosentin luokkaa. Lukioissa oppilaitoksen selitysosuus sekä osaamisesta että osaamisen muutoksesta on 8–9 prosentin luokkaa – samaa suuruusluokkaa kuin perusopetuksessa. Oppilaitoksen/järjestäjän koko ei selitä osaamisen vaihtelua.

Keskeinen ero parhaita suorituksia ja heikoimpia suorituksia saaneissa lukioissa on se, tulevatko opiskeltavat asiat selviksi. Ammatillisessa koulutuksessa kuulumista parhaimpia suorituksia saaneisiin järjestäjiin selitti se, että harvemmin oppitunneilla opittiin mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä ja se, että useammin opiskelijat asettavat itselle tavoitteita ja arvioivat edistymistään. Sekä lukioissa että ammatillisessa koulutuksessa heikoimpia suorituksia saaneilla kouluttajilla opetusmenetelmät ovat konkreettisia, käytännöllisiä, ja ehkä opiskelijoiden motivaation nostamista tavoittelevia. Samoin kuin lukioissa näyttää kuitenkin siltä, että kun näitä menetelmiä on käytetty/jouduttu käyttämään, osaaminen ei selvästikään ole samalla tasolla kuin parhaita tuloksia saavilla järjestäjillä. Emme tiedä, olisivatko tulokset heikommin menestyneillä järjestäjillä olleet parempia tai heikompia muita menetelmiä käyttäen.

Osaamisen muutosta on vaikeampi selittää opettajan pedagogisilla ratkaisuilla kuin osaamisen tasoa. Lukion matematiikan pitkän oppimäärän ryhmissä yksikään pedagoginen ratkaisu ei näytä tuovan selvästi parempaa tulosta. Sen sijaan näyttää siltä, että lukioissa lisäarvoa voidaan osoittaa lyhyen matematiikan ryhmissä. Keskeinen selittäjä suurta muutosta aikaan saaville lukioille on se, että useammin pohditaan onko tehtävän vastaus järkevä, että useammin on opittu mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä ja se, että opiskeltavat asiat tulevat useammin selviksi.

Parhaita ja heikoimpia tuloksia saaneiden oppilaitosten arvosanalinjat eivät kohtaa toisiaan. Parhaimpia tuloksia saavissa oppilaitoksissa vaaditaan enemmän osaamista arvosanaan kuin heikoimpia tuloksia saaneissa oppilaitoksissa. Ilmiö on ilmeinen lukioissa, mutta se havaitaan selvästi myös ammatillisessa koulutuksessa. Erot arvosanaryhmien välillä ovat erittäin merkittäviä. Äärimmillään lukiokoulutuksessa hyvin menestyneiden lukioiden heikoimpia arvosanoja saaneet opiskelijat ovat parempia kuin heikoimmin menestyneiden lukioiden parhaita arvosanoja saaneet opiskelijat. Ero arvosanalinjoissa johtaa ilmeiseen epätasa-arvoon opiskelijoiden hakeutuessa jatko-opintoihin, kun lukion päättötodistusta käytetään osana hakuprosessia.

6.1.8 Ruotsinkielisen aineiston erilliskysymykset

Ruotsinkielisiä opiskelijoita oli aineistossa 252 (12,3 %); naisia 121 ja miehiä 131. Puhtaasti ruotsinkielisiä opiskelijoita on 63 prosenttia, kaksikielisiä 25 prosenttia ja suomenkielisiä 10 prosenttia. Ammatillisen koulutuksen opiskelijoita oli aineistossa 38 prosenttia ja lukiolaisia 61 prosenttia.

Myös ruotsinkielisessä aineistossa osaaminen eriytyy jo varsin varhaisessa vaiheessa. Opiskelijoiden varhaisessa eriytymisessä on suomen- ja ruotsinkielisen aineiston välillä kuitenkin merkittävä ero. Suomenkielisessä aineistossa myöhemmin opinnoissaan matematiikan pitkän oppimäärän valinneet opiskelijat poikkeisivat jo varhaisina vuosina muista ryhmistä omaksi ryhmäkseen. Näin ei käy ruotsinkielisessä aineistossa. Ruotsinkielisessä aineistossa kouluun tultaessa ne opiskelijat, jotka myöhemmin tulevat kirjoittamaan joko pitkän tai lyhyen oppimäärän ylioppilaskokeen lukiossa, suoriutuvat matemaattisista tehtävistä keskenään yhtä hyvin, mutta paremmin kuin ne opiskelijat, jotka myöhemmin menevät ammatilliseen koulutukseen tai suorittavat vain minimimäärän matematiikan kursseja lukiossa. Ruotsinkielisessä aineistossa matematiikan lyhyen ja pitkän oppimäärän valinneita opiskelijoita ei pystytä osaamisen perusteella erottamaan toisistaan ennen kuin 6. luokan alussa. Osaamisen polku on siis vaikeammin ennustettavissa ruotsin- kuin suomenkielisessä aineistossa. Kokonaisaineistossa suomenkielisten (n = 1 799) ja ruotsinkielisen opiskelijoiden välillä ei ole eroa matematiikan osaamisessa toisen asteen lopussa.

Samoin kuin suomenkielisessä aineistossa myös ruotsinkielisessä aineistossa sekä lukio- että ammatillisen koulutuksen aineistoissa miehet menestyvät merkitsevästi paremmin kuin naiset. Tämä näkyy erityisesti lukion pitkän oppimäärän ryhmässä. Toisen asteen lopussa parhaista opiskelijoista 35 prosenttia on naisia ja 65 prosenttia miehiä. Ruotsinkielisessä aineistossa tyttöjen osuus on oleellisesti pienempi parhaiden oppilaiden joukossa jo varhaisina vuosina kuin suomenkielisessä aineistossa. Toisen asteen lopussa aineistojen välillä ei ole eroa.

Alueellisesti tarkastellen ei ruotsinkielisessä aineistossa voida havaita merkittävää ja systemaattista koulutuksellista epätasa-arvoa toisen asteen lopussa matematiikan osalta.

Ruotsinkielisessä aineistossa muissa kuin matematiikan pitkän oppimäärän valinneiden lukioryhmissä opiskelijat saivat n. 30 yksikön edun siitä, että molemmat vanhemmat olivat ylioppilaita. Ero oli samansuuruinen jo 9. luokalla. Ruotsinkielisessä aineistossa ilmiö näyttäytyy samanlaisena kuin koko suomenkielisessäkin aineistossa: ylioppilasperheen tuoma etu näyttää suurenevan nimenomaan yläluokkien aikana, muttei käytännössä kasva enää toisen asteen koulutuksen aikana.

6.2 Luotettavuustarkasteluja

Luvussa 2.2 ja liitteessä 1 pohditaan tiedonkeruuseen liittyviä luotettavuuskysymyksiä. Tässä käsitellään tiivistetysti tehdyt johtopäätökset.

Toisen asteen aineiston tiedonkeruun ajankohta (kevät 2015) ei ollut suosiollinen hyvään kattavuuteen. Yhtäältä haluttiin saada tiedonkeruu lukioissa niin lähelle ylioppilaskokeita ja ammatillisessa koulutuksessa 3. vuoden loppua kuin mahdollista, jotta saataisiin tieto opiskelunsa lopettavien päättövaiheen osaamisen tasosta. Monista syistä johtuen oppilaitokset ja koulutuksen järjestäjät saivat tiedon arvioinnista vasta joulukuun alussa 2014 ja koe oli tarkoitus suorittaa heti vuoden 2015 alussa. Aikaa valmisteluihuin jäi siis vähän.

Huonosta mittausajankohdasta johtuen toisen asteen aineistossa on suuri kato verrattuna 9. luokan aineistoon. Lopulliseen kohdejoukkoon kuului 3 912 opiskelijaa, joista 2 051 vastasi kokeeseen ja siihen liittyvään taustakyselyyn – 1 310 lukioista ja 741 ammatillisista oppilaitoksista. Potentiaalisista vastaajista 1 861 (48 %) ei halunnut useista tarjotuista mahdollisuuksista huolimatta osallistua tiedonkeruuseen. Opiskelijoista 3773:lla oli käytettävissä myös 9. luokan lopun tulos ja 1004 opiskelijalta ylioppilaskoetieto.

Kokonaisuutena arvioiden on syytä olla varovainen, kun tuloksia yleistetään erityisesti ammatillisen koulutuksen naisopiskelijoihin ja kaupunkimaisten lukioiden opiskelijoihin. On myös hyvä huomata, että mukaan tulleet ovat olleet keskimäärin hieman motivoituneempia ja edistyneempiä matematiikan osaamisen osalta kuin poisjääneet. Kun siis kuvataan toisen asteen lopun tuloksia, on hyvä pitää mielessä, että *tulokset antavat liian positiivisen kuvan osaamisen tasosta lukioissa ja ammatillisessa koulutuksessa*. Aineisto kuitenkin sisältää varsin kattavan määrän toisen asteen loppuvaiheen opiskelijoita kaikilta osaamisen tasoilta maan eri osista, kuntatyypeistä ja kieliryhmistä.

Osaamismittarista valmistetiin kaksi versiota – toinen lukioon ja toinen ammatilliseen koulutukseen. Molempien mittariversioiden pohjana oli opiskelijoiden jo 9. luokalla suorittama koe. Tehtävistä 78 % tuli suoraan tuosta kokeesta – osa tehtävistä oli mukana jo 6. luokan ja osa 3. luokan kokeessa. Ammatillisen koulutuksen mittariin valittiin vuoden 1998 ammatillisen koulutuksen matematiikan kansallisesta oppimistulosarviointikokeesta kaksi tehtävää ja yksi käytännön ongelmatilanteeseen liittyvä matematiikan lyhyen oppimäärän tehtävä. Ammatillisen koulutuksen koe oli kokeneiden opettajien mielestä liian vaativa heikoimmille opiskelijoille, vaikka ”tyydyttävän” tasoista osaamista edellyttäviä tehtäviä olikin mukana 23 prosenttia ja ”hyvän” tasoa edellyttäviä 50 prosenttia. Lukiomittariin valittiin kaksi matematiikan lyhyen oppimäärän ylioppilaskoetehtävää ja yksi pitkän oppimäärän ylioppilaskoetehtävä. Sekä ammatillisen että lukiokoulutuksen versioihin lisättiin yksi erittäin vaativa tehtävä, jonka avulla kartoitettiin, kuinka korkealle osaamisen taso voi noista toisen asteen opintojen aikana. Tätä tehtävää ei huomioitu, kun ammatillisen koulutuksen opiskelijoita luokiteltiin asteikolle ”tyydyttävä”, ”hyvä” ja ”kiitettävä”.

Käytetyt osaamismittarit ovat kokonaisuutena riittävän luotettavia uskottavien johtopäätösten tekemiseen ($\alpha_{Lukio} = 0{,}87$ ja $\alpha_{Amm} = 0{,}84$). Samoin osamittareista voidaan arvioida kohtuullisen luotettavasti Funktioita ($\alpha_{Lukio} = 0{,}82$ ja $\alpha_{Amm} = 0{,}66$) ja Geometriaa ($\alpha_{Lukio} = 0{,}73$ ja $\alpha_{Amm} = 0{,}65$). Myös Algebran osa-alueen reliabiliteetti on kohtuullinen, kun aineistoja käsitellään yhdessä ($\alpha_{Lukio+Amm} = 0{,}71$). Tulososassa käsitellään ensisijaisesti kokonaisosaamista, jonka suhteen erottelukyky on riittävä uskottavien tulosten kuvaamiseksi. Fennema-Sherman -asennetestin osatekijät (minä osaajana, oppiaineesta pitäminen ja oppiaineen koettu hyöty) ja matematiikan opiskeluun liittyvän tunnetilan mittarin osatekijät (positiiviset tunnetilat ja negatiiviset tunnetilat) ovat hyvin erottelevia ($\alpha = 0{,}83$–$0{,}92$) sekä lukioaineistossa että ammatillisen koulutuksen aineistossa.

Eri mittauspisteissä saadut summapistemäärät on vertaistettu IRT-mallituksella vastaamaan 9. luokan kokonaisaineiston osaamisen tasoa. Vertaistamisessa käytettävät linkkitehtävät ovat vaikeustasonsa osalta sopivia analyysiin. Osioiden vaikeustasot ovat vakaita, sillä valtaosa niistä on jo ”esitestattu” 9. luokan aineiston perusteella. Tehtävistä 78 % oli samoja kuin 9. luokan kokeessa, ja osiot kattavat kaikki 9. luokilla opeteltaviksi edellytetyt matematiikan osa-alueet. Suuret otoskoot ja kattavuus riittävät uskottavien perusjoukkoa koskevien arvojen saavuttamiseksi, joskin perusjoukossa tulokset ovat todennäköisesti kokonaisuutena arvioiden hieman matalampia kuin raportissa on kuvattu.

Ammatillisen koulutuksen aineistossa pistemäärät muutettiin asteikolle ”tyydyttävä” (T), ”hyvä” (H) ja ”kiitettävä” (K) käyttäen 3TTW-menettelyä (Metsämuuronen, 2013). Osaaminen ammatillisessa koulutuksessa oli niin heikkoa, että lähes puolet opiskelijoista (42 %) ei kyennyt ratkaisemaan puoliakaan helpoimmista, tasolle ”tyydyttävä” luokitelluista tehtävistä. Kokeesta puuttuivat kokonaan hyvin yksinkertaiset, helpot, tyydyttävän tason tehtävät – kuten esimerkiksi 6. luokan kokeessa olleet yksikkömuunnostehtävät.

Kaikkiaan aineisto on kohtuullisen laaja ja monipuolinen tuottamaan uskottavaa tietoa siitä, millainen osaamisen taso on toisen asteen opintojen loppuvaiheessa. Erityisen aineistosta tekee se, että samoja opiskelijoita on seurattu koko heidän koulu-uransa ajan ja toisen asteen lopun tuloksiin voidaan lisätä retrospektiivistä tietoa heidän koulupolkunsa varrelta. Tiedonkeruuseen osallistuneiden opiskelijoiden antamien vastausten, koulun rekisteristä saatujen lisätietojen ja ylioppilaskoetietojen perusteella myös niistä, jotka eivät vastanneet toisen asteen lopun tiedonkeruuseen, on mahdollista tehdä koulutusjärjestelmäämme koskevia uskottavia johtopäätöksiä.

6.3 Keskustelua ja jatkokysymyksiä tulosten pohjalta

Tulokset nostavat esiin paljon ajatuksia niin toisen asteen loppuvaiheen osaamisen tasoon kuin opiskelijoiden opintojen polkuun liittyen. Muutamia näkökulmia otetaan esiin edeltävän tiivistyksen pohjalta.

6.3.1 Koulutusta koskevilla valinnoilla on oleellinen merkitys osaamisen lisääntymisessä

Suuret erot matemaattisessa osaamisessa toisen asteen koulutuksen lopussa selittyvät pitkälti opiskelijoiden suorittamilla koulutus- ja kurssivalinnoilla. Lukiossa matematiikan pitkän oppimäärän suorittavien osaaminen lisääntyy kolmen vuoden opintojen aikana huomattavasti, kun samassa ajassa lyhyen oppimäärän minimikurssimäärän suorittaneiden osaaminen ei juuri lisäännyt lukion aikana – tai opitut asiat ehditään unohtaa toisen asteen koulutuksen loppuun mennessä. Erot lukion sisällä eri ryhmien välillä ovat suuremmat kuin lukion ja ammatillisen koulutuksen välillä.

On ymmärrettävää, että toisilla ammattialoilla ja erilaisissa jatko-opinnoissa matemaattiset valmiudet ovat oleellisemmat kuin toisilla. Luonnontieteissä, insinööritieteissä tai kauppatieteisiin, matematiikkaan ja tilastotieteeseen linkittyvissä ammateissa tarvitaan lähtökohtaisesti enemmän matemaattista osaamista kuin esimerkiksi humanistisilla aloilla. Näin on ymmärrettävää, että osa opiskelijoista ei koe matemaattisia opintoja tärkeiksi oman tulevan ammattinsa tai jatkokoulutuksensa kannalta. Toisaalta näyttää siltä, että kun matematiikan ylioppilaskirjoituksissa ei enää ole pakollista valita edes lyhyen oppimäärän koetta, tällä lienee ollut oleellinen merkitys siihen, kuinka sitoutuneesti matematiikkaa opiskellaan erityisesti niissä ryhmissä, joissa matematiikan opinnoissa valitaan vain minimimäärä kursseja. Ylioppilaskokeella itsellään näyttää olevan puskuvaikutus osaamisen lisääntymiseen päätellen oleellisen suuresta erosta niiden välillä, jotka eivät aikoneet kirjoittaa lyhyen oppimäärän koetta lainkaan ja jotka siihen valmistautuivat. Lyhyen oppimäärän kirjoittaneiden osaaminen lisääntyi lähes saman verran kuin pitkän oppimäärän valinneiden, kun taas kirjoittamatta jättäneillä osaaminen ei lisääntynyt juuri lainkaan.

Voidaan oikeutetusti kysyä, jääkö minimikursseja suorittaneilta oppimatta jotain oleellista lukiokoulutuksen aikana? Onko 9. luokan loppuvaiheen taso riittävä arkielämässä vaadittavaan matemaattiseen tasoon? Olisiko opiskelijoiden tulevan elämän kannalta parempi, että varmuus arkielämässä tarvittavissa peruslaskutoimituksissa – esimerkiksi prosentti- tai korkolaskujen hallinta – lisääntyisi lukio-opintojen aikana? Voidaan kysyä, olisiko mielekästä vaatia kaikilta lukiokoulutuksen käyneiltä jonkinlainen perustaso lukion loppuvaiheessa, joka olisi korkeampi kuin 9. luokan lopussa?

Oli kansallinen päätös, että ylioppilaskokeissa matematiikan lyhyttä oppimäärää ei tarvitse kirjoittaa pakollisena oppiaineena. Päätöksen seurauksena on mahdollista, että kansallinen osaamisvaranto on näiltä osin laskenut ja tulee ehkä laskemaankin. Voidaan ennustaa, että mitä useampi lukiolainen valitsee olla osallistumatta edes lyhyen oppimäärän ylioppilaskokeeseen, sitä matalammaksi kansallinen osaamisvaranto matematiikan osalta laskee. Jos madaltunut ja mahdollisesti madaltuva osaamisen taso voidaan kansallisesti sietää, ei ole tarpeen muuttaa käytänteitä. Mikäli taas olemme huolissamme kansallisen osaamisen tason laskusta aikuisväestössä, *lienee perusteltua vakavasti pohtia joko matematiikan lyhyen oppimäärän ylioppilaskokeen palauttamista pakolliseksi kaikille ylioppilastutkintoon osallistuneille tai uudenlaisen ylioppilaskokeen kehittämistä yleiskokeeksi, jossa matematiikalla olisi selkeä rooli.*

6.3.2 Toisen asteen koulutuksen jälkeen kansalaiset ovat hyvin eriarvoisessa asemassa osaamisen suhteen

Matemaattisen osaamisen eriytymiseen liittyy toinenkin näkökulma – tasa-arvonakökulma. On ilmeistä, että koulutusjärjestelmämme tuottaa hyvin eriytynyttä osaamista jo perusopetuksen yläluokkien aikana, ja osaamisen erot kasvavat vielä toisen asteen koulutuksen aikana. Toisen asteen koulutuksen loputtua työelämään ja jatkokoulutukseen hakeutuu erittäin eri valmiuksilla varustettuja opiskelijoita, mikä lienee tarkoituskin. Eihän ole tarkoituksenmukaistakaan, että kaikki toisen asteen opiskelijat osaisivat samanlaisia asioita – toiset ovat parempia käytännöllisissä asioissa ja toiset reaaliaineissa ja kirjallisuudessa ja kolmannet ehkä parempia matematiikassa.

Matematiikalla on yhteiskunnassamme keskeinen välinearvo – samoin kuin luku- ja kirjoitustaidolla, joita tarvitaan arkielämässä. Joka päivä kaupassa ostoksilla, pankissa lainaa hakiessa tai ehkä rahaa sijoittaessa, asuntoa rakentaessa tai remontoidessa tai esimerkiksi lääkkeiden annostelussa kotona tai palkan riittävyyttä mietittäessä matemaattiset taidot – tai niiden puute – ovat läsnä. Kun perusosaamisessa syntyy hyvin erilaista osaamista eri opiskelijaryhmien välille, voidaan kysyä, kuinka suuri on järjestelmämme tuottama eriarvoisuus väestöryhmien välillä? Ei ole järkevää alentaa niiden osaamisen tasoa, jotka suorittavat lukion pitkän matematiikan kursseja. Sen sijaan voi olla mielekästä pohtia, *kuinka voitaisiin lisätä osaamista nimenomaan heikoimmin suoriutuvien opiskelijoiden ryhmissä.*

Siemen osaamisen eroille syntyy yläkoulun aikana, mutta jo varhaisilla luokilla erot eri ryhmien välillä ovat selkeitä. Perusopetuksen loputtua 9. luokan lopussa erot yhtäältä lukiossa pitkän matematiikan valitsevien ja lyhyen oppimäärän, mutta sen kirjoittamatta jättävien, ja toisaalta ammatilliseen koulutukseen hakeutuvien välillä ovat suuret. Mitä voitaisiin tehdä, jotta motivoitumattomampien opiskelijoiden osaamisen tasoa voitaisiin nostaa? Monien opiskelijoiden osalta polku näyttää determinoidulta jo aivan varhaisilta luokilta lähtien; taso on alaluokilla ehkä heikko ja monessa tapauksessa viesti on samanlainen läpi kouluvuosien. Miten näiden opiskelijoiden varhaista matemaattista uraa voisi parhaiten liikauttaa? Mikä on luokanopettajan ja erityisopettajan rooli heikkojen opiskelijoiden tason nostamisessa – olisiko mahdollista tai järkevää monipuolistaa apumenettelyjä ja ehkä valtavirtaistaa enemmän heikkojen oppijoiden tukemista. Pitäisikö heikoille oppijoille tarjota säännönmukaisesti enemmän oppitunteja, jos kotona läksyjen tekeminen ei kiinnosta? Pitäisikö vanhemmat ottaa mukaan oppimaan matemaattisia asioita ja kannustaa heitä ottamaan vastuuta varhaisista matemaattisista asioista samaan tapaan kuin nyt kannustetaan vanhempia lukemaan lasten kanssa? Pitäisikö myöhemmissä opinnoissa olla jokin motivoiva porkkana opintoihin ja sen ääressä työn tekemiseen? Olisiko ala- ja yläluokkien taitteessa hyödyllistä, että luokan- ja aineenopettajan työaluetta laajennetaan niin, että aineenopettaja ottaisi enemmän vastuuta paremmista oppilaista ja luokanopettaja enemmän vastuuta heikommista oppijoista – ehkä pienemmissä ryhmissä? Saataisiinko tällä aikaan tilanne, että myös heikot oppilaat saisivat tarvittavan huomion yläluokkien aikana, kun aineenopettajan huomio saattaa olla suuntautunut enemmän matemaattisesti parempien oppilaiden saattamisessa kelpoisiksi lukion pitkän oppimäärän lukijoiksi?

6.3.3 Miksi tytöt ja naiset menestyvät heikommin matematiikassa ja mitä siitä seuraa?

Tulosten mukaan naiset menestyvät matematiikassa miehiä heikommin toisen asteen koulutuksen lopussa. Naiset ovat lukiossa noin yhden vuoden jäljessä miehiä – ammatillisessa koulutuksessa noin kahden vuoden verran. Tendenssi on selvä jo 9. luokan lopussa: yläluokilla matematiikka ei näytä kiinnostavan tyttöjä niin paljon, että he haluaisivat siihen panostaa poikien tavoin. Tämä näkyy siinä, että parhaiden oppijoiden joukossa tyttöjen osuus on pieni; aineistossa toisen asteen lopussa matematiikan osaamisen suhteen parhaista opiskelijoista vain 27 % on naisia kun miehiä on 73 %. Tiedetään myös, että kaikissa taitotasoluokissa naisopiskelijat kokivat opintojensa aikana merkitsevästi ja merkittävästi enemmän negatiivisia tuntemuksia, ja lukuun ottamatta aivan parhaita ryhmiä heidän käsityksensä itsestään osaajana olivat matalampia kuin miesopiskelijoilla.

Luvussa 4.2.1 pohdittiin, että naisten jatko-opintojen näkökulmasta tilanne näyttäytyy mahdollisuuksia kaventavalta. Tiedetäänhän, että matemaattista osaamista tarvitaan mm. monissa insinööritieteiden, kauppa- ja kansantaloustieteiden tai matematiikan ja tilastotieteen kautta tulleissa ammateissa. Mitä vähemmän naisia on parhaiden matematiikan osaajien joukossa, sitä vähäisemmäksi heidän osuutensa tietyissä ammateissa voi olla, mikä potentiaalisesti vinouttaa ammattirakenteita sukupuolia syrjivästi. Sinänsä kiinnostavaa on, että tekniikan ja liikenteen alan korkeakouluopinnoissa valmistuneista oli naisia lähes sama prosentuaalinen osuus kuin toisen asteen lopussa naisia oli parhaiden opiskelijoiden joukossa: teknisellä alalla vain 25 % ylemmän korkeakoulututkinnon ja 23 % alemman suorittaneista on naisia (Tilastokeskus, 2015).

On mahdollista, ja jopa todennäköistä, että naisten vähäisempi määrä parhaiden matematiikan harrastajien joukossa johtuu heidän omasta suuntautumisestaan muihin oppiaineisiin kuin matematiikkaan. Keskeinen kysymys on, *miksi* tytöt jo varhain alkavat keskittyä muihin oppiaineisiin kuin matematiikkaan ja miksi heidän määränsä pienenee parhaiden opiskelijoiden joukossa? Jos kysymys on omasta valinnasta 15-vuoden iässä tai jo aiemmin, onko tämä valinta tehty tietoisena valinnan seurauksista jatko-opintovaiheessa? Mikä on opettajan, opintojen ohjaajan tai perheen rooli valintaa tehtäessä? Onko kysymys vertaisryhmän paineesta? Kannustetaanko tyttöjä opiskelemaan matematiikkaa yhtä paljon kuin poikia? Onko mahdollista, että tasoltaan hyvien tyttöjen poisjäänti matematiikan pitkän matematiikan kursseilta seuraa siitä, että pojat joutuvat perustelemaan poisjäännin, mutta tytöt eivät – ja näin ehkä viestitään, että tyttöjen poisjäänti on aivan odotettavaa? Kannustaako opettaja – ehkä tietämättään – stereotyyppisemmin poikia jatkamaan matematiikan opinnoissa, mutta ei ehkä tyttöjä samassa määrin? Kannustetaanko kotona poikia tyttöjä useammin paneutumaan matematiikan opintoihin? Vai saavatko pojat alun perinkin enemmän iloa numeroiden kanssa toimimisesta kuin tytöt tai harrastavatko pojat tyttöjä useammin asioita, joissa ollaan tekemisissä numeroiden kanssa?

6.3.4 Ammatillinen koulutus mahdollistaa hyvän matematiikan tason – entä jatkokoulutusvalmiudet?

Objektiivisesti arvioiden opiskelijat voivat saavuttaa tai säilyttää ammatillisten opintojen aikana erittäin korkean matemaattisen tason ilman kaksoistutkintoakin. Tämä kuitenkin edellyttää opiskelijan omaa aktiivisuutta ja todennäköisesti harrastuneisuutta, sillä ammatillisen koulutuksen matematiikan opintoihin osoittamat tuntimäärät ovat riittämättömiä osaamisen kasvattamiseen toisen asteen opintojen aikana. Erittäin hyvin suoriutuneita opiskelijoita oli ammatillisen koulutuksen aineistossa pieni joukko – heidän osaamisensa ei poikennut lukion pitkän oppimäärän suorittavien tasosta. Samoin objektiivisesti tasolle *Hyvä* luokittuneita opiskelijoita on melko vähän, mutta heidän osaamisen tasonsa vastasi lyhyen oppimäärän suorittaneiden tasoa. Erittäin monet opiskelijoista – lähes puolet – ei saanut vaatimattomammistakaan 9. luokan kokeen tehtävistä edes puolia oikein vaan osoittivat ”alle tyydyttävän” tasoista osaamista – he ovat siis käytännössä tasolla ”autettuna Tyydyttävä”.

Korkea matematiikan osaaminen ei yhtäältä voi olla tavoitteena ammatillisissa opinnoissa – tavoitteet ovat muualla kuin hyvä suoriutuminen yleisoppiaineissa – koska priorisoidaan korkeaa ammattiosaamista teoreettisen tietämyksen sijaan. Toisaalta ammatillisen koulutuksen tulisi periaatteessa antaa jatkokoulutuskelpoisuus korkeakouluun. Käytännöllinen tie korkeakouluopintoihin kulkee ammattikorkeakouluun. Rinnakkaiset arvioinnit ammattikorkeakouluissa (ks. Hintsanen ym., 2016, 68) kertovat, että erityisesti matematiikan vähäinen osaaminen on yksi keskeisiä ongelmia ammatillisen koulutuksen kautta tulleilla opiskelijoilla. Näyttää siis ilmeiseltä, että jatkokoulutuskelpoisuutta ei ammatillisessa koulutuksessa saavuteta matematiikan osaamisen osalta. Kun kokeeseen osallistuneita opiskelijoista peräti 79 % on korkeintaan alimmalla osaamisen tasolla *Tyydyttävä*, tulos on saman suuntainen rinnakkaisen tuloksen kanssa: kovin harvalle ammatillisen koulutuksen opiskelijalle ammatillinen koulutus antaa matemaattisia valmiuksia menestyä korkeakouluopinnoissa. Vaikka siis ammattikorkeakoulussa tarvittava *ammatillinen* osaaminen olisikin kehittynyt hyvin, heikko taitotaso lukemisessa ja kirjoittamisessa, matematiikassa ja kielistä erityisesti virkamiesuralla tarvittavassa ruotsinkielessä voivat tehdä opinnoista erittäin haastavan – lisävalmiuksia tarvitaan.

Tiedetään, että uusissa tutkintojen perusteissa matematiikan määrää on vähennetty aiemmasta. On siis odotettavissa, että matemaattisen osaamisen näkökulmasta jatko-opintovalmiudet heikentyvät entisestään. Voidaan oikeutetusti kysyä, olisiko perusteltua vähentämisen sijaan *kasvattaa* matematiikan tuntimääriä entisestä, kun enenevässä määrin pyritään opiskelijoita ohjaamaan jatkokoulutukseen? Nykyisilläkään tuntimäärillä ei kyetä antamaan jatkovalmiuksia. Keskeinen kysymys lienee se, halutaanko ammatillisten opintojen todella tuottavan jatkokoulutuskelpoisuutta, vai onko kyse enemmän retoriikasta ja teoreettisesta optiosta kuin todellisesta opintopolusta ammatillisen koulutuksen kautta tulleille opiskelijoille? Kenen velvollisuudeksi katsotaan todelliset jatko-opintokelpoisuuksien akateemiset valmiudet – opiskelijalle itselleen vai jollekin erilliselle instituutiotaholle? Oliko ajatuksena, että ammatilliset oppilaitokset, aikuislukiot, jatkokoulutuspaikat tms. järjestävät enenevässä määrin jonkinlaisia siltakursseja ammatillisesta koulutuksesta tulleille opiskelijoille paikkaamaan akateemisten taitojen vajetta ammatillisen koulutuksen ja korkeakoulutuksen välillä?

6.3.5 Kykeneekö koululaitos paikkaamaan kodin koulutuksellisen pääoman puutteet?

Tulosten perusteella tiedetään, että molempien vanhempien ylioppilastutkinto tuo – riippumatta suoritetuista ylioppilaskokeista tai niissä saaduista puoltopisteistä – noin kahden vuoden opintojen edun kokonaisosaamiseen sekä lukioissa että ammatillisissa oppilaitoksissa verrattuna opiskelijoihin, joiden vanhemmista kumpikaan ei ollut ylioppilas. Luvussa 4.4.1 pohdittiin ylioppilastaustan todellista merkitystä lapsen varhaisessa kehityksessä – ylioppilastutkintohan sinällään ei ole kovinkaan hyvä selittäjä, vaan heijastellee muita, tärkeämpiä eroja kotien välillä. On mahdollista, että korkeampi koulutus mahdollistaa korkeamman intellektuaalisen ja akateemisen pääoman, millä puolestaan voi olla yhteyttä lapsen varhaiseen kehittymiseen. Korkeampi intellektuaalinen pääoma voi näkyä mm. laajempana sanavarastona, parempana kykynä luokitella käsitteitä ylä- ja alakäsitteisiin tai abstraktimman ajattelun omaksumisena esimerkiksi metaforien tai kielikuvien muodossa. Korkeampi akateeminen pääoma puolestaan voi näkyä esimerkiksi varhaisempana luku- ja kirjoitus- ja matematiikkataitona, opiskelemiseen kannustamisena, koulutuksen arvostamisena ja akateemisissa perheissä nimenomaan akateemiselle uralle kannustamista, mikä voi teini-iän turbulenteissa vaiheissa antaa vahvemman pohjan opinnoissa etenemiseen. Kokonaisuutena voidaan ehkä puhua koulutuksellisen pääoman puutteista ja vahvuuksista.

Tuloksista tiedetään myös, että vanhempien ylioppilastutkinnosta tuleva hyöty ei eriydy toisen asteen opinnoissa. Ero ylioppilasvanhempien ja ei-ylioppilasvanhempien lasten välillä syntyy jo alemmilla luokilla 6. luokan alkuun tultaessa ja säilyy samansuuruisena läpi kouluvuosien sekä lukiokoulutuksessa että ammatillisessa koulutuksessa. Jo varhaisina vuosina syntyy noin puolentoista vuoden opintoja vastaava ero oppilasryhmien välille. Positiivisesti katsoen kyseessä ei siis näytä olevan Matteus-efektin kaltaisesta tilanteesta, jossa ”ne, joilla paljon on, lisää annetaan”; vanhempien korkeammasta peruskoulutuksesta ei siis synny kumuloituvaa hyötyä enää 6. luokan jälkeen.

Koululaitoksen tehtävä lienee pyrkiä kuromaan umpeen eri pääomalla varustettujen lasten akateemiset valmiudet. Aiempien tulosten mukaan suomalainen koululaitos kykenee 6. luokan alkuun mennessä kuromaan umpeen aivan lähtövaiheessa olleet suuret erot (Metsämuuronen, 2013b). Näyttää kuitenkin siltä, että matalammasta koulutustaustasta tulleet opiskelijat eivät – keskimäärin tarkastellen – saavuta korkeammasta koulutustaustasta tullutta vertaisryhmää kouluvuosien aikana. Voidaan oikeutetusti kysyä, epäonnistuuko koulujärjestelmämme tasa-arvopyrkimyksissä? Vai onko kysymyksessä luonnonlain omainen tila: riippumatta koululaitoksesta opiskelijoiden lapsuuden kodin tuottama intellektuaalinen ja akateeminen pääoma syntyy varhaisina vuosina eikä sitä enää voida korjata kaikilla opiskelijoilla? Jos jälkimmäinen pitää paikkansa, entistä suurempi painoarvo koulutuksellisen yhdenvertaisuuden takaamisessa tulee varhaiskasvatukselle päiväkodeissa. Mikä on vanhempien oma vastuu lasten akateemisten ja intellektuaalisten taitojen kasvamisessa varhaisina vuosina? Mikä on neuvoloiden ja siellä varhaisen vanhempien kohtaamisen merkitys sivistyksellisen pääoman kasvattamisessa? Tulisiko jo neuvolassa – ehkä jopa ennen lapsen syntymää – pitää huolta siitä, että vanhemmat ymmärtävät varhaisen yhdessä keskustelun, lukemisen ja kirjallisuuden vaikuttavan sanavarastoon ja ajatteluun ja sen kautta lapsen tulevaisuuteen myönteisesti?

6.3.6 Miten korjata päättöarvosanojen vastaamattomuudesta johtuva epätasa-arvo jatko-opintoihin hakeutumisvaiheessa?

Tulosten perusteella tiedetään, että parhaita ja heikoimpia tuloksia saaneiden oppilaitosten arvosanalinjat eivät kohtaa toisiaan. Äärimmillään lukiokoulutuksessa heikoimmin suoriutuneiden oppilaitosten parhaita arvosanoja saaneet opiskelijat ovat heikompia kuin vaativien lukioiden heikoimpia arvosanoja saaneet opiskelijat. Tämä johtunee siitä, että parhaimpia tuloksia saavissa oppilaitoksissa samannimisillä kursseilla edetään pidemmälle tai syvemmälle ja näin myös vaaditaan enemmän osaamista arvosanaan kuin heikoimpia tuloksia saaneissa oppilaitoksissa. Ilmiö on ilmeinen erityisesti lukioissa, mutta se havaitaan selvästi myös ammatillisessa koulutuksessa.

Erot oppilaitosten arvosanan antamisen perusteissa eri oppilaitosten välillä ovat aineistossa ilmeisiä ja ymmärrettäviä. On ehkä ajateltu, että ylioppilastutkinto harmonisoisi päättöarvosanoja, kun opettajat osallistuvat ylioppilaskokeen pisteitykseen ja näin – periaatteessa – opettajien taso kalibroituisi samaksi eri lukioiden välillä. Näinhän ei sitten aineiston perusteella käykään, vaan opettajilla lienee taipumusta antaa arvosanoja oppilaitoksen oman sisäisen jakauman pohjalta. Tästä seuraa se, että lukion parhaille opiskelijoille on taipumusta antaa korkeita ja heikoimmille matalia arvosanoja riippumatta siitä, mikä opiskelijan tosiasiallinen osaamisen taso on. Eikä opettajalla olekaan yhteisesti kalibroitua testausjärjestelmää ennen lukion päättövaihetta, vaan käytetyt kurssikokeet heijastavat useassa tapauksessa opettajan oman opetusryhmän tasoa.

Haaste arvosanojen kohtaamattomuudessa eri oppilaitosten välillä syntyy siitä, että lukion päättötodistusta käytetään osana hakuprosessia jatko-opintoihin. Jos ja kun arvosanojen taustalla oleva osaamisen taso ei vastaa toisiaan eri oppilaitosten välillä, tämä johtaa ilmeiseen epätasa-arvoon opiskelijoiden hakeutuessa jatko-opintoihin. Vaativan oppilaitoksen "heikko" opiskelija saattaa saada arvosanakseen 6, mutta onkin oikeasti osaamisen tasoltaan tätä selvästi parempi – ehkä arvosana 8 tai 9 voisi totuudenmukaisemmin kuvata hänen osaamistaan. Jos kaksi opiskelijaa hakeutuu samaan jatkokoulutuspaikkaan – toinen arvosanalla 6 vaativasta lukiosta ja toinen arvosanalla 9 vaatimattomammasta lukiosta – on ilmeistä, että arvosanan 9 saanut opiskelija on etulyöntiasemassa sisäänvalinnassa. Miten tämä epäoikeudenmukaisuus voitaisiin korjata? Tulososassa luvussa 4.7.4 esiteltiin kaksi matemaattista mallia, joilla lukion päättöarvosanat voidaan yhdenmukaistaa kohtuullisella tarkkuudella. Tämä on eräs mahdollisuus ratkaista tilanne.

Toinen – opiskelijan jatkuvan arvioinnin kannalta parempi – mahdollisuus olisi rakentaa lukion opintojen ajaksi kalibroiva testausjärjestelmä, joka olisi lukiosta ja sen tasosta riippumaton. Olisiko hyödyllistä tai käytännöllistä käyttää esimerkiksi MAOL:in lukiokokeiden tapaisia yhtenäisiä kokeita osana arvosanojen muodostumista lukioissa? Ehkä ylioppilastutkintolautakunta voisi tuottaa ylioppilaskokeeseen valmistautumisen vaiheeseen preliminäärikokeita, joiden avulla olisi mahdollista arvioida osaamista myös niiltä opiskelijoilta, jotka eivät aio kirjoittaa matematiikan ylioppilaskoetta? Joka tapauksessa lukion päättötodistusta ei ole suositeltavaa käyttää hakutilanteessa keskeisenä opiskelijoiden tason mittarina ennen kuin arvosanat on yhdenmukaistettu.

Kolmas mahdollinen vaihtoehto olisi luoda lukio-opintoihin samanlainen standardiperustainen rakennelma kuin perusopetukseen, jossa yhteisesti on sovittu, mitä edellytetään arvosanan 8 saavilta opiskeljoilta. Monet oppimistulosarvioinnit tosin osoittavat (ks. keskustelu luvussa 4.4.3), että arvosanan 8 standardia on vaikea noudattaa vertailukelpoisesti perusopetuksessa – on oletettavaa, että sen käyttö ei olisi yksikäsitteistä myöskään lukioissa. Yhteisesti sovittu standardi toisi kuitenkin ainakin teoreettisen mahdollisuuden arvioida opiskelijoita samalla skaalalla entisen lukiokohtaisen asteikon sijaan. Kansallisesti tämä vaihtoehto olisi koko lukiokentän kattava, ja johtaisivat isoihin ja työläisiin muutoksiin opetussuunnitelman perusteissa, sillä muutosta ei olisi mielekästä tehdä vain matematiikan opetussuunnitelman perusteisiin.

6.3.7 Pedagogiset ratkaisut ja eriyttäminen

On omalla tavallaan haastavaa ja ajatuksia sekoittavaa, että aineiston avulla kyetään selittämään varsin hyvin osaamisen taso, muttei osaamisen muutosta. Tiedetään siis, kuinka hyvätasoisia opiskelijoita on opetettu, muttei välttämättä sitä, millä menetelmillä heistä tuli hyviä.

Eräs kiintoisista esiin nousseista tekijöistä on pedagoginen eriyttäminen. Opiskelija-aineiston perusteella tiedetään, että jos eriyttäminen on ollut systemaattista ts. opiskelijat tekevät *usein* tai *lähes aina* itselleen sopivan tasoisia tehtäviä, tulokset ovat merkitsevästi parempia ammatillisessa koulutuksessa ja lukiossa matematiikan pitkän oppimäärän suorittavilla opiskelijoilla. Merkittävää siis on, että myös lähtötasoltaan heikkojen opiskelijoiden ryhmässä eriyttäminen on myönteisessä yhteydessä osaamiseen. Toisaalta oppilaitoksen näkökulmasta eriyttäminen laaja-alaisena ja totaalisena pedagogisena ratkaisuna *ei* näytä tuottavan parempia tuloksia – pikemmin päinvastoin. Näyttää siis siltä, että yksittäisten, ryhmään nähden edistyneempien, opiskelijoiden rohkaiseminen oman tasoisten tehtävien tekemiseen näyttää saavan aikaan parempia tuloksia kuin ilman eriyttämistä, mutta jos kaikki tai moni opiskelija tekee itselleen sopivan tasoisiaan tehtäviä, tulokset ovat heikompia. On ymmärrettävää, että jos opiskelija on niin hyvätasoinen, ettei hän hyödy normaaliopetuksesta, onkin järkevää antaa hänen edetä omassa tahdissaan. Toisaalta heikolle opiskelijalle oman tasoisten tehtävien tekeminen voi tarkoittaa, ettei hän koskaan pääse samaan tasoon kuin paremmin pärjäävät opiskelijat.

Hämäävää on, että pedagoginen eriyttäminen ei selitä osaamisen muutosta toisen asteen opintojen aikana. Aineiston perusteella osaamisen muutosta on oleellisesti vaikeampi selittää opettajan pedagogisilla ratkaisuilla kuin osaamisen tasoa. Lukiossa matematiikan pitkän oppimäärän ryhmässä yksikään pedagoginen ratkaisu ei näytä tuovan selvästi parempaa tulosta – eikä myöskään ammatillisessa koulutuksessa. Lukioissa lisäarvoa voidaan osoittaa lyhyen matematiikan ryhmissä. Keskeinen selittäjä suurta muutosta aikaan saaville lukioille on se, että useammin pohditaan onko tehtävän vastaus järkevä ja että useammin on opittu mittaamalla, rakentelemalla tai muulla tavoin tekemällä ja se että opiskeltavat asiat tulevat useammin selviksi.

Luvusta 4.6.2 nostetaan tähän asiaan liittyvä keskustelu. Voidaan kysyä, *saako* liian varhainen eriyttäminen yläluokkien aikana *aikaan* sen, että osalla opiskelijoista osaaminen jää matalaksi. Onko mahdollista, että aineenopettajajärjestelmään siirtymisen yhteydessä yläluokilla opettajan primääri kiinnostus siirtyy siihen, että lukioon menevien oppilaiden osaamisen taso saadaan vastaamaan lukiotasoa, ja tällöin heikoimpien, sittemmin ammatilliseen koulutukseen hakeutuvien oppilaiden matemaattisen osaamisen nostaminen voi olla toissijaista? Voiko siis käydä niin, että oppilaan viestiessä viimeistään 9. luokan loppupuolella, että matematiikan oppiminen ei juurikaan häntä kiinnosta, hänet jätetään enemmän tai vähemmän oman onnensa nojaan? Aineiston perusteella tähän pystytä vastaamaan, mutta mikäli näin käy, olisi ehkä hyvä keksiä ratkaisuja myös näiden oppilaiden motivaation nostamiseen – oman onnensa ja oman aktiivisuuden varaan jättäminen ei liene missään mielessä suotava ratkaisu.

Aineiston perusteella näyttää ilmeiseltä, että heikosti menestyvät oppilaat, jotka eivät kotoakaan juuri saa tukea akateemiselle uralle, eivät näytä juurikaan hyötyvän aineopettajajärjestelmästä. Luonnollinen kysymys on, olisiko vähemmillä matemaattisilla taidoilla varustettu, ja ehkä näin paremmin heikompien tai motivoitumattomien oppilaiden ongelmia ymmärtävä luokanopettaja tai erityisopettaja saanut heikoimpien oppijoiden osaamisen nousemaan myös yläluokkien aikana? Olisiko hyödyllistä sekä heikoimmille että parhaimmille oppilaille, että luokanopettajan ja aineenopettajan työkenttää laajennetaan niin, että ne kulkevat pidempään limittäin?

6.4 Kehittämissuositukset

Yleisiä koulutuspoliittisia suosituksia päätöksen teon tueksi

1) Jotta koulutusjärjestelmä voisi tukea erilaisista taustoista tulevien lasten akateemisia taitoja, olisi tärkeää entistä enemmän nostaa esiin varhaiskasvatuksen kasvatusvastuuta ja neuvolatoiminnan tukea. Tutkimusten mukaan matemaattisten ja muiden akateemisten taitojen kehittyminen alkaa jo varhaisina vuosina. Varhaiskasvatuksella on siten tärkeä rooli näiden taitojen kehittymisen tukemisessa. Varhaiskasvatuksessa ja neuvoloissa tulee ohjata vanhempia ymmärtämään varhaisen keskustelun, lukemisen ja kirjallisuuden vaikutus sanavarastoon ja ajatteluun ja sen kautta lapsen tulevaisuuteen myönteisesti ja toimimaan sen mukaisesti. Varhaiskasvatuksessa tämä voi tarkoittaa sitä, että vanhempia kannustetaan ottamaan enemmän vastuuta varhaisista matemaattisten varhaistaitojen kehittymisestä samaan tapaan kuin nyt kannustetaan vanhempia lukemaan lasten kanssa.
2) Perusopetuksen loppuvaiheessa ja toisella asteen koulutuksessa havaitun osaamisen suuren eron kaventamiseksi on järkevää kiinnittää huomiota heikoimpien oppilaiden entistä aktiivisempaan tukemiseen jo varhaisina vuosina. Tämä voi tarkoittaa sitä, että matemaattisille valmiuksille annetaan entistä suurempi painoarvo varhaiskasvatuksessa.
3) Kansallisen osaamisvarannon heikkenemisen estämiseksi lukioissa on perusteltua kehittää ylioppilaskoe sellaiseksi, jossa matematiikalla olisi selkeä rooli kaikkien opiskelijoiden osalta.
4) Ammatillisen koulutuksen kehittäjien ja toteuttajien on syytä pohtia, kuinka taataan opiskelijoiden riittävät jatko-opintovalmiudet matematiikan, äidinkielen ja kielten osalta. Riittävien jatko-opintovalmiuksien saavuttaminen edellyttää ammatillisten oppilaitosten ja ammattikorkeakoulujen välistä yhteistyötä, jossa määritellään, mikä on jatko-opinnoissa tarvittava osaamisen taso, ja mahdollisten siltakurssien tai vastaavien rakentamista niille opiskelijoille, joita vaativampia matemaattisia valmiuksia edellyttävät jatko-opinnot kiinnostavat. Matematiikan tuntimäärien vähentäminen ammatillisessa koulutuksessa ei liene oikea suunta, mikäli pyritään siihen, että opiskelijoilla on todelliset jatko-opintovalmiudet.
5) Tutkimuksilla on syytä selvittää, miksi tytöt jo ennen kuudennen luokan alkua alkavat keskittyä mieluummin muihin oppiaineisiin kuin matematiikkaan. Matemaattisesti lahjakkaita tyttöjä on tärkeää kannustaa matematiikan harrastamiseen ja pitkän matematiikan opiskeluun. Opettajilla, opinto-ohjaajilla ja vanhemmilla on keskeinen rooli tuoda esiin matematiikan opintojen tärkeys perusopetuksen jälkeisissä opinnoissa ja opintojen mahdollinen yhteys uramahdollisuuksiin.
6) Lukion päättötodistuksen matematiikan arvosanan tai ammatillisen koulutuksen taitotason käyttö keskeisenä pääsykriteerinä jatko-opintoihin edellyttää niiden vertailukelpoisuuden varmistamista eritasoisten lukioiden ja ammatillisen koulutuksen järjestäjien kesken. Tämä tukisi opiskelijoiden oikeudenmukaista kohtelua. Päättöarvioinnin yhdenmukaisuuden saavuttaminen on pitkäaikainen prosessi eikä sitä saada vahvaksi ilman koko ikäluokkaa koskevia päättökokeita. Näitä ei kuitenkaan suositella otettavaksi käyttöön, vaan päättökokeen sijaan tehokkaampia ja vertailukelpoisempia oppilaan ja opiskelijan jatkuvaan ja monipuoliseen näyttöön perustuvia menetelmiä. Raportti esittää joitain nopeasti käyttöönotettavia vaihtoehtoja väliaikaisiksi ratkaisuiksi.

7) Lukioissa on syytä käyttää vertailukelpoisia kokeita osaamistason ja päättöarvosanan määrittämiseksi. Toinen tapa lisätä vertailukelpoisuutta on kehittää lukioihin arvosanastandardit samaan tapaan kuin perusopetuksessa ja ammatillisessa koulutuksessa. Ylioppilastutkintolautakunta tai Karvi voisi kehittää kokeita tai menettelyjä, joita käyttämällä saataisiin heikosti vertailukelpoiset päättöarvoarvosanat yhteismitallisemmiksi.
8) Koska parhaiden ja heikoimpien peruskoulujen, lukioiden ja ammatillisen koulutuksen järjestäjien antaman arvosanat eivät vastaa toisiaan, opiskelijoiden oikeudenmukaisen kohtelun varmistamiseksi oppilas- ja opiskelija-arvioinnin painoarvoa opettajien jatko- ja täydennyskoulutuksessa ja vertaistuessa ei saa vähentää, vaan sitä voisi pikemmin lisätä.

Suosituksia koulutuksen järjestäjille

1) Paikallisissa varhaiskasvatussuunnitelmissa olisi syytä kiinnittää aiempaa enemmän huomiota siihen, miten matemaattisen ajattelun kehittyminen konkretisoituu toiminnaksi lapsiryhmissä. Huomion kiinnittäminen varhaisiin vuosiin voi tasoittaa kotitaustaan liittyviä lasten välisiä eroja. Erityisen tärkeää on kiinnittää asiaan huomiota niiden lasten kohdalla, joilla todetaan jo varhaisina vuosina selviä kielellisiä, käsitteellisiä, sosiaalisia ja/tai motorisia haasteita.
2) Opetuksen ja koulutuksen järjestäjien on syytä pohtia, kuinka matematiikan osaamiseltaan heikkojen oppijoiden opinpolkua voitaisiin tukea entistäkin tehokkaammin. Varhaisten ongelmien toteaminen ja niissä tukeminen edellyttänee varhaiskasvatuksen, esi-opetuksen ja alkuopetuksen tiiviimpää yhteistyötä. Ala- ja yläkoulun vaihteeseen voi olla hyödyllistä pohtia luokan opettajan ja aineenopettajan työn entistä pidempää limittymistä. Yläkoulussa on syytä kiinnittää niiden opiskelijoiden matematiikan osaamisen ohjaamiseen, jotka suuntautuvat ammatillisen koulutukseen tai eivät suunnittele suorittavansa matematiikan ylioppilaskoetta. Lukiossa tämä voi tarkoittaa niiden opiskelijoiden motivoimista, jotka eivät aio suorittaa kumpaakaan matematiikan ylioppilaskoetta. Ammatillisessa koulutuksessa matematiikan osaamisen tasoon voisi vaikuttaa vaatimustasoa nostamalla ja tuen mahdollistamista heikosti menestyville opiskelijoille. Heikosti menestyvien opiskelijoiden tukemisessa ja innostamisessa voi ratkaisuna olla opetusmenetelmien kehittäminen, esimerkiksi opiskelun kytkeminen tiiviimmin todellisiin arkielämän tilanteisiin tai klinikkaopetusta kansalaisena toimimisen riittävien taitojen varmistamiseksi.
3) Ammatillisen koulutuksen järjestäjien on syytä pohtia, kuinka taataan opiskelijoiden todelliset jatko-opintovalmiudet erityisesti matematiikan, äidinkielen ja kielten osalta. Riittävien jatko-opintovalmiuksien saavuttaminen edellyttänee ammatillisten oppilaitosten ja ammattikorkeakoulujen välistä yhteistyötä kanssa sen määrittämiseksi, mikä on jatko-opinnoissa tarvittava osaamisen taso ja mahdollisten siltakurssien tai vastaavien rakentamista niille, joita korkeampia matemaattisia valmiuksia edellyttävät jatko-opinnot kiinnostavat. Tämä voisi tarkoittaa myös tiiviimpää yhteistyötä lukioiden ja ammatillisen koulutuksen välillä: hyvin menestyvät opiskelijat voisivat osallistua lukion matematiikan kursseille jatko-opintovalmiuksien nostamiseksi.
4) Matematiikan arvosanojen vastaamattomuus eri oppilaitoksissa on ilmeinen opiskelijan oikeusturvaa murentava seikka, mikäli päättötodistuksen arvosanaa käytetään osana jatko-opintoihin hakeutumista. Ongelma ilmenee selvemmin lukiokoulutuksessa kuin ammatillisessa koulutuksessa. Lukiokoulutuksen järjestäjien on syytä yhdessä miettiä, kuinka arvosanojen vastaamattomuuteen voitaisiin nopeimmin puuttua. Tämä edellyttänee yhteistyötä myös opettajajärjestöjen kanssa. Raportissa vaihtoehtoina on esitetty seuraavia toimia: käytetään hakutilanteessa matemaattisia mallinnuksia arvosanojen yhdenmukais-

tamisessa, käytetään yhteisiä kokeita kuten MAOLin kokeita, YTL:n (preliminääri)kokeita tai laaditaan lukioon standardit arvosanalle 8 ("hyvä") vertailukelpoisen osaamisen tason määrittämisessä. Vaihtoehtoisesti YTL tai Karvi voisi kehittää kokeen tai menettelyn, jolla arvosanoja voitaisiin saattaa yhdenvertaiseksi.

Suosituksia varhaiskasvattajille, opettajille ja opettajan kouluttajille

1) Lasten varhaisten matemaattisen osaamisen eroja on järkevää tasoittaa niin pitkälle kuin se on mahdollista ennen koulun alkua. Varhaiskasvatuksessa tämä voi tarkoittaa sitä, että vanhempia kannustetaan ottamaan enemmän vastuuta varhaisista matemaattisten valmiuksien kehittymisestä samaan tapaan kuin nyt kannustetaan vanhempia lukemaan lasten kanssa. Tämä saattaisi myös tarkoittaa kodin ja varhaiskasvatusta antavan yksikön välisiä säännöllisiä keskusteluja lapsen kehitykseen liittyen samaan tapaan kuin koulussa tehdään.
2) Varhaiskasvatuksessa on syytä huomioida matematiikan varhaisen oppimisen kannalta rikkaat oppimisympäristöt kuten digipelit ja käytännön työtehtävät, esimerkiksi leipominen ja kauppaleikit, joihin luontevasti linkittyy varhaisia matematiikan käsitteitä ja taitoja.
3) Matematiikkaan liittyvin varhaisten taitojen tunnistamista ja opettamista on järkevää painottaa entistä enemmän varhaiskasvatuksen koulutuksissa. Lastentarhanopettajien ja varhaiskasvatuksen henkilöstön opintoihin olisi järkevää lisätä mahdollisuus syventyä matematiikan opetukseen ja mahdollisuus suorittaa täydennyskoulutuksena matematiikan opetus varhaiskasvatuksessa.
4) Opettajien ja opettajankouluttajien olisi hyvä pohtia ja tutkia keinoja, joilla voidaan nostaa lähtötasoltaan heikkojen oppilaiden osaamistasoa entistä tehokkaammin. Ensimmäisten kouluvuosien aikana tämä voi tarkoittaa esimerkiksi yksinkertaisempia arkielämän ongelmiin keskittyviä – ehkä pelillisiä – perusharjoituksia tai vastaavia, jotta oppilaalla vahvistuu ajatus, että hän osaa matematiikkaa. Toisaalta on tärkeää ottaa huomioon oppilaiden erilaiset oppimistavat ja tarvota oppilaille kiinnostuksen korkealle nostavia haasteita ja näin pyrkiä vähentämään tylsyyden linkittymistä matematiikkaan oppiaineena.
5) Oppilaat saattavat tarvita tukea ja kannustusta myös matematiikkaan asennoitumisessa. Oppilailla voi olla ikäviä kokemuksia matematiikan opinnoista ja niiden pohjalta kielteisiä asenteita matematiikkaa kohtaan. Esimerkiksi kokemus siitä, että ei osaa matematiikkaa. Opettajien ja tutkijoiden olisi hyvä koota ja jakaa käytäntöjä siitä miten koulussa voisi tukea myönteisten kokemusten syntymistä matematiikkaa kohtaan. On järkevää korostaa oppilaille ja opiskelijoille sitä, että omilla työskentelytavoilla, kuten säännöllisellä kotiläksyjen tekemisellä, on oleellinen vaikutus osaamisen kehittymiseen.
6) Opettajien ja opettajankouluttajien tulee pohtia ja tutkia keinoja, joilla tyttöjä voidaan ohjata kiinnostumaan matematiikasta. Tämä voi tarkoittaa paneutumista tyttöjen sosiaaliseen kontekstiin ja syväaineistojen kokoamista tyttöjen ajattelusta ennen perusopetuksen 6. vuosiluokkaa. Myöhemmin asiaan voi olla vaikea puuttua.
7) Opettajien kaikilla tasoilla on hyvä olla tietoisia siitä, että huolimatta perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa kuvattua standardia (arvosanalle 8) heidän käyttämissään arvosananantamisen asteikoissaan on huomattavaa koulukohtaista eroa – suuntaan tai toiseen joko arvosanoja liikaa nostava tai laskeva, ja että tästä seuraa perustavaa laatua olevaa epätasa-arvoa oppilaille ja opiskelijoille. Oppilas- ja opiskelija-arviointia yhdenmukaistavien keinojen kehittämistä tulee jatkaa yhdessä opetuksen ja koulutuksen järjestäjän ja opettaja- ja opiskelijajärjestöjen kanssa niin, että oppilaat ja opiskelijat ovat yhdenvertaisessa asemassa hakiessaan jatko-opintoihin. Oppilas- ja opiskelija-arvioinnin painoarvoa opettajien jatko- ja täydennyskoulutuksessa ja vertaistuessa ei saa vähentää.

8) Tulosten perusteella näyttää siltä, että sekä matematiikan osaamistasoltaan heikkojen että hyvien yksittäisten opiskelijoiden eriyttäminen tekemään oman tasoisiaan tehtäviä tuo heille hyötyä. Sen sijaan systemaattinen eriyttäminen, jossa kukin tekee oman tasoisia tehtäviään, ei ole suositeltavaa, sillä tämä ei tulosten mukaan tuota parempaa osaamista vaan on yhteydessä pienempään osaamisen muutokseen.

7
Viitteet

Aaltonen J, Kirjavainen T & Moisio A (2007). *Peruskoulujen ja lukioiden tehokkuuserot ja tuottavuus*. Teoksessa A kangasharju (toim.), Hyvinvointipalvelujen tuottavuus: Tuloksia opintien varrelta. VATT-julkaisuja 46. Helsinki: Valtion taloudellinen tutkimuskeskus.

Aaltonen J, Kirjavainen T & Moisio A (2005). *Kuntien perusopetuksen tehokkuuserot ja tuottavuus 1998–2003.* VATT keskustelunaloitteita 374. Helsinki: Valtion taloudellinen tutkimuskeskus.

Acharya DR & Metsämuuronen J (2014). Nepali Achievement at Grade 3 in NASA 2012. In J Metsämuuronen, SP Acharya, S Shakya & DR Acharya (toim), *Where are the grade 3 and 5 students now? Student achievement in Mathematics, Nepali and English at grade 3 and 5 in 2011.* Ministry of Education, Kathmandu, Nepal. Käsikirjoitus.

Acharya, DR, Metsämuuronen J & Adhikari H (2013). Nepali Achievement in NASA 2011. Teoksessa J Metsämuuronen & BR Kafle (toim.), *Where Are We Now? Student achievement in Mathematics, Nepali and Social Studies in 2011.* Ministry of Education, Kathmandu, Nepal. 113–170.

Acharya SP, Metsämuuronen TM & Metsämuuronen J (2013). Teacher Effect in Learning. Teoksessa J Metsämuuronen & BR Kafle (toim.), *Where Are We Now? Student achievement in Mathematics, Nepali and Social Studies in 2011.* Ministry of Education, Kathmandu, Nepal. ss. 281–316.

Aho E, Pitkänen K, & Sahlberg P (2006). Policy Development and Reform Principles of Basic and Secondary Education in Finland since 1968. May 2006. Washington, D.C., U.S.A.: The World bank.

Alfonso A & St. Aybun M (2006). Cross-Country Efficiency of Secondary Education Provision: A Semi-Parametric Analysis with non-Discretionary Inputs. *Econometric Modelling,* 23(3), 476–493.

APA (2007). *Report of the APA Task Force on Socioeconomic Status.* Washington, DC: American Psychological Association.

Béguin A (2000). *Robustness of Equating High-Stake Tests*. Enschede: Febodruk B.V.

Bezruczko N (2004). Raw Score Nonlinearity Obscures Growth. *Rasch Measurement Transactions,* 18(2), 973–974.

Bereiter C (1963). Some persisting dilemmas in the measurement of change. Teoksessa CW Harris (toim.), *Problems in measuring change*. Madison: University of Wisconsin Press. ss. 3–20.

Bradley R H & Corwyn R F (2002). Socioeconomic Status and Child Development. *Annual Review of Psychology*, 53, 371–399.

Bryk AS & Raudenbush SW (1987). Application of hierarchical linear models to assessing change. *Psychological Bulletin*, 104, 147–158. http://dx.doi.org/10.1037/0033-2909.101.1.147. Osoitteessa: http://personal.psu.edu/jxb14/M554/articles/Bryk%26Raudenbush1987.pdf.

Bryk AS & Weisberg HI (1977). Use of the nonequivalent control group design when subjects are growing *Psychological Bulletin,* 84, 950–962.

Cheung MW-L & Au K (2005). Applications of multilevel structural equation modeling to cross-cultural research. *Structural Equation Modeling,* 12(4), 598–619.

Clements B (2002). How Efficient Is Education Spending in Europe? *European Review of Economics and Finance,* 1(1), 3–27.

Cohen J (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. 2nd edition. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Cohen J & Cohen P (1975). Applied Multiple Regression/Correlation Analysis for Behavioral Sciences. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Collins LM & Horn JL (1991). *Best Methods for Analyzing Change*. Washington, DC: American Psychological Association.

Cronbach LJ & Furby L (1970). How should we measure "change" – or should we? *Psychological Bulletin*, 74, 68–80.

Embretson SE & Reise SP (2000). *Item Response Theory for Psychologists*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

Fennema E & Sherman J (1978). Sex-related differences in mathematics achievement and related factors: a further study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 9, 189–203.

Freeman RB & Viarengo M (2014). School and Family Effects on Educational Outcomes Across Countries. *Economic Policy*, 29(79), 395-446. http://dx.doi.org/10.1111/1468-0327.12033

Goldstein H (1986). Multilevel mixed linear model analysis using iterative generalised least squares. *Biometrika*, 73, 43–56. http://dx.doi.org/10.1093/biomet/73.1.43. Osoitteessa: http://www.bristol.ac.uk/media-library/sites/cmm/migrated/documents/goldstein-biometrika-1986-igls.pdf.

Hambleton RK (1993). Principles and selected Applications of Item Response Theory. Teoksessa RN Linn (toim.), *Educational Measurement,* 3. laitos. American Council of Education. Series of Higher Education. Oryx Press.

Hattie, J. (2003). *Teachers make a difference. What is the research evidence*? Presentation at Australian Council for Educational Research Annual Conference on: Building Teacher Quality. https://cdn.auckland.ac.nz/assets/education/hattie/docs/teachers-make-a-difference-ACER-(2003).pdf Luettu: 14.2.2016.

Hattie, J. (2016). *Visible Learning*. Osoitteessa http://visible-learning.org/hattie-ranking-influences-effect-sizes-learning-achievement/ Luettu: 14.2.2016.

Hattie J, Masters D, & Birch K (2015). Visible Learning into Action. International Case Studies of Impact Routledge.

Hautamäki J (2010). Minne vaihtelu menee? Oppilaiden, luokkien ja koulujen väliset erot oppimistuloksissa. Teoksessa M Rimpelä & V Bernelius, *Peruskoulujen oppimistulokset ja oppilaiden hyvinvointi eriytyvällä Helsingin seudulla. MetrOP-tutkimus 2010–2013. Mitä tiedettiin tutkimuksen käynnistyttyä keväällä 2010*. Geotieteiden ja maantieteen laitoksen julkaisuja B. Helsinki: Yliopistopaino. ss. 49–54. Osoitteessa https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/17076/MetrOP-raportti_1_verkkoversio.pdf.

Hautamäki J, Harjunen E, Hautamäki A, Karjalainen T, Kupiainen T, Laaksonen S, Lavonen J, Pehkonen S, Rantanen P, Scheinin P, Halinen I & Jakku-Sihvonen R (2008). *PISA06 Finland. Analyses, Reflections, Explaanations.* Ministry of Education. Publications 2008:44.

Hautamäki J & Kuusela J (2005). Mitataan oppilaita, mutta päätellään koulusta. Teoksessa HK Lyytinen & A Räisänen (toim.), *Kehittämissuuntaa arvioinnista.* Koulutuksen arviointineuvoston julkaisuja 6. Jyväskylä: Jyväskylän yliopistopaino. ss. 229–242.

Hannula M & Oksanen S (2013). Opettajamuuttujien yhteys osaamisen muutokseen. Teoksessa J Metsämuuronen (toim.), *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012*. Koulutuksen seurantaraportti 2013:4. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. ss. 255–296.

Hautamäki J, Harjunen E, Hautamäki A, Karjalainen T, Kupiainen T, Laaksonen S, Lavonen J, Pehkonen S, Rantanen P, Scheinin P, Halinen I & Jakku-Sihvonen R (2008). *PISA06 Finland. Analyses, Reflections, Explanations*. Ministry of Education Publications 2008:44.

Hildén R & Rautopuro J (2014). *Ruotsin kielen A-oppimäärän oppimistulokset perusopetuksen päättövaiheessa 2013*. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 2014:1. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Hintsanen V, Juntunen K, Kukkonen A, Lamppu V-M, Lempinen P, Niinistö-Sivuranta S, Nordlund-Spiby R, Paloniemi J, Rode J-P, Goman J, Hietala R, Pirinen T, Seppälä H (2016). *Liikettä niveliin. Ammatillisesta koulutuksesta ammattikorkeakouluun johtavien opintopolkujen ja koulutusasteiden yhteistyön toimivuus.* Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 2:2016. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Hirvonen K, Mattila L & Rautopuro J (2013). Arvioinnissa käytettävistä tehtävistä. Teoksessa: J Rautopuro (toim.), *Hyödyllinen Pakkolasku. matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2012.* Koulutuksen seurantaraportit 2013:3. Opetushallitus. Helsinki: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. ss. 65–86.

Hirvonen K, Rautopuro J & Huhtanen M (2013) Arvioinnin lähtökohdat ja toteutus. Teoksessa: J Rautopuro (toim.), *Hyödyllinen Pakkolasku. matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2012.* Koulutuksen seurantaraportit 2013:3. Opetushallitus. Helsinki: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. 15–24.

Hirvonen K & Rautopuro J (2013). Arvioinnin tuloksia. Teoksessa J Rautopuro (toim.), *Hyödyllinen pakkolasku. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2012.* Koulutuksen seurantaraportit 2013:3. Opetushallitus. Helsinki: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. ss. 33–54.

Hox JJ (1995). *Applied Multilevel Analysis*. Amsterdam: TT-Publikaties. Osoitteessa www.geocities.com/joophox/publist/amaboek.pdf.

Hox JJ & Maas CJM (2001). The accuracy of multilevel structural equation modeling with pseudobalanced groups and small samples. *Structural Equation Modeling,* 8, 157–174.

Huisman T (2006). *Luen, kirjoitan ja ratkaisen*. Peruskoulun kolmasluokkalaisten oppimistulokset äidinkielessä ja kirjallisuudessa sekä matematiikassa. Oppimistulosten arviointi 7/2006. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino.

Huisman T & Silverström C (2006). *Läsa, skriva, räkna*. Utvärdering av inlärningsresultat 8/2006. Utbildningsstyrelsen. Helsinki: Yliopistopaino.

Häkkinen I, Kirjavainen T & Uusitalo R (2003). School resources and student achievement revisited: new evidence from panel data. *Economics of Education Review*, 22(3), 329—335.

Härmälä M & Huhtanen M (2014). *Ranskan kielen A- ja B-oppimäärän oppimistulokset perusopetuksen päättövaiheessa 2013.* Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 2014:3. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Härmälä M, Huhtanen M & Puukko M (2014). *Englannin kielen A-oppimäärän oppimistulokset perusopetuksen päättövaiheessa 2013.* Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 2014:2. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Julin S & Rautopuro J (2016). Läksyt tekijäänsä neuvovat. Perusopetuksen matematiikan oppmistulosten arviointi 9. vuosiluokalla 2015. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 20:2016. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Jäntti M, Kirjavainen T & Loikkanen H (2000). Suomalainen koulutus taloustieteen näkökulmasta: koulutuksen tehokkuus, tuotto ja rooli sukupolvien välisessä taloudellisessa liikkuvuudessa. Teoksessa R Raivola (toim.), *Vaikuttavuutta koulutukseen. Suomen akatemian koulutuksen vaikuttavuusohjelman tutkimuksia.* Suomen Akatemian julkaisuja 2/00. Helsinki: Edita. ss. 267—300.

Kaftandjieva, F. (2004). Standard Setting. Reference Supplement, Section B teoksessa S. Takala (toim.) (2009). Relating Language Examinations to the CommonEuropean Framework of Reference for Languages: Learning, Teaching, Assessment (CEFR). A Manual. Language Policy Division, Strasbourg. Osoitteessa https://www.coe.int/t/dg4/linguistic/CEF-refSupp-SectionB.pdf.

Kansanen, P. (2003). Teacher education on Finland: current models and new developments. In M. Moon, L. Vlãsceanu, & C. Barrows (toim.), Institutional Approaches to teacher Education Within Higher Education in Europe: Current Models and New Developments. Bucharest: Unesco-Cepes, ss. 85—108.

Kirjavainen T (2007). Nuorten lukiokoulutuksen tehokkuus 2000–2004. Valtion taloudellinen tutkimuskeskus. Tutkimuksia 131. Helsinki: Oy Nord Print Ab.

Kirjavainen T & Loikkanen H (1993). *Lukioiden tehokkuuseroista.* Valtion taloudellinen tutkimuskeskus. Tutkimuksia 16. Helsinki: J-Paino Ky.

Kirjavainen T & Loikkanen H (1995a). *School Resources and Student Achievement – evidence from Finnish Senior Secondary Schools.* Valtion taloudellinen tutkimuskeskus, Keskustelualoitteita 91. Helsinki.

Kirjavainen T & Loikkanen H (1995b). School Resources and Student Achievement in Senior Secondary Schools. *Kunnallistieteellinen aikakauskirja*, 22, 348–367.

Kirjavainen T & Loikkanen H (1998). Efficiency Differences of Finnish Senior Secondary Schools: An Application of DEA and Tobit Analysis. *Economics of Education Review,* 17(4), 377–394.

Kirjavainen T & Loikkanen H (1999). Mikä selittää koulujen kustannus- ja tehokkuuseroja. Teoksessa R Hjerppe, S Ilmakunnas ja IB Voipio (toim.), *Hyvinvointivaltio 2000-luvun kynnyksellä.* VATT vuosikirja 1999. Helsinki: Valtion taloudellinen tutkimuskeskus. ss. 117—139.

Kivinen O & Rinne R (1995). Koulutuksen periytyvyys: nuorten koulutus ja tasa-arvo Suomessa. Koulutus 1995:4. Helsinki: Tilastokeskus.

Kortelainen M, Pursiainen H & Pääkkönen J (2014). Lukioiden erot ja paremmuusjärjestys. VATT Tutkimukset 179. Valtion taloudellinen tutkimuskeskus. Helsinki: Edita Prima Oy.

Kreft IGG (1996). Are multi-level techniques necessary? An overview, including simulation studies. California State University, Los Angeles.

Krieger N, Williams DR & Moss HW (1997). Measuring social class in US public health research: concepts, methodologies, and guidelines. *Annu. Rev. Public Health,* 18, 341–78.

Kuukka K & Metsämuuronen J (2016). *Perusopetuksen päättövaiheen suomi toisena kielenä (S2)-oppimäärän oppimistulosten arviointi 2015.* Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 2016:13. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Kuusela J (2010). Oppilaiden sosioekonomisen tausta yhteys koulumenestykseen koulutasolla. Teoksessa M Rimpelä & V Bernelius, Peruskoulujen oppimistulokset ja oppilaiden hyvinvouinti eriytyvällä Helsingin seudulla. MetrOP-tutkimus 2010–2013. Mitä tiedettiin tutkimuksen käynnistyttyä keväällä 2010. Geotiteiden ja maantieteen laitoksen julkaisuja B. Helsinki: Yliopistopaino. ss. 44–48. Osoitteessa https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle/10138/17076/MetrOP-raportti_1_verkkoversio.pdf.

Kuusela J (2011). Julkaisematon muistio koulujen eriytymiskehityksestä. Opetushallitus 8.11.2011.

Kärnä P, Hakonen R & Kuusela J (2012). *Luonnontieteellinen osaaminen perusopetuksen 9. luokalla 2011.* Koulutuksen seurantaraportit 2012:2. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Tampereen yliopistopaino Oy.

Lappalainen H–P (2003). Osaat lukea – miten osaat kirjoittaa? Perusopetuksen 6. luokan suorittaneiden äidinkielen ja kirjallisuuden oppimistulosten arviointi 2002. Oppimistulosten arviointi 4/2003. Opetushallitus. Yliopistopaino: Helsinki.

Lappalainen H–P (2006). Ei taito taakkana ole. Perusopetuksen äidinkielen ja kirjallisuuden oppimistulosten arviointi 9. vuosiluokalla. Oppimistulosten arviointi 1/2006. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino.

Laukkanen R (2008). Finnish Strategy for High-Level Education for All. Teoksessa NC Soguel & P Jaccard (toim.), *Governance and Performance of Educational Systems.* Springer. ss. 305–324.

Lavonen J & Laaksonen S (2009). Context of Teaching and Learning School Science in Finland: Reflections on PISA 2006 Results. *Journal of Research in Science Teaching,* 46(8), 922–944.

Lehtonen S (2007). Suomalaisten lukioiden tehokkuus – DEA yksilötason aineistolla. VATT-keskustelunaloitteita 437. Valtion taloudellinen tutkimuskeskus. Helsinki: Oy Nord Print Ab.

Linacre JM (2003). What is Item Response Theory, IRT? A tentative taxonomy. *Rasch Measurement Transactions*, 17(2), 926–927.

Linn RL (1981). Measuring pretest-posttest performance changes. Teoksessa R Berk (toim.), *Educational evaluation methodology: The state of the art*. Maltimore, MD: John Hopkins University press. ss. 84–109.

Linn RL & Slinde JA (1977). The determination of the significance of change between pre and posttesting periods. *Review of Educational Research,* 47, 121—150.

Lord FM & Novick MR (1968). *Statistical theories of Mental test Scores.* Reading, Mass.: Addison-Wesley Publishing Company.

Maas CJM & Hox JJ (2005). Sufficient sample sizes for Multilevel Modeling. *Methodology,* 1(3), 86–92.

Malin A, Sulkunen S, & Laine K (2013). PIAAC 2012. Kansainvälisen aikuistutkimuksen ensituloksia. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2013:19. Opetus- ja kulttuuriministeriö, Aikuiskoulutuspolitiikan yksikkö.

Mattila L & Rautopuro J (2013). Koulukohtaisia tuloksia. Teoksessa J Rautopuro (toim.), *Hyödyllinen pakkolasku. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2012.* Koulutuksen seurantaraportit 2013:3. Opetushallitus. Helsinki: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. ss. 55–64.

Metsämuuronen J (2006a). Äidinkieli ja kirjallisuus -oppiaineen oppimistulosten ja asenteiden muuttuminen perusopetuksen ylempien luokkien aikana. Oppimistulosten arviointi 3/2006. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino.

Metsämuuronen J (2006b). Förändringar i kunskapnivån i ämnet modersmål och litteratur under de högre årskurserna i den grundläggande utbildningen. Utvärdering av inlärningsresultat 4/2006. Utbildningsstyrelsen. Helsinki: Yliopistopaino.

Metsämuuronen J (2006c). Oppimistulosten ja asenteiden muuttuminen perusopetuksen ylempien vuosiluokkien aikana. Kahden oppiaineen (Äidinkielen ja kirjallisuuden sekä Modersmål och litteraturin) näkökulma. Oppimistulosten arviointi 5/2006. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino.

Metsämuuronen J (2007). Kokonaistuottavuuden muutos perusopetuksen ylempien luokkien aikana. *VATT vuosikirja 2007*. ss. 245–262.

Metsämuuronen J (2008). *Monitasomallituksen perusteet*. Metodologia-sarja 11. International Methelp Ky. Jyväskylä: Gummeruksen kirjapaino Oy.

Metsämuuronen J (2009a). Metodit arvioinnin apuna. Oppimistulosarviointien ja -seurantojen menetelmälliset ratkaisut Opetushallituksessa. Oppimistulosten arviointi 1/2009. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino.

Metsämuuronen J (2009b). *Tutkimuksen tekemisen perusteet ihmistieteissä*. 4. laitos. International Methelp Oy. Jyväskylä: Gummeruksen kirjapaino Oy.

Metsämuuronen J (2010a). Pitkittäisaineistoon liittyviä menetelmäratkaisuja. Teoksessa EK Niemi & J Metsämuuronen (toim.), *Miten matematiikan taidot kehittyvät. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008*. Koulutuksen seurantaraportti 2010:2. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy. ss. 71–92.

Metsämuuronen J (2010b). Osaamisen ja asenteiden muutos perusopetuksen 3. – 5. luokilla. Teoksessa EK Niemi & J Metsämuuronen (toim.), Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008. Koulutuksen seurantaraportit 2010:2. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino. ss. 93–136.

Metsämuuronen J (2010c). Omvandlingen av poängtal till färdighetsnivåer inom det receptive delområdet av provet i A-lärokursen och i den modersmålsinriktade lärokursen. [Changing the percentage of correct answers into proficiency level in Finnish language for Swedish speakers A-course and native speakers' course test]. Liite VII teoksessa O. Toropainen (2010). *Utvärdering av läroämnet finska i den grundläggande utbildningen. Inlärningsresultaten i finska enligt A-lärokursen och den modersmålsinriktade lärokursen i årskurs 9 våren 2009*. Uppföljningsrapporter 2010:1. Utbildningsstyrelsen. Helsinki. Saatavilla osoitteessa http://www.oph.fi/publikationer/2010/utvardering_av_laroamnet_finska_i_den_grundlaggande_utbildningen [In Swedish]. 22. 164–168.

Metsämuuronen J (2012). Challenges of the Fennema-Sherman Test in the International Comparisons. *International Journal of Psychological Studies*, 4(3) September, 1–22. http://www.ccsenet.org/journal/index.php/ijps/article/view/16904/12480

Metsämuuronen J (2013a). Pitkittäisaineistoon liittyviä menetelmäratkaisuja. Teoksessa J Metsämuuronen (toim.), *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012.* Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. ss. 31–64.

Metsämuuronen J (2013b). Matemaattisen osaamisen muutos perusopetuksen luokilla 3–9. Teoksessa J Metsämuuronen (toim.), *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012.* Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. ss. 65–172.

Metsämuuronen J (2013c). A New Method to Setting Standard for the Wide Range of Language Proficiency Levels. *International Education Research*, 1(1), 1–21. http://www.todayscience.org/IER/v1/Jari%20Metsamuuronen.pdf

Metsämuuronen J (toim.) (2013d) *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012.* Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Metsämuuronen J (2014). English Achievement at Grade 5 in NASA 2012. Teoksessa J Metsämuuronen, SP Acharya, S Shakya & DR Acharya (toim.), *Where Are the grade 3 and 5 students now? Student achievement in Mathematics, Nepali and English at grade 3 and 5 in 2011.* Ministry of Education, Kathmandu, Nepal. Manuscript.

Metsämuuronen J, Acharya SP & Aryal, H (2013). Setting Standard in Nepali Language – CEFR levels. Teoksessa J Metsämuuronen & BR Kafle (toim), *Where Are We Now? Student achievement in Mathematics, Nepali and Social Studies in 2011.* Ministry of Education, Kathmandu, Nepal. ss. 393–422.

Metsämuuronen J, Huisman T, Niemi EK & Silverström C (2013). Poikkeuksellisen kansallisen pitkittäisarvioinnin taustaa. Teoksessa J Metsämuuronen (toim.), *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012.* Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. ss. 21–29.

Metsämuuronen J & Salonen V (2017). Matemaattisen osaamisen piirteitä ammatillisen koulutuksen lopussa 2015 ja pitkän ajan muutoksia. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 2:2017. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Metsämuuronen J & Silverström C (2013). Förändringar I matematikkunskaperna under årkurserna 3–9 i svenskspråkiga skolor. Teoksessa J Metsämuuronen (toim.), *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012.* Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. ss. 297–334.

Metsämuuronen J & Tuohilampi L (2014). Changes in Achievement in and Attitude toward Mathematics of the Finnish Children from Grade 0 to 9–A Longitudinal Study. *Journal of Educational and Developmental Psychology*, 4(2), 145–169. http://dx.doi.org/10.5539/jedp.v4n2p145.

Metsämuuronen J & Tuohilampi L (2017). Matemaattinen osaaminen lukiokoulutuksen lopulla 2015. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 3:2017. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Monks CP, Robinson S & Worlidge P (2012). The Emergence of Cyberbullying: A Survey of Primary School Pupils' Perceptions and Experiences. *School Psychology International*, 33(5), 477–491.

Myrskylä P (2009). Koulutus periytyy edelleen. Hyvinvointikatsaus 1/2009. Saatavilla osoitteessa http://www.stat.fi/artikkelit/2009/art_2009-03-16_002.html?s=0.

Niemi EK (2001). *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten kansallinen arviointi 6. luokalla keväällä 2000.* Oppimistulosten arviointi 2/2001. Opetushallitus. Helsinki: Yliopistopaino.

Niemi EK (2010). Perusopetuksen 6. luokan alun matematiikan oppimistulosten arviointi 2008. Teoksessa EK Niemi & J Metsämuuronen (toim.), *Miten matematiikan taidot kehittyvät. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008.* Koulutuksen seurantaraportti 2010:2. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy. ss. 17–70.

Niemi EK & Metsämuuronen J (toim.) (2010). *Miten matematiikan taidot kehittyvät. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008*. Koulutuksen seurantaraportti 2010:2. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy.

Niemi H (2010). Teachers as high level professionals – What does it mean in teacher education? Perspectives from the Finnish teacher education. Teoksessa KG Karras & CC Wolhuter (toim.), *International Handbook of Teacher Education: Issues and Challenges* (Vol. l & ll). Athens Greece: Atrapos. ss. 237–254

Niemi H (2011). Educating student teachers to become high quality professionals – A Finnish case. *Center for Educational Policy Studies Journal*, 1(1), 43–66.

Niemi H & Jakku-Sihvonen R (2006). Research-based teacher education in Finland. In R Jakku-Sihvonen & H Niemi (toim.), *Research-Based Teacher Education in Finland – Reflections by Finnish Teacher Educators* (pp. 31–51). Turku: Finnish Educational Research Association.

Niemi H & Jakku-Sihvonen R (2011). Teacher education in Finland. Teoksessa M Valenčič Zuljan & J Vogrinc (toim.), *European Dimensions of Teacher Education: Similarities and Differences*. Slovenia: University of Ljubljana & The National School of Leadership in Education. (ss. 33–51)

Nurmilaakso M & Välimäki A-L (2011). Saatteeksi. Teoksessa M Nurmilaakso & A-L Välimäki (toim), *Lapsi ja kieli. Kielellinen kehittyminen varhaiskasvatuksessa*. Terveyden ja hyvinvoinnin laitos. Opas 13. Helsinki: Unigrafia Oy – Yliopistopaino. ss. 5–8.

OECD (2001). *Knowledge and Skills for Life*. First results from PISA 2000. Paris: OECD.

OECD (2003a). *PISA Student Questionnaire*. Retrieved from http://pisa2003.acer.edu.au/downloads.php.

OECD (2003b). *Education at a Glance*. OECD Indicators 2003. OECD: Paris.

OECD (2006). *PISA Student Questionnaire*. Retrieved from http://pisa2006.acer.edu.au/downloads.php.

OECD (2007). *PISA 2006 results*. Retrieved from http://www.pisa.oecd.org/document/2/0,3343,en_32252351_32236191_39718850_1_1_1_1,00.html#ES

OECD (2010a). *PISA 2009 Results: What Students Know and Can Do: Student Performance in Reading, Mathematics and Science* (Vol. I). Paris: OECD.

OECD (2010b). *Finland: Slow and Steady Reform for Consistently High Results*. Retrieved from www.oecd.org/dataoecd/34/44/46581035.pdf

OPH (2003a). *Lukion opetussuunnitelman perusteet 2003. Nuorille tarkoitetun lukiokoulutuksen opetussuunnitelman perusteet*. Määräys 33/011/2003. Opetushallitus. Vammala: Vammalan Kirjapaino Oy.

OPH (2004). P*erusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004*. Opetushallitus. Vammala: Vammalan kirjapaino Oy.

OPH (2009a). *Ammatillisen perustutkinnon perusteet. Lapsi- ja perhetyön koulutusohjelma/osaamisala*. Määräys 18/011/2009. Opetushallitus. Vaasa: Oy Fram Ab.

OPH (2015). *Lukion opetussuunnitelman perusteet 2015*. Määräykset ja ohjeet 2015:48. Opetushallitus. Helsinki: Next Print Oy.

Ouakrim-Soivio N & Kuusela J (2012). *Historian ja yhteiskuntaoipin oppimistulokset perusopetuksen päättövaiheessa 2011*. Koulutuksen seurantaraportit 2012:3. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Tampereen yliopistopaino Oy.

Ouakrim-Soivio N (2013). *Toimivatko päättöarvioinnin kriteerit? Oppilaiden saamat arvosanat ja Opetushallituksen oppimistulosten seuranta-arviot koulujen välisten osaamiserojen mittareina*. Raportit ja selvitykset 2013:9. Helsinki: Opetushallitus.

Ouakrim-Soivio N, Rinkinen A & Karjalainen T (toim.) (2015). *Tulevaisuuden peruskoulu*. Opetus- ja kulttuuriministeriön julkaisuja 2015:8.

Pierce, CA, Block, RA, & Aguinis, H. (2004). Cautionary note on reporting eta-squared values from multifactor ANOVA designs. *Educational and Psychological Measurement*, 64(6), 916–924.

Pääkkönen J (2013). Sukupuolten väliset erot matematiikan ja luonnontieteiden osaamisessa lukiossa. *Yhteiskuntapolitiikka* 78(4), 447–456. Osoitteessa https://www.julkari.fi/bitstream/handle/10024/110780/paakkonen.pdf?sequence=1.

Raivola R (2006). How far can we learn anything practical from the study of foreign systems of education? Finland and the PISA model. *Comparative and International Educational Review* 6, 11–23.

Rasch G (1960). *Probabilistic models for some intelligence and attainment tests.* Danmarks Pædagogishe Institut. Studies in Mathematic Psychology I. Copenhagen: Nielsen & Lydiche.

Raudenbush SW & Bryk AS (2002). *Hierarchical Linear Models: Application and Data Analysis Methods*. 2nd edition. Advanced Quantitative Techniques in the Social Sciences Series. Thousands Oaks: Sage Publications.

Rautopuro J (toim.) (2013). *Hyödyllinen Pakkolasku. Matematiikan oppimistulokset peruskoulun päättövaiheessa 2012.* Koulutuksen seurantaraportit 2013:3. Opetushallitus. Helsinki: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Reeve BB (2002). *An Introduction to Modern Measurement Theory*. USA: National Cancer Inst.

Reinikainen P (2012). Amazing PISA results in Finnish comprehensive schools. Teoksessa H Niemi, A Toom & A Kallioniemi (toim.), *The Miracle of Education: The Principles and Practices of Teaching and Learning in Finnish Schools*, Rotterdam: Sense Publishers. 3–18.

Rogosa D, Brandt D & Zimowski M (1982). A growth curve approach to measurement of change. *Psychological Bulletin*, 92, 726—748.

Ruohola S (2012). Äidiltä tyttärelle. Koulutuskulttuurisia siirtymiä neljässä sukupolvessa. Turun yliopiston julkaisuja C 342.

Räkköläinen, M. & Metsämuuronen, J. (2017). *Kestävän kehityksen osaaminen toisen asteen ammatillisen koulutuksen lopussa 2015.* Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 5:2017. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. [ilmestyy 2017]

Räsänen P & Närhi V (2013). Heikkojen oppijoiden koulupolku. Teoksessa J Metsämuuronen (toim.), *Matematiikan oppimistulosten pitkittäisseuranta vuosina 2005—2012.* Koulutuksen seurantaraportti 2013:xx. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy. ss 173–230.

Räsänen P, Närhi V & Aunio P (2010). Matematiikassa heikosti suoriutuvat oppilaat perusopetuksen 6. luokan alussa. Teoksessa EK Niemi & J Metsämuuronen (toim.), *Miten matematiikan taidot kehittyvät? Matematiikan oppimistulokset peruskoulun viidennen vuosiluokan jälkeen vuonna 2008.* Koulutuksen seurantaraportti 2010:2. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy. ss. 165–204.

Sahlberg P (2006). Education Reform for Raising Economic Competitiveness. *Journal of Educational Change,* 7(4), 259–287.

Sahlberg P (2007). Education policies for raising student learning: the Finnish approach. *Journal of Education Policy,* 22(2), 147–171.

Sahlberg P (2011a). The Professional Educator: Lessons from Finland. *American Educator,* 35(2), 34–38.

Sahlberg P (2011b). Lessons from Finland: Where the Country's Education System Rose to the Top in Just a Couple Decades. *Education Digest*, 77(3), 18–24.

Salmio K (2008). *Miksi jää sulaa? Ympäristö- ja luonnontiedon oppimistulosten arviointi vuonna 2006.* Oppimistulosten arviointi 2/2008. Opetushallitus. Yliopistopaino: Helsinki.

Schleicher A (2006). *The economics of knowledge: Why education is key for Europe's success*. The Lisbon Council. Policy Brief. Osoitteessa: http://www.oecd.org/dataoecd/43/11/36278531.pdf.

Schleicher A (2011). Is the Sky the Limit to Education Improvement? *Phi Delta Kappan,* 93(2), 58–63.

Schumacker RE (2005). *Classical test analysis*. Osoitteessa: http://www.appliedmeasurementassociates.com/White%20Papers/CLASSICAL%20TEST%20ANALYSIS.pdf

SCP (2004). *Public sector Performance.* SCP-publication 2004/8. Social and Cultural Planning Office. The Hague.

Shakya S & Metsämuuronen J (2014). Nepali Achievement at Grade 5 in NASA 2012. Teoksessa J Metsämuuronen, SP Acharya, S Shakya & DR Acharya (toim). *Where are the grade 3 and 5 students now? Student achievement in Mathematics, Nepali and English at grade 3 and 5 in 2011*. Ministry of Education, Kathmandu, Nepal. Manuscript.

Shrout PE & Fleiss JL (1979). Intraclass Correlations: Uses in Assessing Rater Reliability. *Psychological Bulletin*, 86(2), 420–428.

Simola H (2005). The Finnish Miracle of PISA: Historical and Sociological Remarks on Teaching and Teacher Education. *Comparative Education*, 41(4), 455–470.

Silverström C (2003). *Modersmål och litteratur i sex år. En utvärdering av inlärningsresultat i modersmål och litteratur hos elever som slutfört årskurs 6 i den grundläggande utbildningen år 2002*. Utvärdering av inlärningsresultat 5/2003. Utbildningsstyrelsen. Helsingfors: Yliopistopaino.

Silverström C (2006). *Modersmål och litteratur i nio år. En utvärdering av inlärningsresultat i modersmål och litteratur i årskurs 9 våren 2005*. Utvärdering av inlärningsresultat 2/2006. Utbildningsstyrelsen. Helsingfors: Yliopistopaino.

Summanen A-M (2014). *Terveystiedon oppimistulokset perusopetuksen päättövaiheessa 2013*. Koulutuksen seurantaraportit 2014:1. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Suominen E (2013). Korkeakoulutus periytyy – mitä voidaan tehdä?. Tulevaisuuden yliopisto 21.10.2013. Osoitteessa: http://tulevaisuudenyliopisto.fi/post/64670610356/korkeakoulutus-periytyy-mit%C3%A4-voidaan-tehd%C3%A4.

Sutherland D, Price R, Joumard I, & Nicq C (2007). *Performance Indicators for Public Spending Efficiency in Primary and Secondary Education*. OECD Economics Department Working Papers 546.

Tabachnick BG & Fidell LS (2006). *Using Multivariate Statistics*. 5th edition. Boston: Allyn and Bacon.

Takala S (toim.) (2009). *Relating Language Examinations to the Common European Framework of Reference for Languages: Learning, Teaching, Assessment (CEFR)*. A Manual. Language Policy Division, Strasbourg. Osoitteessa: https://www.coe.int/t/dg4/linguistic/Source/ManualRevision-proofread-FINAL_en.pdf.

Takala S & Kaftandjieva F (2009). Reseptiivisen kielitaidon kokeen muuntaminen taitotasoiksi.. Teoksessa E. Tuokko, *Miten Ruotsia osataan peruskoulussa? Perusopetuksen päättövaiheen ruotsin kielen B-oppimäärän oppimistulosten kansallinen arviointi 2008*. Oppimistulosten arviointi 2/2009. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy. s. 118. Osoitteessa http://www.oph.fi/julkaisut/2009/miten_ruotsia_osataan_peruskoulussa.

Thapaliya T & Metsämuuronen J (2013). School Effect in Learning. Teoksessa J Metsämuuronen & BR Kafle (toim.). *Where Are We Now? Student achievement in Mathematics, Nepali and Social Studies in 2011*. Ministry of Education, Kathmandu, Nepal. 317–352.

Tilastokeskus (2015). Suomen virallinen tilasto (SVT): Yliopistokoulutus [verkkojulkaisu]. ISSN=1799-0599. 2014, Liitetaulukko 1. Yliopistojen opiskelijat ja tutkinnon suorittaneet koulutusasteen, -alan (opetushallinnon 1995 luokitus) ja sukupuolen mukaan 2014. Helsinki: Tilastokeskus [viitattu: 24.3.2016]. Saantitapa: http://www.stat.fi/til/yop/2014/yop_2014_2015-05-06_tau_001_fi. html

TIMSS (2003). *TIMSS Contextual Background Questionnaires*. Retrieved from http://timss.bc.edu/timss2003i/context.html.

TIMSS (2006). *Questionnaires*. Retrieved from http://nces.ed.gov/timss/questionnaire.asp.

TIMSS (2009). Williams T, Ferraro D, Roey S, Brenwald S, Kastberg D, Jocelyn L, Smith C & Stearns P, *TIMSS 2007 U.S. Technical Report and User Guide*. Saatavilla osoitteessa http://nces.ed.gov/pubsearch/pubsinfo.asp?pubid=2009012 tai http://nces.ed.gov/pubs2009/2009012_2.pdf.

Toropainen O (2010). *Utvärdering av läroämnet finska i den grundläggande utbildningen*. Inlärningsresultaten i finska enligt A-lärokursen och den modersmålsinriktade lärokursen i årskurs 9 våren 2009. Uppföljningsrapporter 2010:1. Utbildningsstyrelsen. Helsinki. Osoitteessa: http://www.oph.fi/publikationer/

Tuohilampi L & Hannula MS (2013). Matematiikkaan liittyvien asenteiden kehitys sekä asenteiden ja osaamisen välinen vuorovaikutus 3., 6. ja 9. luokalla. Teoksessa J Metsämuuronen (toim.), *Perusopetuksen matematiikan oppimistulosten pitkittäisarviointi vuosina 2005–2012*. Koulutuksen seurantaraportit 2013:4. Opetushallitus. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy. ss. 231–252.

Tuokko E (2009). *Miten ruotsia osataan peruskoulussa? Perusopetuksen päättövaiheen ruotsin kielen B-oppimäärän oppimistulosten kansallinen arviointi 2008*. Oppimistulosten arviointi 2/2009. Opetushallitus. Helsinki: Edita Prima Oy. Osoitteessa http://www.oph.fi/julkaisut/2009/miten_ruotsia_osataan_peruskoulussa.

UBS (2003b). *Grunderna för gymnasiets läroplan 2003. Grunderna för läroplan i gymnasieutbildning för ungdomar.* Föreskift 33/011/2003. Utbildningsstyrelsen. Vammala: Vammalan Kirjapaino Oy. *http://www.oph.fi/svenska/ops/gymnasiet/gymnlpg.pdf*

UBS (2009b). *Grundexamen i barn- och familjearbete, barnledare 2009. Utbildningsprogrammet/kompetensområdet för barn- och familjearbete*. Föreskift 18/011/2009. Utbildningsstyrelsen. Vaasa: Oy Fram Ab.

van der Schoot F (2009). Cito variation of the Bookmark Method. Reference Supplement, Section I. Teoksessa S. Takala (toim.), *Relating Language Examinations to the Common European Framework of Reference for Languages: Learning, Teaching, Assessment (CEFR)*. A Manual. Language Policy Division, Strasbourg.

Venäläinen S (2015). *Arjen tiedot ja taidot hyvinvoinnin perustana. Kotitalouden oppimistulokset perusopetuksen päättövaiheessa 2014*. Kansallinen koulutuksen arviointikeskus. Julkaisut 2015:5. Tampere: Juvenes Print – Suomen Yliopistopaino Oy.

Verhelst NG, Glas CAW & Verstralen HHFM (1995). *One-Parameter Logistic Model OPLM*. Arnhem: Cito.

Wherry RJ Sr. (1931). A new formula for predicting the shrinkage of the coefficient of multiple correlation. *Annals of Mathematical Statistics,* 2, 440–457.

Wright BD (1968). Sample-free test calibration and person measurement. *Proceedings of the 1967 Invitational Conference of Testing Problems*. Princeton, NJ: Educational Testing Service.

Wuolijoki H. (1999). *Matematiikan oppimistulokset ammatillisissa perustutkinnoissa*. Opetushallitus. Oppimistulosten arviointi 5/1999. Helsinki: Yliopistopaino.

Välijärvi J (2004). The System and How Does it Work – some Curricular and Pedagogical Characteristics of the Finnish Comprehensive Schools. *Educational Journal,* 31(2) & 32(1), 31–55.

Välijärvi J, Kupari P, Linnakylä P, Reinikainen P, Sulkunen S, Törnroos J, & Arffman I (2007). *The Finnish success in PISA – And some reasons behind it.* PISA 2003. Jyväskylä: University of Jyväskylä.

Ylioppilastutkintolautakunta (2015). Ilmoittautuneet eri kokeisiin tutkintokerroittain 2006–2015. Ylioppilastutkintolautakunta 13.01.2015 http://www.ylioppilastutkinto.fi/fi/tilastot T2010 [S2015A2006T2010]

Liitteet

Liite 1. Metodisia erityiskysymyksiä

1.1 Vertaistamiseen liittyviä erityiskysymyksiä

Eri vuosien kokeiden ja saman mittauskerran eri testiversioiden pistemäärät on saatettava yhteismitalliseksi, ennen kuin vertailua on mielekästä tehdä. Tätä kutsutaan vertaistamiseksi (engl. *equating*, ks. Béguin, 2000). Sopivasti valittujen, eri mittauskerroille tai mittariversioille yhteisten linkkitehtävien avulla voidaan kokeiden pistemäärät saattaa vertailukelpoisiksi – vuoden 2015 kokeessa yhteisiä osioita aiempaan 9. luokan kokeeseen oli 75 prosenttia. Vertaistamisessa käytettiin hyödyksi *Item Response Theory* (IRT) -mallitusta ja tarkemmin Raschin mallitusta (Rasch 1960; Lord & Novick 1968), jossa ei olla kiinnostuneita hyödyntämään osioiden erottelukykyä osioiden kalibroinnissa. Vertaistamisen metodi on sama kuin aiemmissa pitkittäisvertailuissa (Metsämuuronen 2006a; 2006b; 2006c; 2010; 2013a) ja esimerkiksi kansainvälisissä PISA- (OECD, 2001; 2003b; 2007; 2010a; 2010b; Hautamäki ym., 2008) ja TIMSS-tutkimuksissa (ks. esimerkiksi TIMSS, 2009).

Eri mittariversiot muunnetaan samaskaalaisiksi hyödyntämällä sitä IRT:n ominaisuutta, että oppilaiden taustalla oleva (latentti) osaamisen taso (Theta, θ) ja tehtävän vaikeustaso (Beta, β) ovat identtiset, kun tietyt ehdot täyttyvät (Wright, 1968, ks. myös Metsämuuronen, 2009b, 163–165). Kun tiedetään, kuinka vaikeaan (β) tehtävään testattava pystyy antamaan oikean vastauksen (50 %:n todennäköisyydellä), tiedetään samalla mikä on vastaajan osaamisen taso (θ). Kun toisaalta summapistemäärän perusteella tiedetään vastaajan osaamisen taso (θ), tiedetään, minkä tasoisiin tehtäviin (β) hän pystyy vastaamaan todennäköisesti oikein.

Kun määritetään, mitkä tehtävistä eri versioissa ovat identtisiä (ns. ankkuri- tai linkkitehtäviä), saadaan selville, kuinka vaikeita muut osiot eri versioissa ovat linkkitehtäviin nähden. Tästä puolestaan selviää se, kuinka paljon osaamista kussakin mittariversiossa tarvitaan, että osiot voidaan ratkaista. Tästä taas selviää se, kuinka paljon osaamista tarvitaan kunkin pistemäärän saavuttamiseen koko kokeessa ja osamittareissa; eri vuosien mittausten (tai versioiden) Theta-arvot ovat vertailukelpoisia. Kun saadaan selville, kuinka paljon osaamista tarvitaan kunkin pistemäärän saavuttamiseksi eri kokeissa, pistemäärät voidaan muuttaa vastaamaan toisiaan. Itse laskenta tehtiin yksiparametrisesti OPLM-ohjelmistolla (Verhelst, Glas & Verstralen 1995). Yksiparametrisuus tarkoittaa, että vain tehtävien vaikeustasot kalibroidaan samalle asteikolle.

Eri vuosien aineistojen vertaistaminen voidaan tehdä usealla tavalla riippuen ensiksi siitä, mikä aineistoista valitaan perustasoksi ja toiseksi siitä, kuinka osioiden vaikeustasot kiinnitetään. Molemmissa tapauksissa vuosiluokkien väliset erot pysyvät samoina; kyse on enemmänkin siitä, kuka käsitetään aineiston "keskitasoiseksi" oppilaaksi. Nyt vertaistus on tehty siten, että aiempaa 9. luokan koetta pidetään perustasona. Tämä on perusteltua siksi, että 9. luokan lopun tulos edustaa eräänlaista perusopetuksen päämäärää; perusopetuksen alempien luokkien tulokset kuvaavat sitä, kuinka kaukana päämäärästä ollaan ja toisen asteen koulutuksen tulokset puolestaan kuvaavat sitä, kuinka paljon osaaminen on lisääntynyt tai vähentynyt kolmen vuoden aikana. Näin siis 9. luokan "keskitasoinen" oppilas on se, johon muita oppilaita ja opiskelijoita verrataan. Teknisesti asia tarkoittaa sitä, että ensimmäisessä vaiheessa osioiden vaikeustasot etsitään vapaasti estimoituen 9. luokan aineistossa (*free parameters*). Toisessa vaiheessa nämä estimoidut parametriarvot kiinnitetään (*fixed parameters*) ja analyysia jatketaan lisäämällä analyysiin toisen asteen aineistot. Kolmannessa vaiheessa myös vuoden 2015 aineistojen parametrit kiinnitetään; näin myös pienemmille osa-alueille saadaan vakaat ennusteet. Vertaistamisen myötä syntyneitä pisteitä, tunnusarvoja ja niiden muuntamista helpommin ymmärrettävämmäksi asteikoksi pohditaan tarkemmin luvussa 2.4.

Eri vuosien mittausten vertaistamisen onnistuminen perustuu kolmeen tekijään. (1) Kuinka hyvin aineistoja yhdistävät linkkitehtävät kuvaavat aineistossa vastaajien osaamisen tasoa. Mikäli linkkitehtävät ovat liian vaikeita tai liian helppoja, tämä saa aikaan epävakaita arvoja kalibrointiin – pienetkin muutokset aineistoissa olisivat tuottaneet suuria muutoksia lopputulokseen. Kaikkiaan vaikeustason osalta linkkiosiot ovat sopivia analyysiin ja osioiden vaikeustasot ovat vakaita, sillä valtaosa niistä on jo "esitestattu" 9. luokan aineiston perusteella. (2) Kuinka hyvin linkkitehtävät edustavat matematiikan eri sisältöalueita. 78 % tehtävistä oli samoja kuin 9. luokan kokeessa, ja osiot kattavat kaikki 9. luokilla opeteltaviksi edellytetyt matematiikan osa-alueet. Luvut- ja laskutoimitukset sekä Tilastot ja todennäköisyys -osa-alueilta tehtäviä on kaikkiaan niukasti; tarkimmillaan tulokset ovat kokonaisosaamista tarkasteltaessa. (3) Kuinka hyvin kalibroinnissa mukana ollut otos edustaa populaatiota. Mitä heikommin otos vastaa perusjoukkoa, sitä harhaisempia ovat vertaistetut pistemäärät. Tässä tapauksessa suuret otoskoot ja kattavuus riittävät uskottavien perusjoukkoa koskevien arvojen saavuttamiseksi.

1.2 Osaamismuuttujien muunnokset

Pääsääntöisesti Karvin oppimistulosarvioinnissa osaamista ja osaamisen muutosta kuvataan ratkaisuprosentteina maksimipistemärästä. Tässä raportissa osaaminen esitetään kuitenkin samalla skaalalla kuin PISA- ja TIMSS-tutkimuksissa ja aiemmassa pitkittäisarvioinnissa (Metsämuuronen, 2013b). Edellä mainituissa kansainvälisissä arvioinneissa tulosten keskiarvoksi on alun perin (ensimmäisessä mittauksessa) määrittynyt 500 pistettä ja jakauman keskihajonnaksi 100, joihin kaikkien maiden arvoja verrataan. Tätä asteikkoa käytettiin aiemmissa pitkittäisanalyyseissa niin, että 9. luokan keskitasoinen oppilas saa osaamisen tasokseen 500.[158] Alun perin tähän ns.

158 Itse asiassa lopullinen keskiarvo kuitenkin oli tarkalleen ottaen 509,2. Tämä johtuu siitä, että vaikka keskimääräinen tehtävä on vaikeustasoltaan 500, summapistemäärää laskettaessa aineiston jakauma – tarkemmin identtiset arvot summamuuttujassa – vaikuttavat sen, että keskiarvo ei olekaan tarkalleen 500. Tällä ei kuitenkaan ole merkitystä, sillä keskeisesti tarkallaan *muutosta* vuosien välillä eikä niinkään absoluuttisia arvoja.

10xT-asteikkoon[159] päädyttiin, koska osaamisen ero 3. luokan ja 9. luokan välillä on niin suuri, että summan erottelukyky hävisi heikoimpien oppilaiden joukossa, mikäli arvioinnissa käytettiin raakapisteitä Theta-arvon sijaan.[160]

Jokainen osasumma saa 9. luokan *kokonais*aineistossa keskiarvokseen 500; tämä on siis 9. luokan *populaation* keskimääräinen arvo. Pienimmässä aineistossa, jota pääsääntöisesti raportissa tarkastellaan, on tähän nähden tullut katoa; kaikkina vuosina tavoitettujen oppilaiden aineiston 9. luokan oppilaiden keskimääräinen arvo ei ole enää 500, vaan kertoo, kuinka kaukana pienentynyt aineisto on 9. luokan keskiarvosta. Tähän arvoon 500 verrataan tulososassa lukion pitkän ja lyhyen matematiikan ja ammatillisen koulutuksen opiskelijoiden tuloksia.

Joissain tapauksissa käytetään indikaattoreina vertaistettuja summapistemääriä, jotka esitetään prosentteina koko kokeen tai osa-alueen vertaistetusta maksimipistemäärästä. Jos oppilaan osaaminen koko kokeessa oli 9. luokan lopussa esimerkiksi 55 prosenttia maksimipistemäärästä ja toisen asteen lopussa 65 prosenttia maksimipistemäärästä, oppilaan osaaminen lisääntyi 10 prosenttiyksikköä näiden vuosien välillä. Tekstissä tämä saatetaan merkitä +10 %. Myös asenteiden muutos kuvataan prosentteina maksimipistemäärästä: jos oppilaan kokonaisasenne oli 9. luokan lopussa 85 prosenttia maksimipistemäärästä ja toisen asteen lopussa 80 prosenttia maksimipistemäärästä, oppilaan asenteissa ilmenee 5 prosenttiyksikön suuruinen negatiivinen muutos. Tekstissä tämä saatetaan merkitä –5 %.

1.3 Osaamisen muuttaminen taitotasoiksi ammatillisen koulutuksen aineistossa

Ammatillisen koulutuksen aineistossa analyysi perustuu kahteen erilaiseen periaatteeseen. Yhtäältä tuloksia raportoidaan perinteisesti standardipisteinä tai ratkaisuprosentteina kuten lukioaineistossakin. Toisaalta ammatillisen koulutuksen osaamisen arviointi perustuu kolmeen taitotasoon: ”Tyydyttävä”, ”Hyvä” ja ”Kiitettävä”. Tämä taitotasoluokittelu on oleellisesti samanlainen kuin kielten opinnoissa käytettävät taitotasoasteikot, kuten esimerkiksi kielten arvioinnissa käytettävä Eurooppalainen viitekehys (CEFR, ks. Takala, 2009). Kokonaispistemäärän muuntaminen taitotasoasteikolliseksi tiedoksi ei ole yksinkertainen asia, ja joissain tapauksissa muunto voi tuottaa vähemmän uskottavia tuloksia, kuten Metsämuuronen (2013) on kuvannut Tuokon aineiston perusteella (Tuokko, 2009; Takala & Kaftandjieva, 2009).

159 T-muunnos on yksinkertaisesti T = 50 + 10x(alkuperäinen muuttuja), jossa alun perin keskiarvoltaan 0 ja keskiha-jonnaltaan 1 oleva standardoitu normaalijakauma muuttuu sellaiseksi, jossa keskiarvo on 50 ja hajonta on 10. 10xT-muunnoksessa sekä keskiarvo että hajonta kerrotaan 10:llä eli keskiarvoksi tulee 500 ja hajonnaksi 100.

160 Käytännössä 3. luokan oppilaiden taso 9. luokkaan nähden on niin heikko, että noin kolmasosa (32,6 %) olisi saanut 0–4 pistettä 9. luokan kokeen asteikolla eli osaamisen taso voitiin luokittaa vain viiteen ryhmään. Kun käytettiin Theta-arvoa summapistemäärän sijaan, ko. oppilaat saatiin luokiteltua 39:lle eri taitotasolle viiden sijaan. Kun osaamisen tasoa kuvataan Thetan avulla, kohdataan toinen haaste: Theta on normaalisti jakautunut standardipiste, jonka mieltäminen osaamisen indikaattoriksi voi olla haasteellista. Thetan avulla kuvattaessa keskimääräinen osaaminen saa arvon nolla ja tätä heikompi osaaminen saa negatiivisia arvoja ja luonnollisesti keskitasoista osaamista parempi osaaminen saa positiivisia arvoja. Erityisesti ”negatiivinen osaaminen” on usein hankala – ja ehkä leimaavaakin – hahmottaa. Niinpä standardipistemuuttuja muunnetaankin joskus toiselle, helpommin miellettäväksi asteikolle, kuten T- tai 10xT-asteikolle.

Taitotason määrittäminen (*Standard Setting*) voidaan tehdä ainakin 50 menetelmällä, joista monella on useita variaatioita (Kaftandjieva, 2004, 11). Tässä aineistossa käytetään Metsämuurosen (2013c) kehittämää 3TTW-menetelmää (*3-phased, Theory-based, and Test-centered method for the Wide range of proficiency levels*), joka esitellään lyhyesti tuonnempana. Menetelmää on käytetty Suomessa suomi toisena kielenä -arvioinnissa (Kuukka & Metsämuuronen, 2016), suomi A-kielenä ruotsinkielisissä kouluissa -arvioinnissa (Toropainen, 2010; Metsämuuronen, 2010c) ja kestävän kehityksen taitotasojen arvioinnissa (Räkköläinen & Metsämuuronen, 2017) ja kielten arvioinnissa Nepalissa sekä nepalin kielen (Acharya, Metsämuuronen, & Adhikari, 2013; Acharya & Metsämuuronen, 2014; Shakya & Metsämuuronen, 2014) että englanninkielen arvioinnissa (Metsämuuronen, 2014).

1.3.1 3TTW taitotason määrittelyn menettelynä

Nimensä mukaisesti 3TTW on kolmivaiheinen prosessi, jonka ensimmäisessä vaiheessa osiot luokitellaan teoriaperustaisesti haluttuihin taitotasoluokkiin. Toisessa vaiheessa, testitulosten perusteella, kullekin opiskelijalle luodaan osaamisen profiilit sen perusteella, kuinka paljon pisteistä opiskelija ratkaisee kustakin taitotasoluokasta. Jotta opiskelija voisi osoittaa olevansa ”ainakin tasolla Tyydyttävä” tai ”ainakin tasolla Hyvä”, on hänen kyettävä ratkaisemaan riittävän monta ko. taitotason tehtävistä. Ns. hyväksymisraja kussakin luokassa määritellään perinteisesti tasoilla ”heikosti suorittanut” (*weak pass*), ”suorittanut” (*pass*) ja ”voimakkaasti suorittanut” (*strong pass*). Eri vahvuuksien käytännön tasot voivat vaihdella hankkeittain. Käytännössä heikon suorittamisen raja voi olla asetettu 50 %:n tasolle: jotta opiskelijan voi sanoa olevan *heikosti* ”ainakin tasolla Tyydyttävä”, hänen on saatava 50 %:a tämän taitotason tehtävistä oikein. *Selvään* luokittumiseen tasolle ”Tyydyttävä” tarvitaan esimerkiksi 67 %:n ratkaisuosuus ja *voimakkaaseen* tai ilmeiseen luokittumiseen vaaditaan 80 %:n ratkaisuprosentti.[161] Tässä arvioinnissa päädyttiin ratkaisuun, että 50 %:n suoriutuminen kussakin taitotasoluokassa riitti indikoimaan, että opiskelija oli saavuttanut ko. tason.

Toisen vaiheen tuloksena kullekin opiskelijalle luodaan kolme muuttujaa (”Tyydyttävä”, ”Hyvä” ja ”Kiitettävä”), joille annetaan arvo 0 (”ei suorittanut tasoa edes heikosti”) ja 1 (”suoritti tason heikosti tai tätä varmemmin”). Näiden kolmen muuttujan perusteella opiskelijalle syntyy osaamisprofiili, joka voi olla joko ns. puhdas- tai epäpuhdas. Teoreettisesti profiileita on kaikkiaan $2^3 = 8$ kun luokkia on kolme. Näistä neljä on ”puhtaita” (kuvio 1) ja neljä ”epäpuhtaita” (kuvio 2). Puhtaalle profiilille tyypillistä on, että osaamisen taso voidaan määritellä loogisesti kuvion 1 mukaisesti: Jaanan osaamisen taso on Tyydyttävä, koska hän pystyi osoittamaan riittävää osaamista ”Tyydyttävän” tason tehtävissä, muttei tätä vaativammissa tehtävissä. Vastaavasti Jukan osaamisen taso on Hyvä, koska hän pystyi osoittamaan selvää osaamista ”Tyydyttävän” ja ”Hyvän” tason tehtävissä, muttei tätä vaativammissa tehtävissä. Kuviossa 1 esitetyistä profiileista haasteellinen on profiili 000; tällä profiililla testattava on voinut saada lähes puolet kaikista tehtävistä oikein,

161 Näitä rajoja käyttää mm. van der Schoot (2009) esitellessään hieman vastaavanlaista Bookmark Methodia. Metsämuuronen (2013c;) pohtii myös alempia rajoja erityisesti tilanteissa, joissa esimerkiksi avovastausten pisteittäjät eivät halua antaa vastaajille, syystä tai toisesta, korkeimpia pistemääriä, vaikka objektiivisesti arvioiden tulisikin antaa. Nepalin aineistossa (ks. tarkemmin Metsämuuronen, Acharya, & Aryal, 2013). Yleisesti ottaen kuitenkin on perusteltua ajatella, että vähintään puolet tehtävistä tulisi saada ratkaistua, jotta osaaminen tulisi näytettyä.

muttei juuri rajan ylittävää määrää, tai toisaalta hyvinkin heikon pistemäärän. Jälkimmäisessä tapauksessa arvio taitotasosta (Alle Tyydyttävä) on perusteltu, mutta ensin mainitussa tapauksessa arvio on harhainen. Tämä korjaantuu 3TTW:n kolmannessa vaiheessa.

vastaaja	Tyydyttävä	Hyvä	Kiitettävä	Taitotaso
Pekka	0	0	0	Alle Tyydyttävän
Jaana	1	0	0	Tyydyttävä
Jukka	1	1	0	Hyvä
Kati	1	1	1	Kiitettävä

KUVIO 1. Esimerkki puhtaista profiileista

Epäpuhtaille profiileille (kuvio 2) tyypillistä on, että osaamisen tasoa ei kyetä määrittelemään yksikäsitteisesti profiilin avulla. Pekka saattaa saada vaaditun määrän ”Hyvän” tasoisia tehtäviä, mutta ei saakaan oikein tätä helpompia ”Tyydyttävän” tason tehtäviä. Epäselväksi jää, onko epäonnistuminen ”Tyydyttävän” tason tehtävissä ollut vain huolimattomuutta ja ehkä vain yhdestä pisteestä kiinni, vai onko hän oikeasti heikko opiskelija, joka vain sattumalta on arvannut oikein ylemmän tason tehtäviä riittävän määrän, jotta luokittui tälle tasolle – vai ehkä kyseessä on molemmat vaihtoehdot yhtä aikaa. Osaamisen tason määrittäminen ei ole tässä tapauksessa yksikäsitteistä. Tämä ongelma ratkaistaan 3TTW:n kolmannessa vaiheessa.

vastaaja	Tyydyttävä	Hyvä	Kiitettävä	Taitotaso
Pekka	0	0	1	?
Jaana	0	1	0	?
Jukka	0	1	1	?
Kati	1	0	1	?

KUVIO 2. Esimerkki epäpuhtaista profiileista

Kolmannessa vaiheessa kaikki mahdollinen informaatio käytetään hyödyksi uskottavien osaamistasojen määrittelyssä myös niille opiskelijoille, joiden osaamisen tasoa ei saatu selville puhtaiden luokitteluiden avulla. Tässä hyödynnetään testin kokonaispistemäärää ja sen jakauman muotoa ja IRT:n tuomia mahdollisuuksia (ks. luku 1.1). Tavoitteena on löytää sellaiset uskottavat kokonaispistejakauman pistemäärät, jotka kertovat osaamisen tason taitekohdat (*cut-off*). Ensin kullekin testattavalle etsitään ns. latentti, taustalla oleva osaamisen taso perinteisellä IRT-mallituksella. Kun käytössä on vain yksi mittariversio ammatillisen koulutuksen opiskelijoille, käytännössä jokainen testin summapistemäärä vastaa yksikäsitteisesti yhtä standardipisteasteikon lukua, joka puolestaan kuvaa latentin osaamisen tasoa. Toisessa vaiheessa etsitään taitekohtien karkeat rajat niiden testattavien avulla, jotka saivat puhtaan profiilin. Kolmannessa vaiheessa rajojen määrittelemisessä käytetään periaatetta, että lopullisen taitotasojakauman tulee noudattaa kutakuinkin samanlaista jakaumamuotoa kuin alkuperäinen pistemäärienkin jakauma. Näitä periaatteita noudattaen myös epäloogisen profiilin saaneiden opiskelijoiden osaamisen taso linkittyy puhtaan profiilin saaneiden vastaajien taitotasoon. On mahdollista, että myös osa optimaalisesti luokittuneista opiskelijoista luokittuu lopulta toiseen kategoriaan, kun lisää tietoa heidän osaamisen tasostaan on saatu IRT-mallituksen ja kokonaispistemäärän avulla.

1.3.2 Käytännön näkökulmia 3TTW:n käyttöön tässä arvioinnissa

Ensimmäisessä vaiheessa kolme kokenutta ammatillisen koulutuksen matematiikan opettajaa luokitteli konsensusarviona kokeen tehtävät sen perusteella, minkä tasoista osaamista kunkin tehtävän ratkaiseminen edellytti. Konsensusarvion perusteella puolet tehtävistä (50 %) heijasteli ”Hyvän” osaamisen vaatimustasoa ja puolet ”Tyydyttävää” ja ”Kiitettävää”, joskin pistemäärissä mitattuna kokeessa mitattiin enemmän ”Hyvän” (43 % pisteistä) ja ”Kiitettävän” (40 %) tasoista kuin ”Tyydyttävän” (17 %) tasoista osaamista (ks. edellä taulukko 2.4).

Toisessa vaiheessa puhtaiksi profiileiksi luokittui 93 % opiskelijoista (Taulukko 1), kun rajana pidettiin 50 prosentin ratkaisukynnystä. Suuri osa opiskelijoista (peräti 64 %) ei saanut oikein puoliakaan tyydyttävää osaamista edellyttävistä helpoista tehtävistä. Heille luotiin kategoria ”alle Tyydyttävä” tai ”<T”. Koska käytännössä ketään opiskelijaa ei jätetä ”luokalle” ammatillisessa koulutuksessa matemaattisen osaamisen perusteella, näitä opiskelijoita luonnehtinee joissain vanhemmissa ammatillisen koulutuksen tutkintojen perusteissa ja niiden tulkinnoissa käytetty ilmaisu ”osaa autettuna”. Pieni osa opiskelijoista oli niin hyvä, että heitä varten luotiin oma kategoria ”K+” tai ”yli Kiitettävän”. Nämä määriteltiin siten, että he saivat vaativimmista K-tason tehtävistä vähintään 90 prosenttia oikein. Heitä oli aineistossa 1,5 %. Näiden opiskelijoiden taso vastaa lukion pitkän matematiikan suorittaneiden osaamisen tasoa.

TAULUKKO 1. Puhtaasti luokittuneiden opiskelijoiden määrät

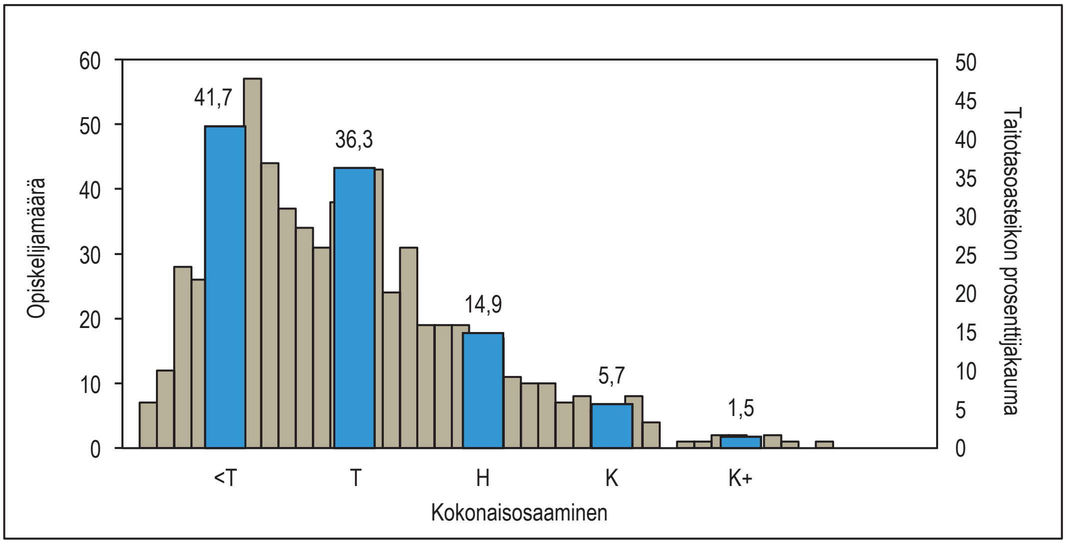
Profiili	Tyydyttävä	Hyvä	Kiitettävä	% opiskelijoista
”Alle Tyydyttävän” (<T)	0	0	0	63.7
”Tyydyttävä” (T)	1	0	0	13,6
”Hyvä” (H)	1	1	0	8,9
”Kiitettävä” (K)	1	1	1	5,6
”yli Kiitettävän” (K+)	1	1	1	1,5

Kolmannessa vaiheessa alustava luokittelu antoi kohtuullisen selkeä kuvan siitä, missä taitotasojen rajat tulisi olla, kun otettiin huomioon puhtaasti luokittuneet tapaukset, heidän summapistemääränsä ja IRT-mallitus (Taulukko 2). Tarkka lukija kuitenkin huomaa taulukosta 2.7, että kaikilla raja-alueilla opiskelijoiden taitotason jakaumat menevät osittain päällekkäin ja päätöksiä joudutaan tekemään sen suhteen, pitäisikö esimerkiksi pistemäärän 9 saaneet laskea *alle tyydyttävän* tasoisiksi vai voisiko tämä pistemäärä jo osoittaa *tyydyttävää* osaamista. Molemmat voisivat olla perusteltuja, sillä pieni osa (5 %) tällä osaamisen tasolla sai oikein vähintään 50 prosenttia tyydyttävän tason tehtävistä. Ehdoton valtaosa (95 %) ei kuitenkaan saanut riittävää määrää tehtävistä oikein ja näin päädyttiin asettamaan tyydyttävän osaamisen raja alustavasti 10 pisteeseen, joka vastaa latentin osaamisen tasoa -0,5 eli 10T-asteikolla pistemäärää 450, joka taas vastaa melko tarkalleen 5. luokan osaamisen keskitasoa. Sen sijaan pistemäärän 7 saaneista yksikään ei saanut 50 prosenttia oikein tyydyttävää osaamista vaativista tehtävistä, joten sijoittuminen luokkaan ”alle tyydyttävä” on perusteltu. Kun mukaan otettiin myös ne opiskelijat, joita ei saatu luokiteltua ”puhtaasti” ja kun verrattiin taitotason jakaumaa alkuperäiseen pistemääräjakaumaan, taitekohdat tarkentuivat vain hieman.

TAULUKKO 2. Kokonaisosaamisen taitotasorajojen määrittyminen perustuen puhtaasti luokittuneisiin tapauksiin

		Opiskelijamäärät eri taitotasoilla							
pistemäärä	Theta	alle T	T	H	K	yli K	ei luokkaa	ehdotus taitotasoksi	yhteensä opiskelijoita
0	-5,8	0	0	0	0	0	0	Alle T	0
1	-3,0	7	0	0	0	0	0	Alle T	7
2	-2,4	12	0	0	0	0	0	Alle T	12
3	-2,0	28	0	0	0	0	0	Alle T	28
4	-1,7	26	0	0	0	0	0	Alle T	26
5	-1,4	38	0	0	0	0	0	Alle T	38
6	-1,2	36	0	0	0	0	0	Alle T	36
7	-1,0	57	0	0	0	0	0	Alle T	57
8	-0,8	43	1	0	0	0	0	Alle T	44
9	-0,6	35	2	0	0	0	0	Alle T	37
10	-0,5	28	6	0	0	0	0	T	34
11	-0,3	25	6	0	0	0	0	T	31
12	-0,2	28	10	0	0	0	0	T	38
13	-0,1	16	11	0	0	0	1	T	28
14	0,0	27	11	0	0	0	5	T	43
15	0,2	16	7	0	0	0	1	T	24
16	0,3	9	15	2	0	0	5	T	31
17	0,4	4	6	1	0	0	8	T	19
18	0,5	1	8	3	0	0	7	H	19
19	0,6	0	7	6	0	0	6	H	19
20	0,8	0	1	9	0	0	6	H	16
21	0,9	0	2	11	1	0	3	H	17
22	1,0	0	0	8	0	0	3	H	11
23	1,1	0	0	8	2	0	0	H	10
24	1,3	0	0	5	4	0	1	H	10
25	1,4	0	0	3	4	0	0	K	7
26	1,5	0	0	1	7	0	0	K	8
27	1,6	0	0	2	3	1	0	K	6
28	1,7	0	0	0	6	0	0	K	6
29	1,9	0	0	2	6	0	0	K	8
30	2,0	0	0	0	2	2	0	K	4
31	2,1	0	0	0	0	0	0	yli K	0
32	2,2	0	0	0	1	0	0	yli K	1
33	2,4	0	0	0	0	1	0	yli K	1
34	2,5	0	0	0	2	0	0	yli K	2
35	2,7	0	0	0	0	2	0	yli K	2
36	2,9	0	0	0	0	0	0	yli K	0
37	3,1	0	0	0	0	2	0	yli K	2
38	3,4	0	0	0	0	1	0	yli K	1
39	3,6	0	0	0	0	0	0	yli K	0
40	3,8	0	0	0	0	1	0	yli K	1
41	3,9	0	0	0	0	0	0	yli K	0
42	4,0	0	0	0	0	0	0	yli K	0
43	4,1	0	0	0	0	0	0	yli K	0
44	4,2	0	0	0	0	0	0	yli K	0
45	4,3	0	0	0	0	0	0	yli K	0
46	4,8	0	0	0	0	0	0	yli K	0

Kolmannen vaiheen lopuksi, alustavan luokittelun jälkeen, taitotasojen jakaumaa verrattiin alkuperäiseen pistejakaumaan graafisesti. Mikäli jakaumien muodot eivät vastaa toisiaan, taitotasojakauma ei ole uskottava. Pienillä rajojen korjaamisella päädyttiin seuraavaan taitotasojen jakaumaan (kuvio 3), joka vastaa varsin hyvin alkuperäistä pistejakaumaa: aineiston painopiste todella on matalissa taitotasoluokissa ja hyviksi tai erinomaisiksi katsottavia opiskelijoita on huomattavan vähän.



KUVIO 3. Kokonaispistemäärän ja taitotasoluokkien jakaumien vertailu samassa kuvassa

Liite 2. Lukioiden kvartiilisijoittuminen vuoden 2015 ylioppilaskirjoitusten lyhyen ja pitkän oppimäärän kokeen tulosten perusteella

lukio	kvartiili lyhyt[1]	kvartiili pitkä[1]	lukio	kvartiili lyhyt	kvartiili pitkä
Akaan lukio	1	1	Helsingin aikuislukio	0	0
Alajärven lukio	0	2	Helsingin kielilukio	1	0
Alavuden lukio	0	3	Helsingin kuvataidelukio	2	3
Alppilan lukio	1	0	Helsingin luonnontiedelukio	2	2
Anjalankosken lukio	0	0	Helsingin medialukio	1	2
Apollon yhteiskoulu	0	0	Helsingin normaalilyseo	3	3
Arkadian yhteislyseo	2	2	Helsingin ranskalais-suomalainen koulu	3	3
Askolan lukio	1	1	Helsingin Rudolf Steiner -koulu	0	0
Aurinkorannikon suomalainen lukio	0	0	Helsingin Suomalainen Yhteiskoulu	3	3
Björneborgs svenska samskola	2	0	Helsingin Uuden yhteiskoulun lukio	0	0
Borgå Gymnasium	2	2	Helsingin yhteislyseon lukio	0	1
Brändö gymnasium	2	2	Helsingin yliopiston Viikin normaalikoulu	3	3
Eiran aikuislukio	1	0	Herttoniemen yhteiskoulun lukio	3	3
Ekenäs gymnasium	2	1	Honkajoen lukio	1	0
Elimäen lukio	1	1	Hyrylän lukio	1	2
Elisenvaaran lukio	2	3	Hyvinkään Sveitsin lukio	0	0
Englantilainen koulu	2	2	Hyvinkään yhteiskoulun lukio	3	3
Enontekiön Erälukio	-	3	Hyvinkään yhteiskoulun lukion aikuislinja	2	1
Erkko-lukio	2	1	Hämeenlinnan lyseon lukio	1	1
Espoon aikuislukio	0	1	Hämeenlinnan lyseon lukion aikuislinja	0	0
Espoon yhteislyseon lukio	0	0	Härmän lukio	0	0
Espoonlahden lukio	2	1	Iin lukio	1	0
Etelä-Tapiolan lukio	3	3	Iisalmen aikuislukio	0	3
Etu-Töölön lukio	1	0	Iisalmen lyseo	2	3
Eurajoen lukio	1	0	Iitin lukio	0	1
Euran lukio	3	2	Ikaalisten yhteiskoulun lukio	1	3
Evijärven lukio	0	2	Ilmajoen lukio	3	2
F.E. Sillanpään lukio	2	3	Ilomantsin lukio	3	3
Forssan yhteislyseo	2	1	Imatran yhteislukio	1	1
Forssan yhteislyseo/aikuisopetus	0	0	Itä-Hämeen opisto	0	-
Gymnasiet Grankulla samskola	3	1	Itä-Suomen suomalais-venäläisen koulun lukio	0	2
Gymnasiet i Petalax	0	2	Ivalon lukio	0	1
Gymnasiet Lärkan	3	3	Jakobstads gymnasium	2	1
Gymnasiet Svenska normallyceum	1	1	Jalasjärven lukio	2	2
Haapajärven lukio	2	2	Janakkalan lukio	2	2

1) 0 = alin kvartiili 3 = ylin kvartiili, sijoittuminen perustuu puhdistamattomaan aineistoon

lukio	kvartiili lyhyt[1]	kvartiili pitkä[1]	lukio	kvartiili lyhyt	kvartiili pitkä
Haapaveden lukio	2	2	Joensuun lyseon lukio	2	2
Halikon lukio	3	1	Joensuun lyseon lukion aikuislinja	1	0
Haminan lukio	2	0	Joensuun Niinivaaran lukio	2	2
Hangö gymnasium	3	0	Joensuun normaalikoulu	3	3
Hankasalmen lukio	3	3	Joensuun yhteiskoulun lukio	1	1
Hankoniemen lukio	0	0	Jokelan lukio	1	0
Harjavallan lukio	0	1	Joroisten lukio	0	0
Hatanpään lukio	2	2	Joutsan lukio	2	1
Haukilahden lukio	3	2	Juankosken lukio	2	3
Haukiputaan lukio	1	1	Jurvan lukio	3	2
Hausjärven lukio	2	3	Juuan lukio	1	1
Heinolan lukio	1	2	Juvan lukio	2	3
Heinäveden lukio	0	3	Jyväskylän aikuislukio	0	0
Helsinge gymnasium	0	2	Jyväskylän Lyseon lukio	1	0
Jyväskylän normaalikoulu	3	2	Kiuruveden lukio	1	1
Jämsän lukio	2	2	Kiviniityn lukio	1	1
Jämsänkosken lukio	0	1	Klaukkalan aikuislukio	0	-
Järvenpään lukio	3	3	Kokemäen lukio	0	0
Järvenpään lukion aikuislinja	0	1	Kokkolan aikuislukio	1	1
Kaarinan lukio	1	2	Kokkolan yhteislyseon lukio	1	2
Kaarinan lukion aikuislinja	2	0	Kolarin lukio	0	0
Kaitaan lukio	0	0	Konneveden lukio	0	2
Kajaanin lukio	1	1	Kontiolahden lukio	1	2
Kajaanin lukion aikuislinja	2	1	Korsholms gymnasium	2	3
Kalajoen lukio	1	1	Kosken lukio	3	3
Kalevan lukio	3	2	Kotka svenska samskola	0	1
Kallaveden lukio	2	1	Kotkan aikuislukio	1	0
Kallion lukio	2	2	Kotkan lyseon lukio	1	1
Kangasalan lukio	1	2	Koulutuskeskus Salpaus, Salpauksen lukio	2	3
Kangasniemen lukio	0	3	Kouvolan iltalukio	0	0
Kankaanpään Yhteislyseo	2	3	Kouvolan yhteiskoulun lukio	3	2
Kannaksen lukio	1	1	Kouvolan Yhteislyseo	1	1
Kannuksen lukio	1	0	Kristiinankaupungin lukio	0	0
Karhulan lukio	1	3	Kristinestads gymnasium	3	1
Karis-Billnäs gymnasium	3	2	Kronoby gymnasium	2	3
Karjaan lukio	0	0	Kuhmoisten yhtenäiskoulun lukio	0	1
Karkkilan lukio	0	3	Kuhmon yhteislukio	1	1
Karkun evankelinen opisto	0	0	Kulosaaren yhteiskoulu	3	2
Karleby svenska gymnasium	1	2	Kuninkaantien lukio	3	3

1) 0 = alin kvartiili 3 = ylin kvartiili, sijoittuminen perustuu puhdistamattomaan aineistoon

lukio	kvartiili lyhyt[1]	kvartiili pitkä[1]	lukio	kvartiili lyhyt	kvartiili pitkä
Karstulan lukio	2	3	Kuopion aikuislukio	1	3
Karttulan lukio	3	1	Kuopion klassillinen lukio	3	3
Kastellin lukio	2	0	Kuopion Lyseon lukio	3	2
Katedralskolan i Åbo	3	2	Kuopion taidelukio Lumit	0	0
Kauhajoen lukio	3	3	Kuopion Yhteiskoulun Musiikkilukio	3	2
Kauhavan lukio	2	3	Kuortaneen lukio	2	1
Kauniaisten lukio	2	3	Kurikan lukio	3	0
Kaurialan lukio	3	3	Kuusamon lukio	3	2
Kaustisen musiikkilukio	2	1	Kuusankosken lukio	3	3
Kemijärven lukio	0	1	Kyrkslätts gymnasium	0	0
Kemin lyseon lukio	1	1	Kyrönmaan lukio	3	0
Keminmaan lukio	0	1	Kärkölän lukio	2	1
Kempeleen lukio	3	2	Kärsämäen lukio	3	3
Keravan lukio ja aikuislukio	2	2	Laanilan lukio	1	1
Keravan lukio ja aikuislukio, aikuisten koulutus	0	0	Lahden lyseo	3	1
Kerimäen lukio	1	3	Lahden Rudolf Steiner -koulu	0	1
Kerttulin lukio	3	3	Lahden yhteiskoulun aikuislukio	2	3
Keuruun lukio	1	2	Lahden yhteiskoulun lukio	3	3
Kiimingin lukio	1	2	Laihian lukio	1	0
Kimitoöns gymnasium	0	1	Laitilan lukio	3	3
Kimpisen lukio	1	2	Lammin lukio	1	2
Kimpisen lukion aikuislinja	2	0	Lapinlahden Lukio ja Kuvataidelukio	2	2
Kinnulan lukio	0	0	Lappajärven lukio	0	1
Kiteen lukio	1	1	Lappeenrannan lyseon lukio	2	2
Kittilän lukio	2	2	Lapuan lukio	2	3
Laukaan lukio	1	2	Nummi-Pusulan lukio	0	2
Lauttakylän lukio	2	0	Nurmeksen lukio	1	2
Lauttakylän lukion aikuislinja	3	-	Nurmijärven yhteiskoulun lukio	3	2
Lauttasaaren yhteiskoulu	1	0	Nurmon lukio	1	3
Lavian yhtenäiskoulu	2	1	Närpes gymnasium	0	3
Lempäälän lukio	2	3	Olarin lukio	3	3
Leppävaaran lukio	0	2	Oriveden lukio	2	2
Leppävirran lukio	2	3	Oriveden opisto	2	0
Liedon lukio	3	1	Otavan opisto	0	-
Lieksan lukio	1	2	Oulaisten lukio	3	3
Limingan lukio	2	2	Oulun aikuislukio	0	0
Linnankosken lukio	0	1	Oulun lyseon lukio	3	3
Linnankosken lukio, aikuislinja	1	1	Oulun normaalikoulu	3	2
Lohjan lukion aikuislinja	1	3	Oulun suomalaisen yhteiskoulun lukio	3	3

1) 0 = alin kvartiili 3 = ylin kvartiili, sijoittuminen perustuu puhdistamattomaan aineistoon

lukio	kvartiili lyhyt[1]	kvartiili pitkä[1]	lukio	kvartiili lyhyt	kvartiili pitkä
Lohjan yhteislyseon lukio	2	1	Oulunkylän yhteiskoulu	3	3
Loimaan lukio	3	2	Oulunsalon lukio	0	1
Lopen lukio	1	1	Ounasvaaran lukio	3	3
Lovisa Gymnasium	1	3	Outokummun lukio	2	1
Lucina Hagmanin lukio	1	3	Padasjoen lukio	2	3
Lumon lukio	0	0	Paimion lukio	2	2
Luostarivuoren lukio	3	3	Paltamon lukio	1	1
Lyseonpuiston lukio	1	2	Paraisten lukio	0	0
Länsi-Porin lukio	0	0	Pargas svenska gymnasium	2	0
Madetojan musiikkilukio	2	2	Parikkalan lukio	0	0
Martinlaakson lukio	3	2	Parkanon lukio	3	2
Mattlidens gymnasium	3	2	Parolan lukio	3	3
Maunulan yhteiskoulu ja Helsingin matematiikkalukio	1	1	Pateniemen lukio	0	0
Meri-Porin lukio	0	1	Pedersöre gymnasium	3	2
Merikarvian lukio	2	0	Pellon lukio	1	2
Merikosken lukio	0	0	Perhon lukio	1	1
Mikkelin etä- ja aikuislukio	2	0	Perniön lukio	3	0
Mikkelin lukio	2	3	Petäjäveden lukio	1	1
Mouhijärven lukio	0	1	Pieksämäen lukio	1	1
Muhoksen lukio	3	3	Pielaveden lukio	1	1
Munkkiniemen yhteiskoulun lukio	3	3	Pietarsaaren lukio	1	3
Muonion lukio	3	0	Pihtiputaan lukio	2	1
Muuramen lukio	3	2	Pirkanmaan aikuislukio	0	-
Muurolan lukio	0	0	Pirkkalan yhteislukio	1	2
Myllyharjun lukio	0	0	Pohjois-Haagan yhteiskoulu	3	1
Mynämäen lukio	3	3	Pohjois-Tapiolan lukio	3	2
Mäkelänrinteen lukio	3	3	Polvijärven lukio	1	0
Mäntsälän lukio	3	2	Pomarkun lukio	1	3
Mäntyharjun lukio	1	0	Porin aikuislukio	1	2
Mäntän lukio	2	2	Porin lyseon lukio	2	1
Naantalin lukio	3	1	Porin suomalaisen yhteislyseon lukio	3	3
Nakkilan lukio	0	2	Porkkalan lukio	1	3
Nilsiän lukio	1	0	Porkkalan lukion aikuislinja	0	0
Nivalan lukio	1	2	Porlammin lukio	0	0
Nokian lukio	0	1	Portaanpään kristillinen kansanopisto	3	0
Nousiaisten lukio	3	3	Posion lukio	2	1
Pudasjärven lukio	3	3	Someron lukio	3	2
Punkaharjun lukio	3	3	Sonkajärven lukio	2	2
Punkalaitumen lukio	2	1	Sotkamon lukio	1	2

1) 0 = alin kvartiili 3 = ylin kvartiili, sijoittuminen perustuu puhdistamattomaan aineistoon

lukio	kvartiili lyhyt[1]	kvartiili pitkä[1]	lukio	kvartiili lyhyt	kvartiili pitkä
Puolalanmäen lukio	3	3	Sotungin lukio	2	2
Puolangan lukio	0	0	Sotungin lukion aikuislinja	1	0
Pyhäjoen lukio	1	0	Sulkavan lukio	0	1
Pyhäjärven lukio	1	2	Suomalais-venäläinen koulu	0	0
Pyhäselän lukio	1	2	Suomen kristillinen yhteiskoulu	0	0
Pälkäneen lukio	1	0	Suomussalmen lukio	1	2
Raahen lukio	1	3	Suonenjoen lukio	0	1
Raision lukio	3	2	Svenska privatskolan i Uleåborg	0	0
Rajamäen lukio	2	1	Svenska samskolan i Tammerfors	3	2
Rantasalmen lukio	0	2	Sysmän Yhteiskoulun lukio	3	3
Ranuan lukio	0	1	Säkylän seudun lukio	3	2
Raudaskylän kristillinen opisto	0	-	Taavetin lukio	0	3
Rauman Lyseon lukio	1	1	Taivalkosken lukio	3	3
Rauman Lyseon lukion iltalinja	0	0	Tammerkosken lukio	2	1
Rautalammin lukio	0	0	Tampereen aikuislukio	1	0
Rautavaaran lukio	3	1	Tampereen klassillinen lukio	3	3
Rautjärven lukio	2	1	Tampereen lyseon lukio	3	3
Reisjärven lukio	2	0	Tampereen Rudolf Steiner -koulu	0	3
Ressun lukio	3	3	Tampereen teknillinen lukio	0	0
Riihimäen aikuislukio	0	3	Tampereen yhteiskoulun lukio	3	3
Riihimäen lukio	2	2	Tampereen yliopiston normaalikoulu	1	3
Ristiinan yhtenäiskoulu ja lukio	0	1	Tapiolan lukio	3	3
Rovaniemen aikuislukio	1	1	Tervolan lukio	1	1
Rudolf Steiner skolan i Helsingfors	0	0	Teuvan lukio	0	0
Ruoveden yhteiskoulun lukio	0	0	Tiirismaan lukio	2	1
Saarijärven lukio	1	2	Tikkurilan lukio	2	2
Sallan lukio	0	1	Tohmajärven lukio	1	0
Salon aikuislukio	1	-	Toholammin lukio	1	0
Salon lukio	3	2	Topeliusgymnasiet i Nykarleby	1	2
Sammon keskuslukio	3	3	Tornion yhteislyseon lukio	2	1
Savitaipaleen lukio	3	3	Turun iltalukio	0	0
Savonlinnan aikuislukio	0	0	Turun klassillinen lukio	3	3
Savonlinnan lyseon lukio	1	1	Turun lyseon lukio	1	2
Savonlinnan taidelukio	2	1	Turun normaalikoulu	1	3
Savukosken lukio	1	2	Turun Suomalaisen Yhteiskoulun lukio	3	2
Schildtin lukio	2	2	Tuusniemen lukio	0	0
Seinäjoen lukio	1	2	Tuusulan lukio	0	1
Seinäjoen lukion aikuislinja	2	1	Tölö gymnasium	1	1
Sibbo gymnasium	3	0	Töölön yhteiskoulun aikuislukio	0	0

1) 0 = alin kvartiili 3 = ylin kvartiili, sijoittuminen perustuu puhdistamattomaan aineistoon

lukio	kvartiili lyhyt[1]	kvartiili pitkä[1]	lukio	kvartiili lyhyt	kvartiili pitkä
Sibelius-lukio	3	2	Töölön yhteiskoulun lukio	3	1
Sievin lukio	3	3	Ulvilan lukio	2	2
Siikajoen lukio	0	1	Utajärven lukio	2	0
Siikalatvan lukio	2	1	Utsjoen saamelaislukio	3	0
Siilinjärven lukio	2	3	Uudenkaupungin lukio	2	1
Simon lukio	2	3	Vaalan lukio	3	0
Sipoon lukio	1	1	Vaasan lyseon lukio	1	1
Sodankylän lukio	3	3	Vaasan lyseon lukion aikuislinja	3	-
Valkeakosken Tietotien aikuislukio	2	0	Viitasaaren lukio	2	0
Valkeakosken Tietotien lukio	2	3	Vimpelin lukio	1	0
Valkealan lukio	1	1	Virkby gymnasium	0	3
Valtimon lukio	2	0	Virolahden lukio	0	0
Vammalan lukio	2	3	Virtain lukio	1	1
Vantaan aikuislukio	0	0	Vuosaaren lukio	0	0
Varkauden lukio	2	2	Väinö Linnan lukio	2	0
Varkauden lukion aikuislinja	0	3	Vääksyn Yhteiskoulu	2	2
Vasa gymnasium	1	3	Vörå samgymnasium	2	2
Vasa svenska aftonläroverk	0	0	Yhtenäiskoulun lukio	1	0
Vasa övningsskola	3	3	Ylistaron lukio	0	2
Vaskivuoren lukio	2	2	Ylitornion yhteiskoulun lukio	1	1
Vesannon yhtenäiskoulun lukio	0	0	Ylivieskan lukio	3	1
Vetelin lukio	2	1	Ylöjärven lukio	2	2
Vieremän lukio	2	0	Ålands lyceum	3	3
Vihannin lukio	3	1	Äetsän Sarkia-lukio	3	3
Vihdin lukio	2	2	Ähtärin lukio	2	3
Viherlaakson lukio	2	2	Äänekosken lukio	2	1

1) 0 = alin kvartiili 3 = ylin kvartiili, sijoittuminen perustuu puhdistamattomaan aineistoon